

УДК 624.012.45.044

*О.А. Шкурупій, к.т.н., доцент  
П.Б. Митрофанов, к.т.н., ст. викладач  
В.С. Ткаченко, О.О. Мільченко, Н.М. Давиденко, студенти 4-го курсу  
Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка*

## **ПОРІВНЯЛЬНІ РОЗРАХУНКИ МІЦНОСТІ СТИСНУТИХ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ НА ОСНОВІ ДЕФОРМАЦІЙНИХ МОДЕЛЕЙ**

*Виконано порівняльний розрахунок міцності стиснутих залізобетонних елементів із високоміцних бетонів у нормальних перерізах на основі існуючих деформаційних моделей EN-2, ДБН В.2.6. 98:2009 та ДСТУ Б В.2.6 – 156 : 2010, а також деформаційної моделі з екстремальним критерієм міцності. Результати розрахунків за наведеними вище деформаційними моделями зіставлено з даними експериментальних досліджень.*

**Ключові слова:** бетон, арматура, деформаційна модель, міцність, деформація, нормальний переріз, залізобетонний елемент, екстремальний критерій.

УДК 624.012.45.044

*А.А. Шкурупій, к.т.н., доцент  
П.Б. Митрофанов, к.т.н., ст. преподаватель  
В.С. Ткаченко, Е.А. Мильченко, Н.Н. Давиденко, студенты 4-го курса  
Полтавский национальный технический университет имени Юрия Кондратюка*

## **СРАВНИТЕЛЬНЫЕ РАСЧЕТЫ ПРОЧНОСТИ СЖАТЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ НА ОСНОВЕ ДЕФОРМАЦИОННЫХ МОДЕЛЕЙ**

*Выполнен сравнительный расчет прочности сжатых железобетонных элементов из высокопрочных бетонов в нормальных сечениях на основе существующих деформационных моделей EN – 2, ДБН В.2.6. 98:2009 и ДСТУ Б В.2.6 – 156: 2010, а также деформационной модели с экстремальным критерием прочности. Результаты расчетов по приведенным выше деформационным моделям сопоставлены с данными экспериментальных исследований.*

**Ключевые слова:** бетон, арматура, деформационная модель, прочность, деформация, нормальное сечение, железобетонный элемент, экстремальный критерий.

UDC 624.012.45.044

*A. Shkurupiy, PhD., Associate Professor  
P. Mitrofanov, PhD, senior lecturer  
V. Tkachenko, O. Milchenko, N. Davidenko., four-course students  
Poltava National Technical Yuri Kondratyuk University*

## **COMPARATIVE STRENGTH CALCULATIONS COMPRESSED CONCRETE ELEMENTS BASED ON DEFORMATION MODELS**

*The comparative calculation of durability of the compressed reinforce-concrete elements in normal sections is executed on the basis of existent deformation models of EN-2, ДБН В. 2.6. 98:2009 and ДСТУ Б В. 2.6 156: 2010 and also to the deformation model with*

*the extreme criterion of durability. The results of calculations in the above deformation models are compared with the experimental researches.*

**Keywords:** concrete, armature, deformation model, durability, deformation, normal section, reinforce-concrete element, extreme criterion.

**Вступ.** Найважливішими вимогами, що пред'являються до будівельних конструкцій, у тому числі й до залізобетонних, є вимоги щодо забезпечення їх міцності, жорсткості, стійкості та надійності. Ці вимоги повинні бути забезпечені перш за все розрахунками.

Специфічні особливості залізобетону накладають додаткові вимоги до методів розрахунку міцності, жорсткості та стійкості залізобетонних конструкцій (ЗБК) та їх елементів (ЗБЕ), де необхідно враховувати й деформації матеріалу, тобто використання деформаційних моделей (ДМ).

На сьогодні одним з головних завдань при проектуванні ЗБК є уточнення існуючих та розроблення нових методик їх розрахунку на основі ДМ, що запропоновано і в нових нормах [1].

