

УДК 621. 01. 001

*С.М. Жигилій, к.т.н., доцент  
В.М. Бровко, студент*

*Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка*

## **ОПТИМІЗАЦІЙНА ЗАДАЧА ВИЯВЛЕННЯ НАЙКРАЩОЇ ГЕОМЕТРИЧНОЇ ФОРМИ ДЕБАЛАНСУ МЕХАНІЧНОГО ВІДЦЕНТРОВОГО ЗБУДЖУВАЧА КОЛИВАНЬ**

*Складено та досліджено оптимізаційну модель, за допомогою якої з умови впливу на загальну динамічну дію віброзбуджувача виявлено найкращу (оптимальну) геометричну форму дебалансу механічного відцентрового збуджувача коливань; розв'язано оптимізаційну задачу з умови однакової матеріалоемності дебалансу; за отриманими результатами сформульовано відповідні висновки.*

**Ключові слова:** *відцентрова сила інерції дебаланса механічного віброзбуджувача, геометрична форма дебаланса; керований механічний відцентровий дебалансний збуджувач коливань, оптимізаційні задача та математична модель, цільова функція, допустимі обмеження, оптимальні значення, матеріалоемність.*

УДК 621. 01. 001

*С.М. Жигилій, к.т.н., доцент  
В.М. Бровко, студент*

*Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка*

## **ОПТИМИЗАЦИОННАЯ ЗАДАЧА ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАИЛУЧШЕЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ ДЕБАЛАНСА МЕХАНИЧЕСКОГО ЦЕНТРОБЕЖНОГО ВОЗБУДИТЕЛЯ КОЛЕБАНИЙ**

*Составлена и исследована оптимизационная модель, с помощью которой из условия влияния на общее динамическое воздействие вибровозбудителя определена наилучшая (оптимальная) геометрическая форма дебаланса механического центробежного возбудителя колебаний; решена оптимизационная задача из условия одинаковой материалоемкости дебаланса; по полученным результатам сформулированы соответствующие выводы.*

**Ключевые слова:** *центробежная сила инерции дебаланса механического вибровозбудителя, геометрическая форма дебаланса, управляемый механический центробежный дебалансный возбудитель колебаний, оптимизационные задача и математическая модель, целевая функция, допустимые ограничения, оптимальные значения, материалоемкость.*

UDC 621. 01. 001

*S.M. Zhyhylii, PhD, Associate Professor  
V.M. Brovko, student*

*Poltava National Technical Yuri Kondratyuk University*

## **OPTIMIZATION PROBLEM OF DETERMINING THE BEST GEOMETRICAL SHAPE OF MECHANICAL CENTRIFUGAL UNBALANCE VIBRATION EXCITER**

Optimization model was designed and analyzed; it allowed to determine the best geometry of the mechanical centrifugal unbalance vibration exciter by the impact on the overall dynamic performance of vibration exciter; optimization problem is solved with condition of identical material consumption; according to the results formulated conclusions.

**Keywords:** centrifugal force of inertia unbalance of vibration exciter, shape of the unbalance; controlled mechanical centrifugal unbalanced vibration exciters of oscillations, optimization mathematical model, the objective (target) function, permissible limit, optimal values, materials consumption.

**Вступ.** Вібраційні машини з механічними відцентровими дебалансними збуджувачами коливань широко застосовуються у будівництві, будівельній індустрії й інших галузях народного господарства, поступово витісняючи ручну малоефективну працю та підвищуючи продуктивність і якість робіт. Межі та галузі застосування їх невинно розширюються. В усіх випадках необхідний технологічний рух будь-якої зазначеної вібраційної машини створюється, забезпечується та визначається обертанням дебалансного вала із закріпленими на ньому елементами приводним двигуном (як правило – електричним).

