

Гнітько С.М., к.т.н., доцент
Шпилька А.М., старший викладач
Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка

ЗАСТОСУВАННЯ ТЕОРІЇ ПОДІБНОСТІ ДЛЯ АНАЛІЗУ ПАРАМЕТРІВ ВІБРАЦІЙНИХ СИСТЕМ У ПРОЦЕСАХ ШЛІФУВАЛЬНОЇ ОБРОБКИ

Відомо, що теорію подібності доцільно використовувати для узагальнення даних математичного моделювання руху вібраційної системи процесу шліфування при створенні та дослідженні параметрів певного ряду аналогічних вібраційних систем. Наведено використання теорії подібності для аналізу та створення вібраційних систем і вибору їх параметрів на основі узагальнення попередніх теоретичних та експериментальних досліджень аналогічних систем. З'ясовано, що використання теорії подібності дозволяє розробити критерії для створення ряду систем прецизійної обробки із заданими параметрами, а також визначити взаємний вплив зміни окремих параметрів руху системи в процесі шліфувальної обробки і таким чином установити найбільш ефективні режими шліфування залежно від основних параметрів руху системи.

Ключові слова: теорія подібності, шліфування, динаміка, вібраційні системи.

Гнітько С.М., к.т.н., доцент
Шпилька А.Н., старший преподаватель
Полтавский национальный технический университет имени Юрия Кондратюка

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ПОДОБИЯ ДЛЯ АНАЛИЗА ПАРАМЕТРОВ ВИБРАЦИОННЫХ СИСТЕМ В ПРОЦЕССАХ ШЛИФОВАЛЬНОЙ ОБРАБОТКИ

Известно, что теорию подобия целесообразно использовать для обобщения данных математического моделирования движения вибрационной системы процесса шлифования при создании и исследовании параметров определенного ряда аналогичных вибрационных систем. Приведено использование теории подобия для анализа и создания вибрационных систем и выбора их параметров на основе обобщения предварительных теоретических и экспериментальных исследований аналогичных систем. Выяснено, что использование теории подобия позволяет разработать критерии для создания ряда систем прецизионной обработки с заданными параметрами, а также определить взаимное влияние изменения отдельных параметров на движение системы в процессе шлифовальной обработки и таким образом установить наиболее эффективные режимы шлифования в зависимости от основных параметров движения системы.

Ключевые слова: теория подобия, шлифование, динамика, вибрационные системы.

SIMILARITY THEORY APPLICATION FOR PARAMETERS ANALYSIS OF THE OSCILLATION SYSTEMS IN POLISHING TREATMENT PROCESSES

As the decision of precision treatment tasks (in a that number the research of polishing process) a mathematical design is often used the oscillation systems parameters theoretical research and it's influence on the processes of treatment. For verification of theoretical calculations and mathematical design of various machines and processes there is a requirement in the construction of experimental test benches for an experimental background and conformities to regularity, got as a result of theoretical check.

The science of the conditions under which physical phenomena are similar. It is related to dimensional analysis and provides the basis for physical modeling. Similarity theory establishes similarity criteria for different physical phenomena and studies the properties of the phenomena by means of these criteria.

Two physical phenomena, processes, or systems are similar if, at corresponding moments of time at corresponding points in space, the values of the variable quantities that characterize the state of one system are proportional to the corresponding quantities of the second system. The proportionality factor for each of the quantities is called the similarity factor.

The development of research on complex physical and physicochemical processes, including mechanical, thermal, and chemical phenomena, has been accompanied by the development of methods of similarity theory that can be applied to these processes. For example, similarity conditions have been established for such phenomena as the friction and abrasion processes undergone by machine parts and the kinetics of physicochemical transformations. Since the parameters characterizing similar phenomena are in proportion, any dimensionless combination of the parameters will have the same numerical value for similar phenomena. Dimensionless combinations formed from the parameters of the phenomena under consideration are called similarity criteria. Any combination of similarity criteria is also a similarity criterion of these physical phenomena.

The theory of similarity is widely used in various engineering industries. During the leadthrough of experimental researches of vibrations of the system of bench-device-instrument-detail with the certain process rate, the theory of similarity can be used for the analysis of change influence of separate system motion parameters in the process of polishing treatment.

The use of similarity theory is expediently for generalization of information, got at the mathematical design of the oscillation system motion at research the analogical oscillation systems parameters subset.