**Огляд останніх джерел досліджень і публікацій.** Застосування ДМ є певним кроком уперед, оскільки вона використовує повний набір рівнянь механіки деформівного твердого тіла (МДТТ): фізичні – для бетону й арматури, геометричні – закон плоских перерізів, статичні – рівняння рівноваги та дозволяє точніше визначати межу переармування, міцність переармуваних ЗБЕ й інші фактори. Розрахункам міцності стиснутих ЗБЕ на основі ДМ присвячено цілу низку літературних джерел [4 – 8 та ін.]. Методика з ЕКМ дозволяє враховувати реальні діаграми роботи бетону й арматурних сталей з урахуванням їх зон зміцнення при широкому спектрі класів міцності бетону на стиск (аж до С 120 і більше), а також аналітично визначати параметри НДС нормальних перерізів, у тому числі й  $\varepsilon_{cu1}$  у граничному стані. Зокрема, більш детально розрахунку міцності ЗБЕ на основі ДМ з екстремальним критерієм міцності (ЕКМ) приділено увагу в роботах [4, 6, 7].

**Виділення не розв'язаних раніше частин загальної проблеми.** ДМ з ЕКМ є альтернативною моделлю по відношенню до існуючих ДМ з емпіричним критерієм міцності [1 – 3]. На сьогодні жодна з існуючих ДМ, крім ДМ з ЕКМ, не дає можливості розраховувати міцність ЗБК і їх елементів, що працюють на різні види деформування (згин, центральний та позацентровий стиск чи розтяг тощо), без наперед заданого значення найбільш стиснутої фібри бетону нормального перерізу  $\varepsilon_{cu1}$ . Вони потребують даних експериментальних досліджень для визначення  $\varepsilon_{cu1}$ , і їх значення приймаються постійними для конкретного класу бетону. У дійсності  $\varepsilon_{cu1}$  залежить від багатьох факторів, основними з яких є: клас міцності бетону на стиск, форма поперечного перерізу, клас арматурної сталі та її розташування тощо. Лише ДМ з ЕКМ дає можливість аналітично одержати величину  $\varepsilon_{cu1}$  в результаті аналітичного розрахунку.

Значна частка ЗБК та їх елементів під дією навантажень або інших впливів працюють на стиснення. Уточнення існуючих методик розрахунку міцності таких елементів дозволяє виявити резерви економії матеріалів і є актуальним завданням.

**Метою роботи** є проведення порівняльного розрахунку міцності стиснутих ЗБЕ у нормальних перерізах на основі існуючих методик, що ґрунтуються на ДМ, [1 – 3] та ДМ з ЕКМ [4, 5], а також зіставлення одержаних результатів розрахунків за наведеними вище ДМ з експериментальними даними.

**Основний матеріал і результати.** Застосування ДМ у теорії залізобетону є відповідним кроком уперед. На сьогодні існує декілька типів ДМ, із яких необхідно відмітити дві – з емпіричним і екстремальним критерієм міцності. Існуючі методики розрахунку міцності залізобетонних елементів у нормальному перерізі на основі ДМ з емпіричним критерієм міцності не враховують точно повної діаграми стиску (ПДС) бетону з низхідною гілкою максимальної протяжності та не дають можливості аналітично одержати граничні деформації найбільш стиснутої фібри бетону  $\varepsilon_{cu1}$ . Цими деформаціями необхідно задаватися заздалегідь.

Для розрахунку міцності нормальних перерізів ЗБЕ необхідна додаткова умова міцності перерізу. Такою умовою може бути умова міцності по бетону чи по арматурі [4 – 6].

ДМ з ЕКМ має суттєві переваги над існуючими ДМ. Вона дає можливість розраховувати міцність ЗБК та їх елементів у нормальному перерізі в граничному стані, а також отримувати їх параметри напружено-деформованого стану (НДС), включаючи і  $\varepsilon_{cu1}$ , при застосуванні широкого спектра класів міцності бетону (від С 8/10 до С 115/120 і більше).

Залежно від того, як ураховуються величини  $\varepsilon_{cu1}$ , можуть бути ДМ досить різної точності. Так, у ДМ норм [3] величини  $\varepsilon_{cu1}$  визначалися шляхом вимірювання деформацій  $\varepsilon_{cm}$  стиснутої грані в стадії руйнування дослідних залізобетонних балок і позацентрово стиснутих колон. На основі вказаних вимірів у нормах [3]  $\varepsilon_{cu1}$  прийнято константою ( $\varepsilon_{cu1} = const = 3,5\%$ ) для бетонів низької та середньої міцності (С 12/15...С 50/60 МПа), а для високоміцних бетонів (С 55/67...С 90/105 МПа)  $\varepsilon_{cu1}$  змінюється в інтервалі від 3,2 до 2,8 %.

