

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ СИЛИКАТНОГО КИРПИЧА

Произведена статистическая оценка некоторых параметров силикатного кирпича: прочности на сжатие, прочности на изгиб, геометрических отклонений длины и высоты кирпича. Определены законы распределений этих параметров и найдены все характеристики распределений: выборочное среднее значение, выборочное среднеквадратическое отклонение и коэффициент вариации.

Ключевые слова: *прочность кирпича, геометрические отклонения, статистическая оценка, закон распределения.*

СТАТИСТИЧНА ОЦІНКА ПАРАМЕТРІВ СИЛІКАТНОЇ ЦЕГЛИ

Виконано статистичне оцінювання деяких параметрів силікатної цегли: міцності на стиск, міцності на вигин, геометричних відхилень довжини та висоти цегли. Визначено закони розподілу цих параметрів і знайдено всі характеристики розподілів: вибіркове середнє значення, вибіркове середньоквадратичне відхилення й коефіцієнт варіації.

Ключові слова: *міцність цегли, геометричні відхилення, статистичне оцінювання, закон розподілу.*

STATISTICAL ESTIMATION OF PARAMETERS OF SILICA BRICK

The article made statistical evaluation of some parameters of silica brick: compressive strength, Flexural strength, geometrical deviations of the length and height of the brick. Defined by the laws of the distributions of these parameters and found all the characteristics of distributions of sample mean, sample standard deviation and coefficient of variation.

Keywords: *durability of brick, geometric deviations, statistical evaluation, the distribution law.*

Введение. Для решения задач надежности следует предусматривать уточнение исходных данных, относящихся к сопротивлению материалов, их обеспеченность, параметры распределения механических свойств. Все эти значения можно получить только на основе представительных статистических данных по однородности механических, а также геометрических характеристик.

Обзор последних исследований и публикаций. Основоположниками современных представлений о работе кладки и методов расчета ее прочности и деформативности являются Л.И. Онищик и С.В. Поляков со своими научными школами. Данная область исследований привлекла таких ученых, как Н.В. Морозов, Н.А. Попов, С.А. Семенцов, А.А. Шишкин, Н.Ф. Давыдов, В.Л. Камейко, И.Т. Котов, В.И. Коноводченко, С.В. Кожаринов, Б.С. Соколов, Л.Р. Маилян, В.Д. Райзер [1], П.Г. Комохов, Е.Г. Малышев, М.Я. Пильдиш, С.М. Сафаргалиев, П.Ф. Вахненко, О.М. Донченко, И.А. Дегтев, В.А. Цапаев, В.В. Пангаев, А.Е. Наумов, а также зарубежных исследователей, среди них: Э. Грунау, Ф. Андеррег, О. Броккер, К. Коннор, Л. Парсон, А. Anthoine, А. Cecchi, Р. Kleeman, L. Berto, A. Hendry и др.

Выделение нерешенных ранее частей общей проблемы. В данное время ощущается недостаток исследований, связанных с учетом случайных факторов, касающихся прочности кирпича на сжатие и изгиб, а также его геометрических отклонений. Стандарты на материалы устанавливают определенные требования к характеристикам строительных конструкций, при этом требования стандартов выполняются лишь с определенной вероятностью. Следует отметить, что эти стандарты касаются только строительных материалов на стадии заводского изготовления.

С введением в действие нормативного документа [2] искусственные камни различают по типам и группам. Прочностными характеристиками кирпича, регламентируемыми нормами [3] (для керамического) и [4] (для силикатного), являются граница прочности на сжатие и граница прочности на изгиб. Допускается определять прочность на сжатие и неразрушающим методом.

Постановка задачи. В связи с этим интерес представляет статистическая оценка прочности кирпича на сжатие и изгиб, а также геометрических отклонений и установление законов распределения этих параметров. В данном исследовании рассмотрены свойства силикатного полнотелого кирпича марки М150 (данные любезно предоставлены Купянским силикатным заводом), размер кирпича 250x120x88 мм.

Методика исследований. Используются методы математической статистики – обработка данных [5].