The purpose of the article is the similarity theory using for the polishing treatment systems oscillation analysis and choice of their parameters on the basis of previous theoretical and experimental researches of the analogical systems generalization. Using the similarity theory allows to develop the criteria for creation the subset of the polishing treatment systems with preset parameter, and also to define the cross-coupling of separate parameters change on the system motion in the treatment. It's make the prerequisite to define the most effective polishing modes depending on the basic parameters of system motion.

Keywords: *similarity theory, polishing, dynamic, vibration systems.*

Вступ. Теорія подібності спирається на вчення про розмірність фізичних величин і служить науковою основою моделювання як методу пізнання і дослідження різних об'єктів; основну роль у ній відіграє метод аналогій, тобто схожості об'єктів за певними ознаками. Фізичні явища, процеси або системи подібні, якщо у подібні моменти часу в подібних точках простору значення змінних величин, що характеризують стан однієї системи, пропорційні відповідним величинам іншої системи. Коефіцієнт пропорційності для кожної з величин називається коефіцієнтом подібності.

Теорія подібності встановлює критерії подібності різноманітних фізичних явищ, що дозволяє за їх допомогою вивчати властивості самих явищ. Явні та неявні функціональні зв'язки між критеріями подібності, котрі отримують за допомогою теорії подібності (так звані критеріальні залежності) сприяють розумінню складних фізичних процесів та допомагають інтерпретувати результати як експериментальних досліджень, так і розрахунків.

Застосування теорії подібності при аналізі вібраційних систем у процесах шліфування дасть змогу на основі аналізу математичної моделі визначити необхідні залежності між основними параметрами технологічної системи для забезпечення заданих критеріїв обробки заготовки та призначення відповідних режимів роботи верстата й інструменту.

Аналіз останніх джерел досліджень та публікацій. Теорія подібності застосовується для розв'язання багатьох сучасних технічних задач, у тому числі й для аналізу існуючих машин і механізмів та синтезу нових. Її використання доцільне в тих випадках, коли для повного опису явища недостатньо даних. На підставі теорії подібності виникає можливість переходу від наявної математичної моделі до серії подібних фізичних моделей. Для цього часто використовують метод критеріїв подібності та аналіз розмірностей [1 – 3].

Вплив вібрації на параметри технологічних процесів обробки заготовок на металорізальних верстатах (шліфувальних, фрезерувальних, токарних та ін.) досить складний і викликає увагу науковців [4 – 7] як при створенні нових верстатів із заданими характеристиками, так і при виборі різального інструменту та призначенні параметрів технологічних процесів обробки різанням та прецизійної обробки.

Виділення не розв'язаних раніше частин загальної проблеми. Дослідження впливу вібрації на параметри руху технологічної системи «верстат – різальний інструмент – заготовка» в процесах прецизійної обробки шліфуванням дасть змогу визначити необхідні параметри руху системи для забезпечення ефективної обробки заготовки з необхідною якістю. Для узагальнення даних, отриманих за допомогою математичного моделювання руху вібраційної системи шліфування, при дослідженні параметрів певного ряду подібних вібраційних систем доцільним є використання теорії подібності.

Постановка завдання. Для перевірки даних та закономірностей, отриманих у результаті теоретичних досліджень процесу шліфування матеріалів, виникає потреба в побудові натурних моделей на експериментальних стендах. При використанні значної кількості дослідних зразків із різними кількісними характеристиками (шліфувальних кругів та оброблюваних деталей різних розмірів) доцільно застосовувати теорію подібності. Цей метод моделювання заснований на переході від звичайних фізичних величин до узагальнених величин комплексного типу. Метою дослідження є використання теорії подібності для аналізу та створення вібраційних систем і вибору їх параметрів на основі узагальнення попередніх теоретичних та експериментальних досліджень аналогічних систем.

Основний матеріал і результати дослідження. На підставі теорії подібності легко перейти від наявної моделі вібраційної системи до серії подібних. Скористаємося методом критеріїв подібності, використовуючи при цьому підходи [1 – 3].