**Огляд останніх джерел досліджень і публікацій.** Як відомо, збуджуючою силою, що генерує рух робочого органа вібраційної технологічної машини, є рівнодійна  $\vec{\Phi}$  відцентрових сил інерції елементів дебалансного вала віброзбуджувача, модуль якої  $\Phi = S \cdot \omega^2$ . Тобто однією із двох первинних характеристик, котрі визначають структуру й величину динамічної дії технологічної машини на оброблюване середовище, є статичний момент  $S = m \cdot e$ , де  $m$  та  $e$  – маса й ексцентриситет дебалансу відповідно [1]. У мить початку обертання (пуску) дебалансного вала  $1$  віброзбуджувача приводним електродвигуном динамічна дія останнього має бути достатньою для здолання: а) моменту сили тяжіння  $\vec{G}$  дебалансу  $3$  відносно осі обертання вала  $1$ ; б) дії сил опору обертанню – аеродинамічного опору середовища та опору, що виникає у підшипниках  $2$  працює практично з навантаженням холостого ходу. Виявляється, що чим більший статичний момент  $S$  маси дебалансів, тим більша амплітуда коливань і вища ефективність вібраційного впливу на оброблюване середовище, але тим більш потужний двигун необхідний для пуску [2].

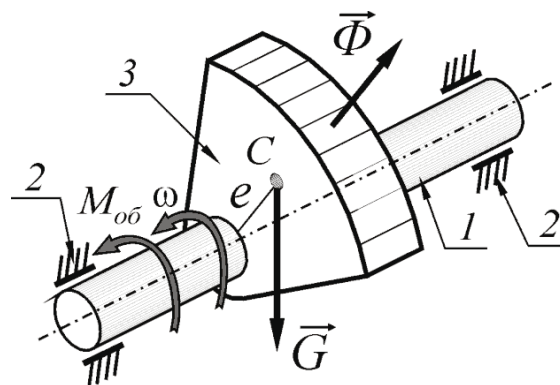


Рис. 1 – Відцентровий дебалансний віброзбуджувач

Певним чином зазначену проблему розв'язує застосування керованих механічних відцентрових дебалансних збуджувачів коливань (КМВДЗК), різні конструкції яких мають на дебалансному валу одразу по декілька дебалансів та пуск яких відбувається у зрівноваженому стані [3, 4]. Але для полегшення умов пуску все одно необхідно прагнути до мінімізації статичного моменту маси відповідних конструктивних елементів КМВДЗК, що обертаються.

**Постановка завдання.** Для дослідження впливу на загальну динамічну дію віброзбуджувача статичного моменту маси дебаланса складімо відповідну оптимізаційну задачу та розв'яжімо її.

**Основний матеріал і результати.** Розглянемо дебаланс, виготовлений у формі кругового сектора радіуса  $R$  із центральним кутом  $2\alpha$  певної товщини  $\delta$  (рис. 2). Його маса  $m = \rho \cdot V = \rho \cdot A \cdot \delta$ , де  $\rho$  – густина матеріалу виготовлення дебалансу,  $V$  та  $A$  – відповідно об'єм та площа його фронтальної поверхні.

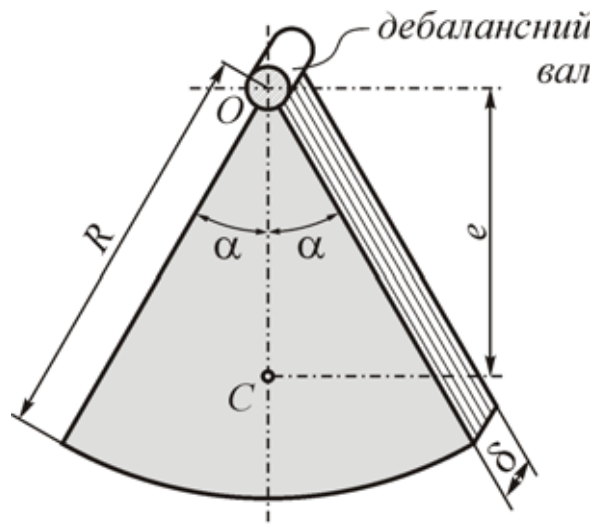


Рис. 2 – Дебаланс

Оскільки площа кругового сектора  $A = \alpha \cdot R^2$ , а віддаль від осі обертання до центра мас  $C$  кругового сектора, яка і визначає ексцентриситет дебалансу,  $OC = e = \frac{2 \cdot R \cdot \sin \alpha}{3 \cdot \alpha}$ , то  $m = \rho \cdot \delta \cdot \alpha \cdot R^2$  та

$$S = \rho \cdot \delta \cdot \alpha \cdot R^2 \cdot \frac{2 \cdot R \cdot \sin \alpha}{3 \cdot \alpha} = \frac{2}{3} \cdot \rho \cdot \delta \cdot R^3 \cdot \sin \alpha, \quad (1)$$