Результатом перерозподілу напружень  $\sigma_c$  у стиснутій зоні бетону ЗБЕ в граничній стадії є ЕКМ нормального перерізу ЗБЕ [6]

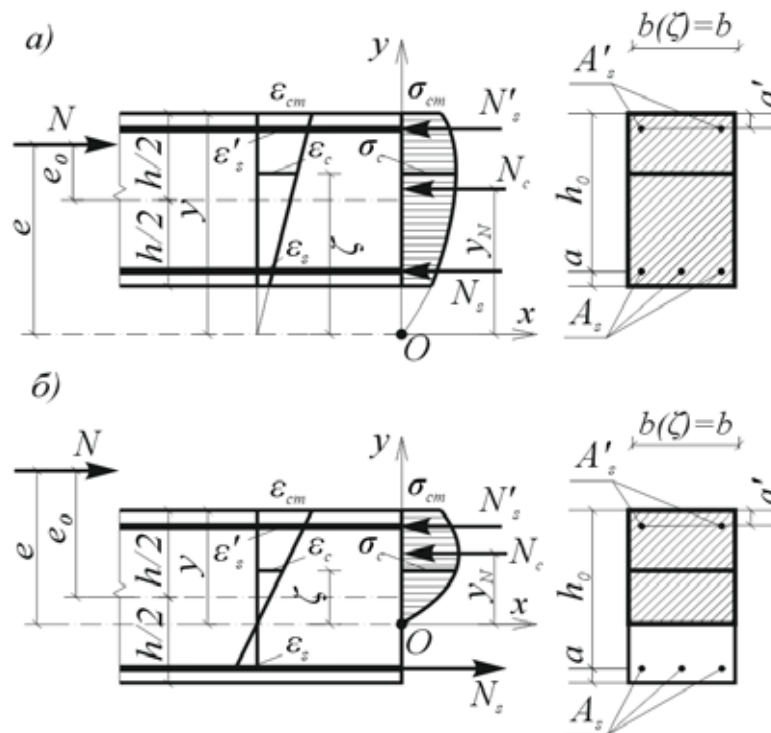
$$F(\varepsilon_{cu}) = \max F(\varepsilon_{cm}), \quad (1)$$

що виражає досягнення строгого максимуму зусиллям  $F$  ( $M$  або  $N$ ) перерізу як функцією деформації  $\varepsilon_{cm}$  стиснутої грані бетону ЗБЕ (рис. 1, 2, [5]). Строгий максимум залежності «зусилля перерізу – деформація» може

бути тільки при проявленні в стиснутій зоні ЗБЕ строгого максимуму і наявності низхідної гілки фізичного закону стиснутого бетону  $\sigma_c - \varepsilon_c$  (рис. 1, в, [5]).

При врахуванні в ДМ з ЕКМ критерію (1) не потрібно експериментально визначати  $\varepsilon_{cu1}$ , тому що остання обчислюється із сукупності рівнянь МДТТ і критерію (1) як одна з невідомих величин задачі міцності нормального перерізу [5, 6]. При цьому як фізична залежність бетону використовується формула (4) [7], яка також прийнята в нормах [1 – 3]. Вона порівняно проста і краще за інших відображає дійсний характер кривих для різних класів бетонів в інтервалі  $f_{ck, cube} = 10...120 \text{ МПа}$ . У ДМ з ЕКМ  $\varepsilon_{cu1}$  виявляється залежною не тільки від параметрів  $E_c, f_{c, prism}, \varepsilon_{c1}$  бетону, а й характеру НДС ЗБЕ, кількості арматури  $A_s$  і  $A'_s$  форми перерізу, характеру діаграми роботи арматурної сталі, попереднього напруження та інших факторів.  $\varepsilon_{cu1}$  взагалі не є критеріальною величиною, що визначає стан руйнування тільки бетону, а є одним із параметрів граничного стану нормального перерізу ЗБЕ.

Як фізична залежність бетону використовується формула (2) [6], що також прийнята в нормах [1 – 3]. Вона порівняно проста та краще за інші відображає окреслення кривих  $\sigma_c - \varepsilon_c$  для бетонів різної міцності на інтервалі  $C = 10...105 \text{ МПа}$ .