Наприклад, вібраційну систему, математична модель якої має вигляд формул (1) – (4), прийемо як фізичну модель:

$$(m + 2m_0)\ddot{y} - T + f(m + 2m_0)(g - \ddot{z}) = -m_0 e \frac{d^2}{dt^2} \sin \varphi ; \quad (1)$$

$$(m + 2m_0)\ddot{z} + c z + \alpha \dot{z} - c_1 z' - \alpha \dot{z}' = -m_0 e \frac{d^2}{dt^2} \cos \varphi ; \quad (2)$$

$$M \ddot{z}_1 + c_1 z_1' + \alpha_1 \dot{z}_1' = 0 ; \quad (3)$$

$$I_{ox} \ddot{\varphi} - m_0 e (\ddot{x} \cos \varphi - \ddot{z} \sin \varphi) + m_0 g e \sin \varphi = M_D - M_C , \quad (4)$$

де y, z, z_1 та φ – узагальнені координати, що відповідають степеням вільності системи;

M_D – обертальний момент двигуна, приведений до шпинделя верстата;

m – маса вібраційної системи;

m_0 – нерівноважені маси;

T – сила для забезпечення переміщення по осі y ;

M_C – момент сил опору на привідному валу;

I_{ox} – момент інерції шліфувального круга;

C – коефіцієнт жорсткості;

α – коефіцієнт, який характеризує розсіювання енергії.

Розглянемо механічну систему, динамічно подібну моделі, параметри руху котрої необхідно визначити при створенні натурального об'єкта. Ця система являє собою натурний об'єкт, який проектується (надалі – натура). Відповідні узагальнені координати і параметри обох систем пропорційні, а між точками систем існує матеріальна подібність

$$m_{ni}/m_{mi} = m_c = const.$$

Тут і далі величини, позначені індексами m і n , відносяться відповідно до моделі і натури, а величини, позначені індексом c , є коефіцієнтами пропорційності. У такому випадку між відповідними розмірами натури й моделі повинні виконуватися такі співвідношення:

$$(m + 2m_g)_n = (m + 2m_g)_c (m + 2m_g)_m; \quad C_n = C_c C_m;$$

$$(m_g e)_n = (m_g e)_c (m_g e)_m; \quad \varphi_n = \varphi_c \varphi_m; \quad x_n = x_c x_m;$$

$$y_n = y_c y_m; \quad z_n = z_c z_m; \quad t_n = t_c t_m.$$

Оскільки узагальненими координатами є декартові, то коефіцієнти подібності для всіх координат повинні бути однакові з метою дотримання динамічної подібності між моделлю й натурою:

$$x_n = l_c x_m; \quad y_n = l_c y_m; \quad z_n = l_c z_m.$$

Звідси одержимо

$$\dot{x}_n = \frac{dx_n}{dt_n} = \frac{l_c dx_m}{t_c dt_m} = \frac{l_c}{t_c} \dot{x}_m; \quad \ddot{x}_n = \frac{d\dot{x}_n}{dt_n} = \frac{l_c}{t_c^2} \ddot{x}_m$$

і аналогічним чином

$$\dot{y}_n = \frac{l_c}{t_c} \dot{y}_m; \quad \ddot{y}_n = \frac{l_c}{t_c^2} \ddot{y}_m; \quad \dot{z}_n = \frac{l_c}{t_c} \dot{z}_m; \quad \ddot{z}_n = \frac{l_c}{t_c^2} \ddot{z}_m;$$

$$\varphi_n = \varphi_c \varphi_m; \dot{\varphi}_n = \frac{d\varphi_n}{dt_n} = \frac{\varphi_c d\varphi_m}{t_c dt_m} = \frac{\varphi_c}{t_c} \dot{\varphi}_m; \ddot{\varphi}_n = \frac{d\dot{\varphi}_n}{dt_n} = \frac{\varphi_c}{t_c^2} \ddot{\varphi}_m$$

Підставивши отримані вирази в рівняння (1), отримаємо диференціальне рівняння для натури

$$\begin{aligned} & (m + 2m_g)_c \left(m + 2m_g \right)_c \frac{l_c}{t_c^2} \ddot{x} + fm_c m \left(g - \frac{l_c}{t_c^2} \ddot{z} \right) - T = \\ & = (m_g e)_c m_g e \left(\frac{\varphi_c}{t_c} \dot{\varphi} \right) \sin \varphi_c \varphi + \varphi - (m_g e)_c (m_g e) \left(\frac{\varphi_c}{t_c^2} \ddot{\varphi} \right). \end{aligned} \quad (5)$$

Для дотримання динамічної подібності між моделлю й натурою необхідне виконання умови $\varphi_c = 1$.