звідки очевидно, що для дебалансів, виготовлених з одного матеріалу й однакової товщини  $\delta$ , статичний момент  $S$  знаходиться у функціональній залежності від радіуса  $R$  та центрального кута  $2\alpha$ .

Якщо для збільшення значення  $S$  збільшувати радіус  $R$ , то збільшуватимуться і вказані вище негативні наслідки цього в момент пуску. Також необхідно враховувати те, що будь-яка технологічна

вібромашина має визначені скінченні геометричні розміри, які часто встановлюються в результаті достатньо складних розрахунків і міркувань, що також може якимось чином обмежувати значення радіуса  $R$ .

З іншого боку, певні технологічні вимоги до параметрів вібраційної машини, що пов'язані, наприклад, з потрібними для виконання того чи іншого технологічного процесу величинами збурної сили та (або) вантажопідйомності робочого органа вібромашини, накладають жорсткі обмеження на необхідне достатнє значення статичного моменту  $S$ .

Зазначене протиріччя не може бути вирішене у повному обсязі, але можна говорити про оптимальну геометричну форму дебалансу при заданому фіксованому значенні його радіуса –  $R = const$ .

Будемо розглядати рівняння (1) як математичну модель статичного моменту  $S$ , де як критерій оптимізації прийнято кут  $\alpha$ ; тоді цільова функція має вигляд  $S = S(\alpha) = \frac{2}{3} \rho \delta R^3 \cdot \sin \alpha$ , де  $\frac{2}{3} \rho \delta R^3 = const$  – за постановкою задачі, а  $0 < \alpha \leq 90^\circ$  – допустимі обмеження критерію оптимізації.

Для знаходження екстремального значення цільової функції визначимо першу похідну  $\frac{dS}{d\alpha} = \frac{2}{3} \rho \delta R^3 \cdot \cos \alpha$  та прирівняємо її до нуля

$$\frac{dS}{d\alpha} = \frac{2}{3} \rho \delta R^3 \cdot \cos \alpha = 0. \text{ Звідси знаходимо, що } \cos \alpha = 0, \text{ а } \alpha = \frac{\pi}{2}.$$

Для визначення екстремуму (*max* чи *min*) знайдемо другу похідну  $\frac{d^2S}{d\alpha^2} = -\frac{2}{3} \rho \delta R^3 \cdot \sin \alpha$  і з'ясуємо її знак при  $\alpha = \frac{\pi}{2}$ :

$$\frac{d^2S}{d\alpha^2}_{\alpha=\frac{\pi}{2}} = -\frac{2}{3} \rho \delta R^3 \cdot \sin \frac{\pi}{2} = -\frac{2}{3} \rho \delta R^3 < 0.$$

Оскільки друга похідна менша від нуля, то функція  $S = S(\alpha)$  при  $\alpha = \frac{\pi}{2} = 90^\circ$  має максимальне значення.