**Рис. 1 – Розрахункова схема нормального перерізу ЗБЕ для випадків позацифрового стиску при випадках малих (МЕ), (а) та великих (ВЕ) (б) ексцентриситетів**

Для визначення напружень, деформацій та інших характеристик перерізу ЗБЕ використовуємо розрахункову схему, зображену на рис. 1, і залежності, наведені в роботах [4 – 6]. З урахуванням усіх вихідних параметрів та залежностей задача може бути розв’язана лише за допомогою обчислювальної техніки з використанням числових і оптимізаційних методів. Розв’язок цієї задачі був реалізований у програмі для ПЕОМ.

У ДМ з ЕКМ гранична деформація  $\varepsilon_{cu1}$  виявляється залежною не тільки від параметрів  $E_{cm}, f_{ck, prism}, \varepsilon_{c1}$  бетону, але й характеру НДС ЗБЕ, кількості арматури та її розташування, форми перерізу, характеру діаграм матеріалів, попереднього напруження й інших факторів. Тому  $\varepsilon_{cu1}$  не визначає стан руйнування тільки бетону, а є одним із параметрів граничного стану нормального перерізу ЗБЕ, і вона не може бути константою так, як це прийнято в нормах [3].

За наведеним у роботах [5 – 7] алгоритмом розрахунку міцності ЗБК та їх елементів на основі ДМ з ЕКМ були виконані розрахунки несучої здатності залізобетонних колон, що працюють на центральне і позацентрове стиснення, та визначено параметри їх НДС у граничній стадії, в тому числі й  $\varepsilon_{cu1}$ . Результати цих розрахунків порівняно з експериментальними даними (у т.ч. отриманими й авторами статті), а також з методиками норм [1 – 3] (табл.1). Кубикова міцність бетону на стиск експериментальних зразків варіювалася в межах від 20 до 128 МПа.

**Таблиця 1 – Порівняння значень деформацій та міцності стиснутих залізобетонних елементів у стадії руйнування**

Методика розрахунку	Деформація найбільш стиснутої фібри бетону ЗБЕ при зміні ексцентриситету прикладання поздовжньої сили $\varepsilon_{cu1}, \%$			Граничне навантаження стиснутих ЗБЕ при зміні ексцентриситету прикладання поздовжньої сили $N_u, \text{кН}$		
	$e_0=0$	$e_0=0,03 \text{ м}$	$e_0=0,12 \text{ м}$	$e_0=0$	$e_0=0,03 \text{ м}$	$e_0=0,12 \text{ м}$
ДБН В.2.6.-98:2009	2,29	2,29	2,29	839	365	96
Eurocode 2	3,5	3,5	3,5	802	461	112,4
ДМ з ЕКМ (інженерна методика)	2,44	3,19	3,25	882	438	112
Експеримент	2,4	3,24	3,46	870	440	110,9

У таблиці 1 наведено дані теоретичної міцності залізобетонних колон при розрахунку за деформаційними методиками [1, 3] та ДМ з ЕКМ (інженерна методика), які зіставлені з експериментальними даними,

поданими в роботі [8]. А також проаналізовано зміну деформацій найбільш стиснутої фібри бетону в нормальному перерізі колони в граничній стадії, що працюють на центральний і позацентровий стиск, при  $f_{cm,cube} = 61 \text{ МПа}$ , залежно від зміни ексцентриситету прикладення навантаження  $e_0$ .