Основной материал и результаты. Основные требования к параметрам и технические требования к силикатному кирпичу приведены в нормативном документе [4].

Виды, размеры изделий должны соответствовать указанным в табл.1.

Таблица 1. Геометрические размеры силикатного кирпича по ДСТУ

Вид изделия	Длина, мм	Ширина, мм	Толщина, мм
Кирпич одинарный	250	120	65
Кирпич утолщенный	250	120	88

По средней плотности изделия в высушенном до постоянной массы состоянии подразделяют на:

- легкие со средней плотностью до 1450 кг / м³;
- облегченные со средней плотностью от 1451 до 1650 кг / м³;
- тяжелые со средней плотностью свыше 1650 кг / м³.

По прочности изделия подразделяют на марки 75, 100, 125, 150, 175, 200, 250, 300. По морозостойкости кирпич и камни разделяют на марки F15, F25, F35, F50.

Водопоглощение изделий должно быть больше 6%.

Предел прочности кирпича на сжатие и изгиб (без вычета площади пустот) для соответствующей марки по прочности должен быть не менее значений, приведенных в таблице 2.

**Таблица 2. Граница прочности на сжатие и изгиб
для силикатного полнотелого кирпича марки М150**

Марка кирпича по прочности	Граница прочности, МПа (кгс/см ²)			
	на сжатие		на изгиб	
	среднее значение для пяти образцов	наименьшее отдельное значение	среднее значение для пяти образцов	наименьшее отдельное значение
М150	15 (150)	12,5 (125)	2,7 (27)	1,8 (18)

Кирпич – искусственный камень, который изготавливается из минеральных материалов и подвергается термической обработке. Качество кирпича напрямую зависит от качества материала, из которого он производится – глины или песка и извести.

В связи с этим можно выделить следующие особенности кирпича:

- расхождение между статистическими характеристиками прочности при сжатии и изгибе и геометрических размеров образцов кирпича, используемых для контроля прочности;
- зависимость изменчивости свойств кирпича от технологии изготовления и сырья;
- зависимость изменчивости свойств от времени.

Кирпичным изделиям предъявляются следующие технологические требования (дефекты кирпича при изготовлении показаны на рис. 1):

- предельные отклонения от номинальных размеров изделия не должны превышать по длине, ширине и толщине ± 2 мм;
- изделия должны иметь форму прямоугольного параллелепипеда;
- непараллельность граней изделий не должна превышать 1 мм;
- поверхность граней изделий должна быть плоской, ребра – прямолинейными;
- отбитости и притупленности углов и ребер, шероховатости или срыв грани, трещины и другие повреждения на лицевых поверхностях лицевых изделий не допускаются.



**Рис. 1. Дефекты силикатного
кирпича:
а, б – раскалывание, трещины,
сколы; в – дефекты,
обусловленные включением
глинистых частичек**

1. Статистические показатели прочности кирпича на сжатие

Проверим гипотезу о нормальном распределении Y (прочности кирпича на сжатие) в диапазоне значений от 139,8 до 184,8 кгс/см², установив уровень значимости $\alpha=0,05$. Интервальное распределение имеет вид, указанный в таблице 3.

Таблица 3. Статистическое распределение выборки

Номер интервала	i	1	2	3	4	5	6
Пределы интервала	y_i	139,8	147,3	154,8	162,3	169,8	177,3
	y_{i+1}	147,3	154,8	162,3	169,8	177,3	184,8
Частота	n_i	1	6	66	120	105	37

n_i – частота, которая наблюдается.

Найдем середины интервалов (табл. 4).