Реальний дебаланс такої форми є половиною циліндра радіуса  $R$  та

$$\text{висотою } \delta, \text{ у якого } e = \frac{2 \cdot R \cdot \sin \frac{\pi}{2}}{3 \cdot \frac{\pi}{2}} = \frac{2 \cdot R \cdot 1 \cdot 2}{3 \cdot \pi} = \frac{4R}{3\pi}, \text{ а } S = \frac{2 \delta R^3}{3} \cdot \rho.$$

Наприклад, нерухомий дебаланс вібраційного верстата ВІО-8 для об'ємної фінішної обробки дрібних деталей у середовищі вільного абразиву [5, 6] (рис. 3) має такі параметри:  $R = 60 \text{ мм}$ ,  $\delta = 39 \text{ мм}$ ,

$$e = \frac{4 \cdot 60}{3\pi} \approx 25,46 (\text{мм}) \text{ та } S = \frac{2 \delta R^3}{3} \cdot \rho = \frac{2 \cdot 0,039 \cdot 0,06^3}{3} \cdot 7870 \approx 44,2 \cdot 10^{-3} (\text{кг} \cdot \text{м}), \text{ де}$$

$\rho_{\text{ст}} = 7870 \text{ кг/м}^3$  – густина сталі, з якої виготовлений дебаланс.

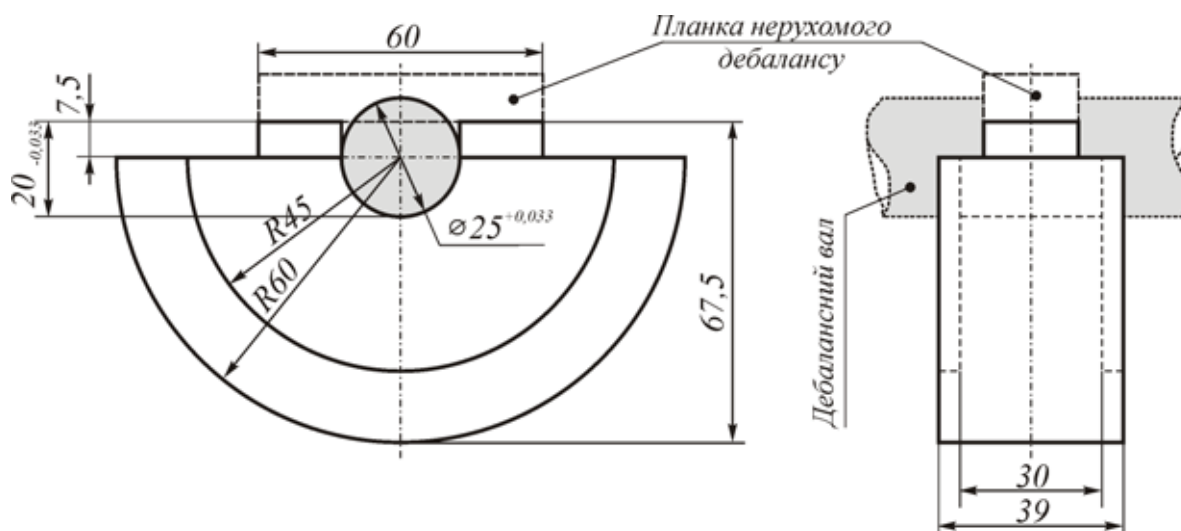


Рис. 3 – Нерухомий дебаланс вібраційного верстата ВІО-8

Для подальшого аналізу знімемо обмеження  $R = const$ , вважаючи, що радіус  $R$  дебалансу може набувати будь-яких значень, але введемо інше обмеження – на площу  $A$  фронтальної поверхні дебалансу, приймаючи  $A = const$ , що за умови незмінних товщини  $\delta$  та густини  $\rho$  визначатиме однакову кількість матеріалу, необхідну для виготовлення дебалансу (або однакову матеріалоемність).

Отже, якщо врахувати, що  $A = \alpha \cdot R^2$  і накладене обмеження ( $A = const$ ), то керовані змінні  $R$  та  $\alpha$  в такому разі пов'язані залежністю  $\alpha = \frac{A}{R^2}$ , з урахуванням чого з рівняння (1) отримаємо нову математичну

модель, у якій критеріями оптимізації є параметри  $R$  та  $\alpha$ , а цільова функція має вигляд  $S = S(R) = \frac{2\rho\delta}{3} \cdot R^3 \cdot \sin\left(\frac{A}{R^2}\right)$ , де  $\frac{2\rho\delta}{3} = const$  та  $A = const$  – за постановкою задачі, а допустимі обмеження критеріїв оптимізації –  $0 < \alpha \leq 90^\circ - \alpha$  і  $0 < R \leq R_{max}$ , де  $R_{max}$  – максимальне значення критерію  $R$ , яке може бути будь-яким.