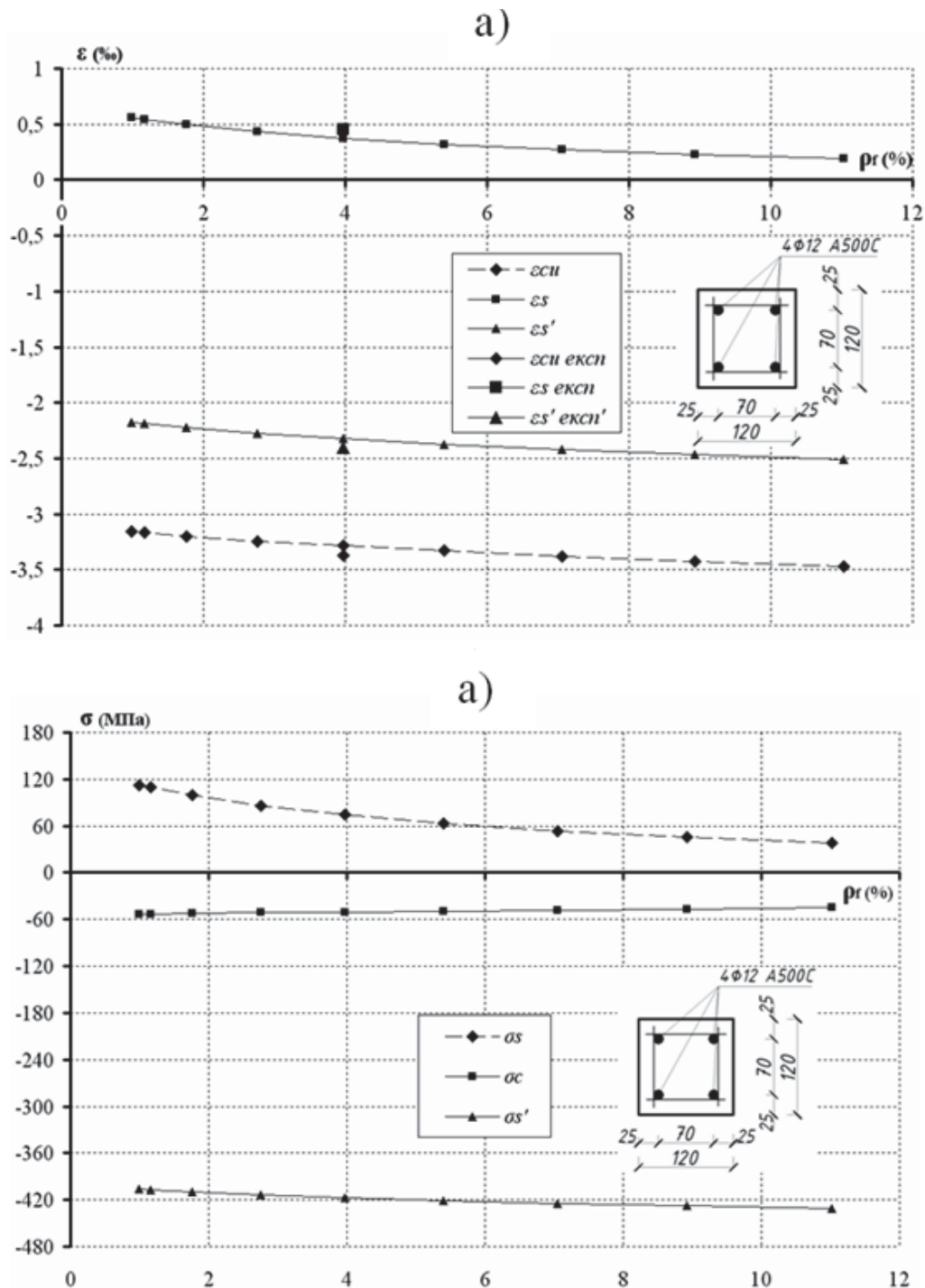


Рис. 2 – Значення деформацій і напружень у граничному стані бетону нормального перерізу стиснутих залізобетонних елементів, а також у розтягнутій і стиснутій арматурі при різних відсотках армування: а) малі ексцентриситети ( $e_0 = 0,03m$ )