Підставивши вказану умову в рівняння (5), одержимо необхідне співвідношення між масштабами

$$\frac{(m + 2m_g)_c l_c}{t_c^2} = \frac{(m_g e)_c}{t_c^2} = \frac{m_c l_c}{t_c^2}. \quad (6)$$

З рівнянь (1) – (4) можна отримати в такий самий спосіб інші співвідношення масштабів:

$$\frac{(m + 2m_g)_c l_c}{t_c^2} = \frac{2z_c l_c}{t_c} = C_c l_c = \frac{(m_g l)_c}{t_c^2} \quad (7)$$

та ін.

Розділивши почленно рівняння (7) на $C_c l_c$, одержимо сукупність коефіцієнтів подібності, які утворюють одиницю. Вони називаються індикаторами подібності:

$$\frac{(m + 2m_g)_c l_c}{C_c t_c^2} = \frac{\alpha_c}{C_c t_c^2} = \frac{\alpha_{1c}}{C_{1c} t_c^2} = \frac{(m_g e)_c}{C_c l_c t_c^2} = \frac{C_{1c}}{C_c} = 1. \quad (8)$$

З рівняння (8) визначаємо критерії подібності:

$$\Pi_1 = \frac{m + 2m_g}{C t^2} = idem; \quad \Pi_2 = \frac{\alpha}{C t^2} = idem; \quad \Pi_3 = \frac{m_g e}{C l t^2} = idem.$$

У такий самий спосіб можемо знайти

$$\Pi_4 = \frac{M}{C_1 t^2} = idem.$$

Вищенаведені три критерії подібності мають те саме значення для моделі та натури (*idem*). Складемо з них комбінацію й одержимо узагальнений критерій подібності

$$\Pi_5 = \frac{\Pi_1 \Pi_2}{\Pi_3} = \frac{m + 2m_g}{m_g e} \frac{\alpha l_c}{C t} = idem, \quad (9)$$

який пов'язує масу, статичний момент неврівноважених частин шліфувального верстата та інструменту, які обертаються, координати, час, параметри пружних і дисипативних сил.

У такий самий спосіб можемо отримати й інші узагальнені критерії подібності, а саме:

$$\Pi_6 = \frac{m + 2m_g}{m_g e} \frac{\alpha_1 l_c}{C_1 t} = idem. \quad (10)$$

Далі одержимо новий частковий критерій подібності, розділивши Π_1 на Π_4 ,

$$\Pi_7 = \frac{\Pi_1}{\Pi_4} = \frac{m + 2m_g}{M} \frac{C_1}{C} = idem. \quad (11)$$

Можна одержати й інші критерії подібності, що пов'язують різні величини, наприклад:

$$\Pi_8 = \frac{C_1}{C} = idem. \quad (12)$$

З рівнянь (1) – (4) легко можна знайти такі індикатори подібності:

$$\frac{(m + 2m_g)_c l_c}{(m_g e)_c} = \frac{(m_g e)_c g_c}{M_{\partial c}} = 1 \quad (13)$$

і відповідні критерії подібності:

$$\Pi_9 = \frac{(m + 2m_g)_c l_c}{(m_g e)_c} = idem; \quad (14)$$

$$\Pi_{10} = \frac{(m_g e)_c}{M_{\partial c}} = idem. \quad (15)$$

Розділивши Π_9 на Π_{10} , отримаємо такий критерій подібності з урахуванням того, що $N_{\partial b} = M_{\partial c} \omega$:

$$\Pi_{11} = \frac{(m + 2m_g)_c N_{\partial c} l_c}{(m_g e)_c^2 \omega} = idem. \quad (16)$$

Беручи до уваги (8) і (9), одержимо

$$\Pi_{12} = \frac{MN_{\partial c}}{(m_g e)_c^2 \omega} l_c = idem. \quad (17)$$

При аналізі вібраційних систем у процесах шліфування будемо зберігати значення амплітуди й частоти коливань. Виходячи з цього,

$$\Pi_{13} = \frac{(m + 2m_g)_c N_{\partial c}}{(m_g e)_c^2} = idem. \quad (18)$$

Розглянемо ще раз співвідношення між масштабами (7) з огляду на те, що $m_{ge} = S$,

$$\frac{(m + 2m_g)_c l_c}{t_c^2} = \frac{S_c}{t_c^2}$$

Розділимо його на $S_c t_c^2$ й отримаємо індикатор подібності

$$A = \frac{(m + 2m_g)_c l_c}{S} = 1.$$

Відповідний критерій подібності буде мати такий вигляд:

$$\Pi_{14} = \frac{(m + 2m_g)_c l_c}{S_c} = idem. \quad (19)$$

Оскільки було прийнято, що переміщення для моделі й натури незмінні, враховуючи співвідношення (11) і (8), одержимо

$$\Pi_{15} = \frac{M}{S} = idem. \quad (20)$$

Аналогічним чином можна отримати й інші критерії подібності для визначення або задання параметрів прецизійної обробки для певного технологічного процесу.