Знаходимо першу похідну від цільової функції

$$\frac{dS}{dR} = \frac{2\rho\delta}{3} \cdot \left[ 3R^2 \cdot \sin\left(\frac{A}{R^2}\right) + R^3 \cdot \cos\left(\frac{A}{R^2}\right) \cdot A \cdot \left(\frac{-2}{R^3}\right) \right] =$$

$$= \frac{2\rho\delta}{3} \cdot \left[ 3R^2 \cdot \sin\left(\frac{A}{R^2}\right) - 2A \cdot \cos\left(\frac{A}{R^2}\right) \right]$$

та прирівнюємо її до нуля

$$\frac{2\rho\delta}{3} \cdot \left[ 3R^2 \cdot \sin\left(\frac{A}{R^2}\right) - 2A \cdot \cos\left(\frac{A}{R^2}\right) \right] = 0, \text{ звідки, врахувавши, що } \frac{2\rho\delta}{3} \neq 0,$$

матимемо  $3R^2 \cdot \sin\left(\frac{A}{R^2}\right) - 2A \cdot \cos\left(\frac{A}{R^2}\right) = 0$  або  $3 \cdot \sin\left(\frac{A}{R^2}\right) = 2 \cdot \frac{A}{R^2} \cdot \cos\left(\frac{A}{R^2}\right)$ .

Отримане рівняння необхідно розв'язати відносно критерію  $R$ . Але розв'язування та розв'язок його залежать від числового значення параметра  $A$ , яке в кожному випадкові може бути різним. Якщо ж урахувати, що  $\frac{A}{R^2} = \alpha$ , то отримаємо логічно тотожне рівняння

$$3 \cdot \sin \alpha = 2 \cdot \alpha \cdot \cos \alpha, \quad (2)$$

де шуканою величиною є критерій  $\alpha$ , а розв'язування цього рівняння не залежить від інших параметрів. Розв'язавши тригонометричне рівняння (2), отримаємо єдиний можливий у межах від  $0$  до  $360^\circ$  розв'язок –  $\alpha \approx 251,106^\circ$  (див., наприклад, рис. 4, де наведено графічний розв'язок).