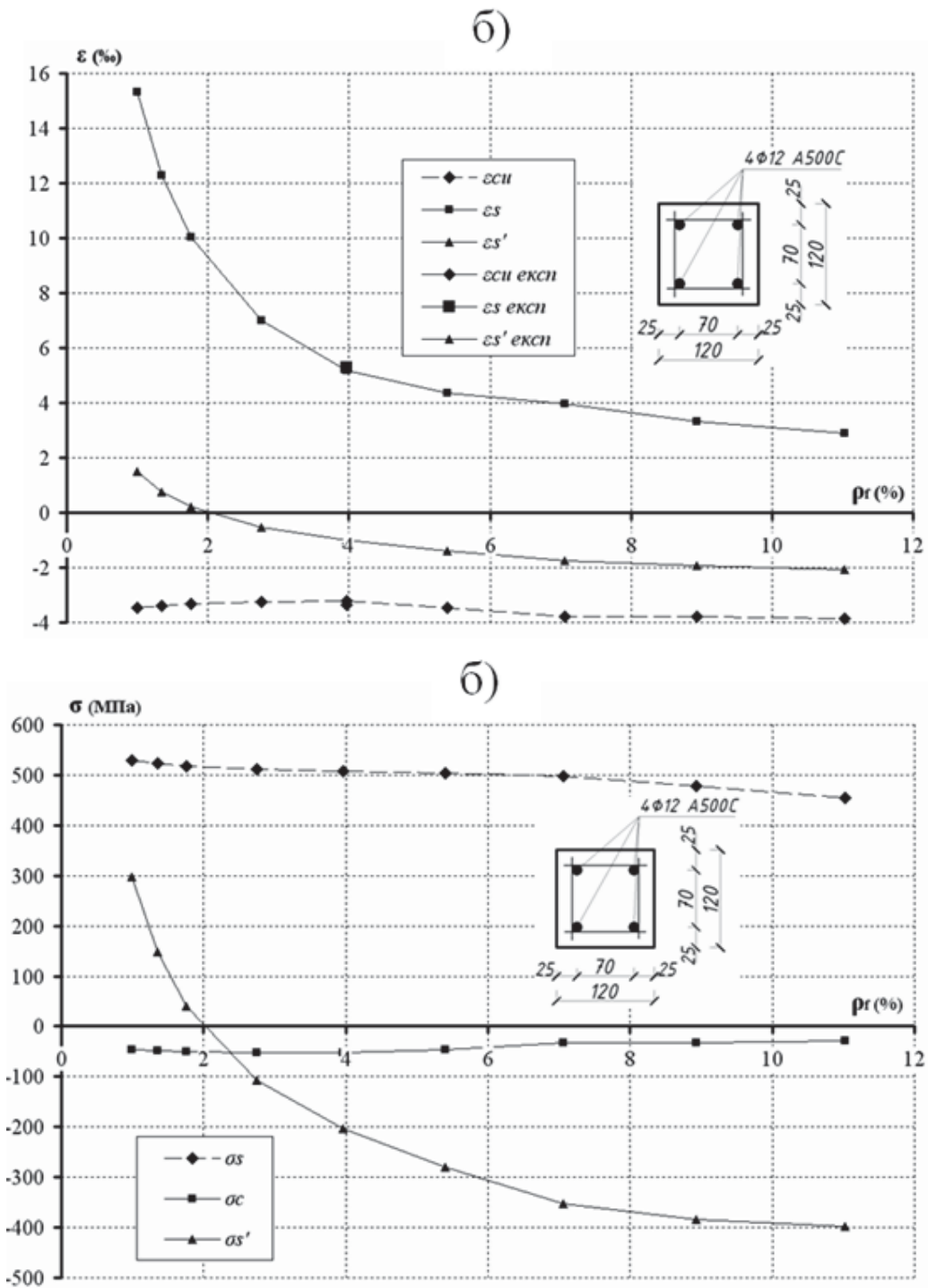


Рис. 3 – Значення деформацій і напружень у граничному стані бетону нормального перерізу стиснутих залізобетонних елементів, а також у розтягнутій і стиснутій арматурі при різних відсотках армування: б) великі ексцентриситети ( $e_0 = 0,12m$ )

Як видно з таблиці 1, методика розрахунку міцності стиснутих ЗБЕ за нормативним документом [3] завищує результати порівняно з експериментальними даними [8], а методика норм [1] – занижує. Розрахунки ж міцності таких ЗБЕ на основі ДМ з ЕКМ є точнішими і краще збігаються з експериментальними даними ( $\bar{X} = 0,986$ ,  $C_v = 3,012$  %).

На рисунках 2 та 3 показано зміну деформацій і напружень у нормальному перерізі центрально і позацентрово стиснутих колон у граничній стадії, з симетричним армуванням, при  $f_{cm,cube} = 61 \text{ МПа}$ , залежно від зміни ексцентриситету прикладання навантаження  $e_0$ , обчислених за методикою ДМ з ЕКМ.

#### **Висновки:**

1. ДМ з ЕКМ є більш точною та узагальненою порівняно з існуючими деформаційними моделями. Тільки вона дозволяє аналітично визначати як одну з невідомих величин граничну деформацію найбільш стиснутої фібри бетону ЗБЕ  $\varepsilon_{cu1}$  з урахуванням впливу цілого ряду факторів, на відміну від інших деформаційних моделей.  $\varepsilon_{cu1}$  суттєво змінює свої значення при зміні класу міцності бетону на стиск, характеру та процента армування, класу арматурної сталі, форми поперечного перерізу ЗБЕ, характеру завантаження тощо. Тому прийняття постійною величиною  $\varepsilon_{cu} \approx 3,5\%$  призводить до неточностей у розрахунках міцності, особливо для перearмованих ЗБЕ.