Таблица 4. Дискретный вариационный ряд

y_i^*	143,55	151,05	158,55	166,05	173,55	181,05
n_i	1	6	66	120	105	37

Вычислим выборочное среднее и выборочное среднеквадратическое отклонения:

$$\bar{y}_e^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^6 y_i^* \cdot n_i = 168,244 \text{ кгс/см}^2; \quad (1)$$

$$\sigma_e^* = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^6 (y_i^*)^2 n_i - (\bar{y}_e^*)^2} = 7,37 \text{ кгс/см}^2. \quad (2)$$

Вычисляем теоретические вероятности p_i и теоретические частоты:

$$p_i = \Phi(z_{i+1}) - \Phi(z_i), \quad (3)$$

$$n'_i = n \cdot p_i, \quad (4)$$

здесь

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z e^{-\frac{x^2}{2}} dx - \text{функция Лапласа}, \quad (5)$$

$$z_i = \frac{(y_i - \bar{y}_e^*)}{\sigma_e^*}; \quad z_{i+1} = \frac{(y_{i+1} - \bar{y}_e^*)}{\sigma_e^*}. \quad (6-7)$$

После определения теоретических и эмпирических частот находим значение критерия Пирсона χ^2 :

$$\chi_{\text{набл.}}^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(n_i - n'_i)^2}{n'_i} = 3,183878. \quad (8)$$

По таблице критических точек распределения χ^2 по заданному уровню значимости $\alpha = 0,05$ и числу степеней свободы $k = s - 3 = 6 - 3 = 3$ (s – число интервалов) находим $\chi_{\text{крит.}}^2 = 7,81473$.

Так как $\chi_{\text{набл.}}^2 < \chi_{\text{крит.}}^2$, то гипотезу о **нормальном распределении прочности кирпича на сжатие** в диапазоне значений от 139,8 до 184,8 кгс/см² принимаем (рис. 2).

Коэффициент вариации

$$v = \frac{\sigma}{\bar{y}} = \frac{7,37}{168,244} 100\% = 4,38\% \quad (9)$$

Поскольку $v \leq 30\%$, то совокупность однородна, а вариация слабая.

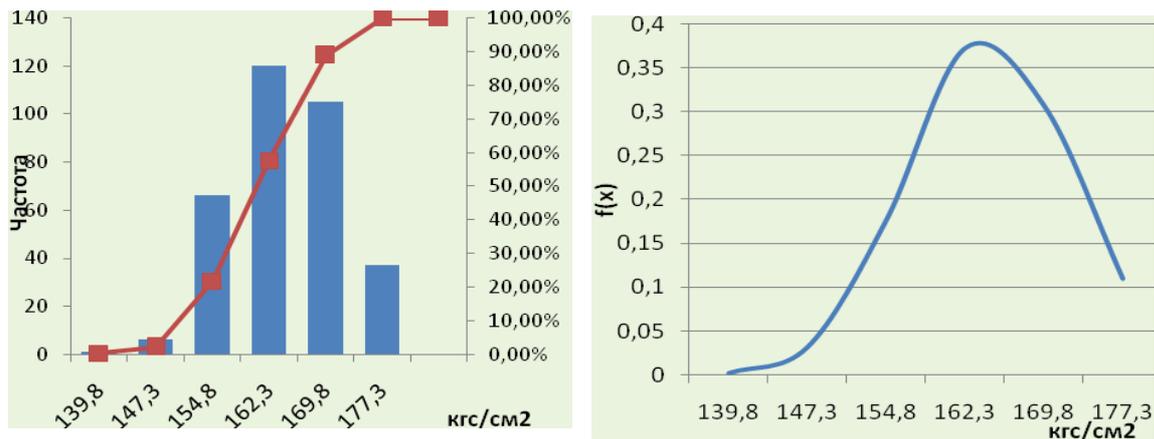


Рис. 2. Гистограмма и график плотности распределения прочности кирпича на сжатие

2. Статистические показатели прочности кирпича на изгиб

Используя критерий Пирсона, при уровне значимости $\alpha = 0,05$ проверим, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности Y (прочности кирпича на изгиб) с эмпирическим распределением выборки объема $n = 350$ (табл. 5).