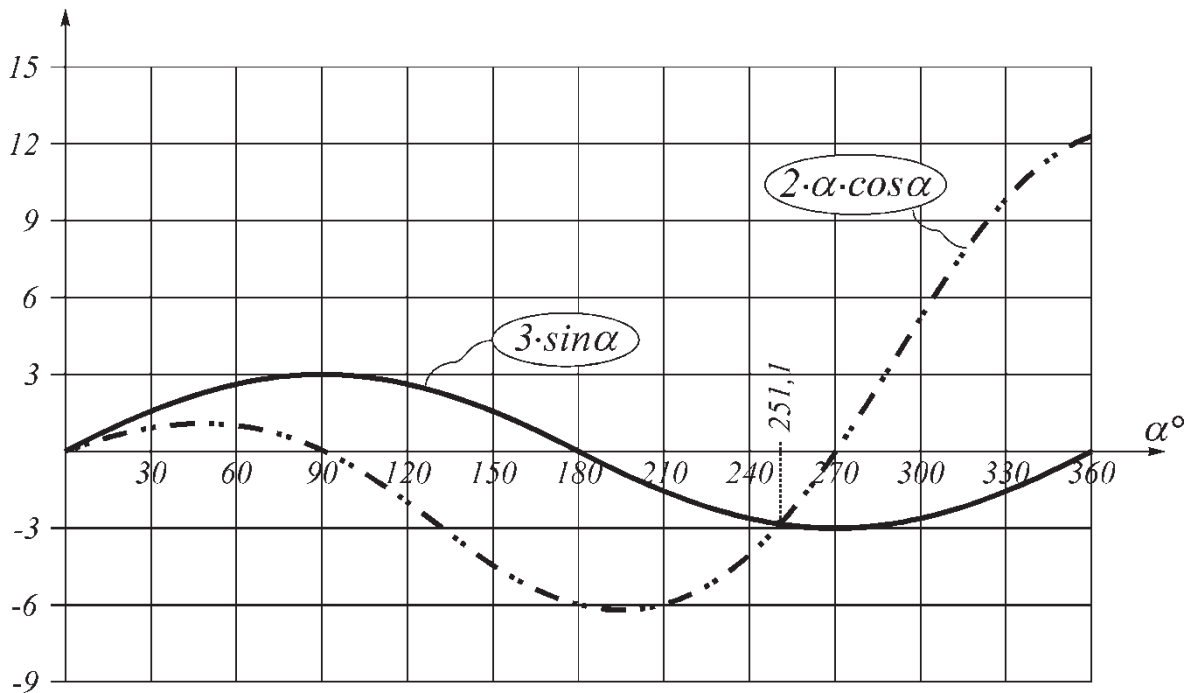


Рис. 4 – Графічний розв'язок рівняння  $3 \cdot \sin \alpha = 2 \cdot \alpha \cdot \cos \alpha$

Оскільки знайдений теоретичний розв'язок  $\alpha \approx 251,106^\circ$  рівняння (2) знаходиться за допустимими границями критерію  $\alpha$ , то він не може розглядатися як оптимальне значення критерію  $\alpha$  (дійсно, виготовити дебаланс із центральним кутом  $2\alpha \approx 2 \cdot 251,106^\circ = 502,212^\circ$  фізично неможливо).

**Висновки.** Отримані та викладені результати беззаперечно засвідчують, що в будь-якому випадку дебаланс із фронтальною поверхнею у формі півкола *максимально* збільшує загальну динамічну дію механічного відцентрового збуджувача коливань, що необхідно враховувати на етапах моделювання та конструювання різноманітних вібраційних технологічних машин, свідомо обираючи зазначену геометричну форму дебалансу (або дебалансів) механічних відцентрових збуджувачів коливань.

### Література

1. Жигилій С.М. Динаміка дебалансного вала керованого вібробуджувача УВВ-02 / С.М. Жигилій, К.С. Дяченко // Збірник наукових праць. Серія: Галузеве машинобудування, будівництво. – Полтава: ПолтНТУ, 2012. – Вип. 1(31). – С. 186 – 193.
2. Жигилій С.М. Дослідження динаміки дебалансного вала керованого вібробуджувача УВВ-03 / К.С. Дяченко, С.М. Жигилій // Збірник наукових праць. Серія: Галузеве машинобудування, будівництво. – Полтава: ПолтНТУ, 2012. – Вип. 2(32). – С. 159 – 164.
3. Жигилій С.М. Принцип роботи керованих механічних відцентрових дебалансних збуджувачів коливань / С.М. Жигилій, В.М. Бровко // Збірник наукових праць Міжнародної науково-практичної конференції «Проблеми розвитку дорожньо-транспортного і будівельного комплексів». – Кіровоград: КНТУ, 2013. – С. 28 – 31.
4. Жигилій С.М. Увеличение интенсивности вибрационного воздействия управляемого дебалансного вибровозбудителя / С.М. Жигилій, Е.С. Дяченко // Механика. Научные исследования и учебно-методические разработки: междунар. сб. науч. тр. Вып. 4 / М-во образования Респ. Беларусь, Белорус. гос. ун-т трансп.; под ред. А.О. Шимановского. – Гомель: БелГУТ, 2010. – С. 100 – 106.
5. Жигилій С.М. Управляемая вибрационная машина для подготовки металлической фибры: автореф. дис. канд. техн. наук / С.М. Жигилій / Полтавский государственный технический университет. – Полтава, 1997. – 16 с.
6. Вибрационный станок объемной финишной обработки ВИО-8 / Л.И. Сердюк, А.И. Касьянов, С.М. Жигилій. – Полтава: ПО «Знамя», 1988. – 4 с.

Надійшла до редакції 07.04.2014  
©С.М. Жигилій