2. Оптимізаційний характер задачі розрахунку міцності нормального перерізу із цільовою функцією (1) та відповідними функціями обмеження дає можливість аналізувати повний комплекс граничних параметрів нормальних перерізів ЗБЕ у стадії їх руйнування, виявляти пружний або пружно-пластичний стан роботи арматури.

3. ЕКМ відображає в граничному стані характерну властивість псевдопластичних матеріалів типу бетону – прояв строгого максимуму і низхідної гілки діаграми стиснення бетону.

4. Лише ДМ з ЕКМ не потребує експериментального визначення граничної деформації стиснутого бетону  $\varepsilon_{cu1}$  для обчислення параметрів НДС у граничній стадії. Її величина визначається перерозподілом напружень по висоті неоднорідно напруженої стиснутої зони нормального перерізу ЗБЕ в граничному стані та залежить від багатьох факторів (класу бетону, форми перерізу, процента армування тощо) і не може бути постійною величиною. Методика на основі ДМ з ЕКМ є точнішою порівняно з існуючими ДМ.

#### *Література*

1. *Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення: ДБН В.2.6. 98:2009. – [Чинний від 01.06.2011]. – К. : Мінрегіонбуд України, 2011. – 72 с.*
2. *ДСТУ В.2.6-156: 2010. Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. – К. : Мінрегіонбуд України, 2010. – 168 с.*
3. *Eurocode 2: Design of Concrete Structures. EN 1992 – 1.1: General Rules and Rules for buildings. – Brussels: CEN, 2004. – 226 p.*
4. *Шкурупій, О.А. Міцність залізобетонних конструкцій та їх елементів на основі деформаційної моделі з екстремальним критерієм / О.А. Шкурупій // Будівельні*



конструкції: міжвідомчий науково-технічний збірник наукових праць (будівництво). – Вип. 74: у 2-х кн.: Книга 1. – Київ, ДП НДІБК, 2011. – С. 605 – 614.

5. Шкурупій, О.А. Застосування деформаційної моделі з екстремальним критерієм для розрахунку міцності залізобетонних елементів із високоміцних бетонів / О.А. Шкурупій, П.Б. Митрофанов // Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури. – Одеса: Зовнішрекламсервіс, 2012. – № 46. – С. 377 – 387.

6. Митрофанов, В.П. Практическое применение деформационной модели с экстремальным критерием прочности железобетонных элементов / В.П. Митрофанов // Коммунальное хозяйство городов. Серия: Архитектура и технические науки. Вип. 60. – К.: Техника, 2004. – С. 29 – 48.

7. Митрофанов, В.П. Алгоритмы решения задач прочности нормальных сечений железобетонных элементов на основе экстремальных критериев / В.П. Митрофанов, П.Б. Митрофанов // Науковий вісник будівництва. – Вип. 69. – Харків: ХДТУБА ХОТВ АБУ, 2012. – С. 137 – 149

8. Митрофанов, П.Б. Експериментальні дослідження міцності стиснутих залізобетонних елементів із високоміцних бетонів / П.Б. Митрофанов // Збірник наукових праць (галузеве машинобудування, будівництво). – Полтава: ПолтНТУ, 2011. – Вип. 29. – С. 74. – 79.

9. Баженов, В.А. Будівельна механіка. Комп'ютерні технології: підручник / В.А. Баженов, А.В. Перельмутер, О.В. Шишов; за заг.ред. д.т.н., проф. В.А. Баженова. – К.: Каравелла, 2009. – 696 с.

10. Weiss, W.J. An Experimental Investigation to Determine the Influence of Size on the Flexural Behavior of High Strength Reinforced Concrete Beams / W.J. Weiss, K. Guler, S.P. Shah // 5-th Int. Symp. on Utilization of HS/HP Concrete. 20 – 24 June 1999, Sandefjord, Norway. – Proceedings, Vol. 2. – P. 709 – 718.

Надійшла до редакції 28.04.2014

©О.А. Шкурупій, П.Б. Митрофанов, В.С. Ткаченко, О.О. Мільченко, Н.М. Давиденко