Таблица 5. Дискретный вариационный ряд

y_i	21	24	27	30	33	36
n_i	11	44	88	96	86	25

Вычислим выборочное среднее и выборочное среднеквадратическое отклонения:

$$\bar{y}_e = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^6 y_i \cdot n_i = 29,37 \text{ кгс/см}^2; \quad (10)$$

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^6 (y_i - \bar{y}_e)^2 n_i} = 3,7 \text{ кгс/см}^2. \quad (11)$$

Вычислим теоретические частоты, учитывая, что объем выборки $n = 350$, шаг $h=3$, $\sigma_e = 3,7 \text{ кгс/см}^2$:

$$n'_i = \frac{nh}{\sigma_e} \cdot \varphi(u_i) = 283,78 \cdot \varphi(u_i), \quad (12)$$

где
$$\varphi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}}. \quad (13)$$

После определения теоретических и эмпирических частот находим значение критерия Пирсона χ^2 в соответствии с формулой (8)

$$\chi^2_{\text{набл.}} = \sum_{i=1}^n \frac{(n_i - n'_i)^2}{n'_i} = 7,27013.$$

В нашем случае $\chi^2_{\text{крит.}}(0,05;3) = 7,81473$.

Так как $\chi^2_{\text{набл.}} < \chi^2_{\text{крит.}}$, то гипотезу о **нормальном распределении** генеральной совокупности Y принимаем (рис. 3).

Коэффициент вариации

$$v = \frac{\sigma}{\bar{y}} = \frac{3,7}{29,37} 100\% = 12,598\%$$

Поскольку $v \leq 30\%$, то совокупность однородна, а вариация слабая.

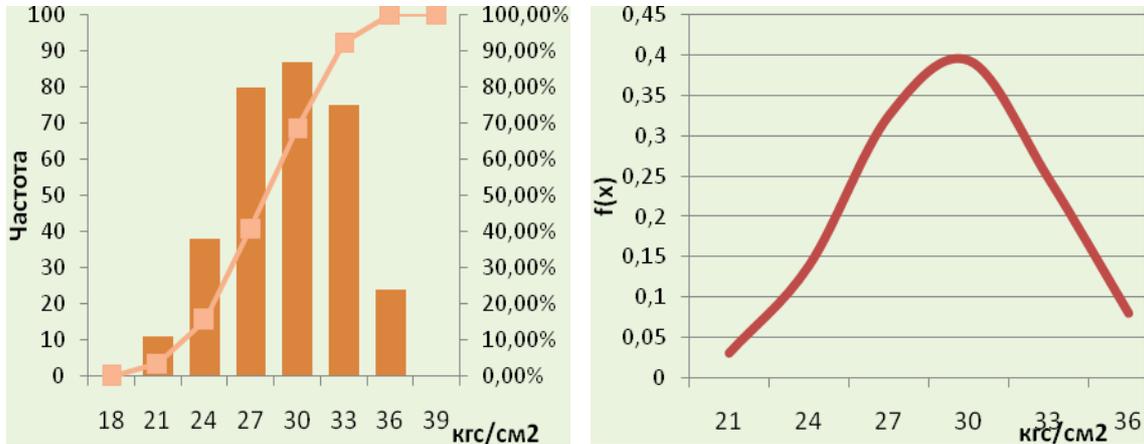


Рис. 3. Гистограмма и график плотности распределения прочности кирпича на изгиб

3. Статистические параметры геометрических отклонений длины кирпича

Проверим гипотезу о нормальном распределении Y (длины кирпича) в диапазоне значений от 0 до 3,5 мм, установив уровень значимости $\alpha=0,05$. Интервальное распределение полученных результатов имеет вид, указанный в таблице 6.

Таблица 6. Статистическое распределение выборки

Номер интервала	i	1	2	3	4	5	6	7
Пределы интервала	y_i	0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
	y_{i+1}	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5
Частота	n_i	27	42	80	72	48	22	10

n_i – частота, которая наблюдается.

Найдем середины интервалов (табл. 7).

Таблица 7. Дискретный вариационный ряд

y_i^*	0,25	0,75	1,25	1,75	2,25	2,75	3,25
n_i	27	42	80	72	48	22	10

Выборочное среднее и выборочное среднее квадратическое отклонение вычислим в соответствии с формулами (1), (2):

$$\bar{y}_e^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^7 y_i^* \cdot n_i = 1,545681 \text{ мм}; \quad \sigma_e^* = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^7 (y_i^*)^2 n_i - (\bar{y}_e^*)^2} = 0,75072 \text{ мм}.$$

Определим теоретические вероятности p_i и теоретические частоты n'_i в соответствии с формулами (3) – (7).