Висновки. Використання теорії подібності дозволяє розробити критерії для створення ряду систем прецизійної обробки із заданими параметрами, а також визначити взаємний вплив зміни окремих параметрів руху системи в процесі прецизійної обробки і таким чином визначити найбільш ефективні режими шліфування залежно від основних параметрів руху системи.

Література

1. Алабузьев П. М. Подобие и моделирование в задачах и примерах / П. М. Алабузьев. – Курск : КПИ, 1983. – Деп. в ВИНТИ. – Часть 1, №4227-83. – 145 с.; часть 2, №5274-83. – 229 с.
2. Клайн С. Дж. Подобие и приближенные методы / С. Дж. Клайн. – М. : Мир, 1968. – 302 с.
3. Бриджмен П. В. Анализ размерностей. / П. В. Бриджмен. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. – 148 с.
4. Thevenot V. Integration of dynamic behaviour in stability lobes method: 3D lobes construction and application to thin walled structure milling / V. Thevenot, L. Arnaud, G. Desein and G. Cazenave-Larroche // *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. – 2006. – Vol. 27. – P. 638 – 644.
5. Bravo U. Stability limits of milling considering the flexibility of the workpiece and the machine / U. Bravo, O. Altuzarra, L. N. Lopez de Lacalle, J. A. Sanchez and F. J. Campa // *International Journal of Machine Tools and Manufacture*. – 2005. – Vol. 45. – P. 1669 – 1680.
6. Campa F. J. Critical Thickness and Dynamic Stiffness for Chatter Avoidance in Thin Floors Milling / F. J. Campa, L. N. Lopez de Lacalle, G. Urbicain, A. Lamikiz, S. Seguy, L. Arnaud // *Advanced Materials Research*. – 2011. – Vol. 188. – P. 116 – 118.
7. Каширин А. И. Исследование вибраций при резании / А. И. Каширин. – М.-Л. : Изд-во АН СССР, 1944. – 262 с.

References

1. Alabuzhev P. M. Podobie i modelirovanie v zadachah i primerah / P. M. Alabuzhev. – Kursk : KPI, 1983. – Dep. v VINITI. – Chast 1, №4227-83. – 145 s.; chast 2, №5274-83. – 229 s.
2. Klayn S. Dzh. Podobie i priblizhennyye metody / S. Dzh. Klayn. – M. : Mir, 1968. – 302 s.
3. Bridzhmen P. V. Analiz razmernostey. / P. V. Bridzhmen. – Izhevsk: NIC «Regulyarnaya i haoticheskaya dinamika», 2001. – 148 s.
4. Thevenot V. Integration of dynamic behaviour in stability lobes method: 3D lobes construction and application to thin walled structure milling / V. Thevenot, L. Arnaud, G. Desein and G. Cazenave-Larroche // *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. – 2006. – Vol. 27. – P. 638 – 644.
5. Bravo U. Stability limits of milling considering the flexibility of the workpiece and the machine / U. Bravo, O. Altuzarra, L. N. Lopez de Lacalle, J. A. Sanchez and F. J. Campa // *International Journal of Machine Tools and Manufacture*. – 2005. – Vol. 45. – P. 1669 – 1680.
6. Campa F. J. Critical Thickness and Dynamic Stiffness for Chatter Avoidance in Thin Floors Milling / F. J. Campa, L. N. Lopez de Lacalle, G. Urbicain, A. Lamikiz, S. Seguy, L. Arnaud // *Advanced Materials Research*. – 2011. – Vol. 188. – P. 116 – 118.
7. Kashirin A. I. Issledovanie vibraciy pri rezanii / A. I. Kashirin. – M.-L. : Izd-vo AN SSSR, 1944. – 262 s.

© Гнітько С.М., Шпилька А.М.
Надійшла до редакції 29.03.2016