Далее по известным эмпирическим и теоретическим частотам находим значение критерия Пирсона χ^2 по формуле (8)

$$\chi^2_{\text{набл.}} = \sum_{i=1}^n \frac{(n_i - n'_i)^2}{n'_i} = 2,292481.$$

Имеем $\chi^2_{\text{крит.}} = 9,5$.

Так как $\chi^2_{\text{набл.}} < \chi^2_{\text{крит.}}$, то гипотезу о **нормальном распределении** длины кирпича в диапазоне от 0 до 3,5 мм принимаем (рис. 4).

Коэффициент вариации

$$v = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{0,75072}{1,545681} 100\% = 48,569\%$$

Так как $v \leq 30\%$, то совокупность неоднородна, а вариация сильная.

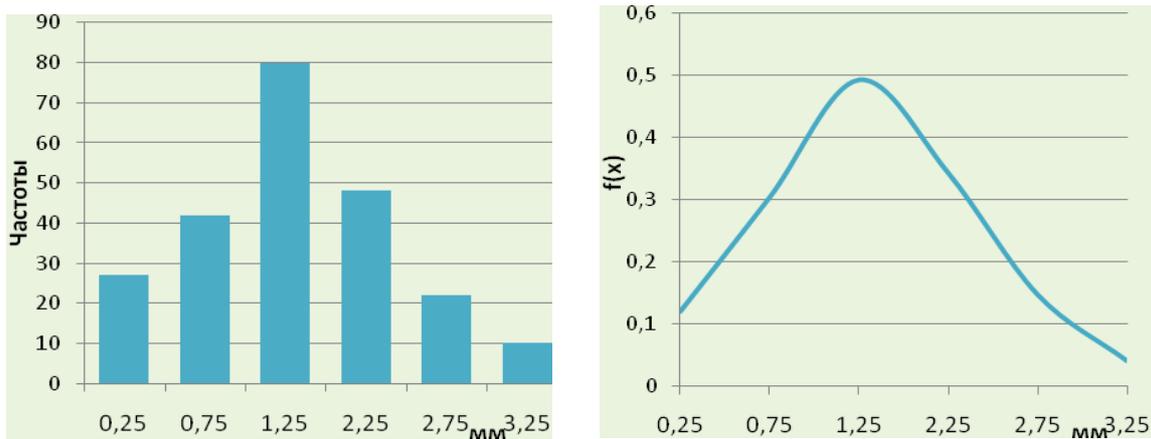


Рис. 4. Гистограмма и график плотности распределения геометрических отклонений длины кирпича

4. Статистические показатели геометрических отклонений высоты кирпича

Проверим гипотезу о равномерном распределении Y (высоты кирпича) в диапазоне значений от -2 до 2 мм, установив уровень значимости $\alpha=0,05$. Для вычисления теоретических частот n'_i разбиваем интервал наблюдаемых значений y_i на 8 частей. Интервальное распределение полученных результатов имеет вид, указанный в таблице 8.

Таблица 8. Статистическое распределение выборки

Номер интервала	i	1	2	3	4	5	6	7	8
Пределы интервала	y_i	-2	- 1,5	-1,0	- 0,5	0	0,5	1,0	1,5
	y_{i+1}	-1,5	- 1,0	- 0,5	0	0,5	1,0	1,5	2,0
Частота	n_i	35	43	31	47	33	46	36	44

n_i – частота, которая наблюдается.

Найдем середины интервалов (табл. 9).

Таблица 9. Дискретный вариационный ряд

y_i^*	- 1,75	- 1,25	- 0,75	- 0,25	0,25	0,75	1,25	1,75
n_i	35	43	31	47	33	46	36	44

Вычислим выборочное среднее и выборочное среднеквадратическое отклонения в соответствии с формулами (1), (2):

$$\bar{y}_e^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^8 y_i^* \cdot n_i = 0,0468 \text{ мм. } \sigma_e^* = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^8 (y_i^*)^2 n_i - (\bar{y}_e^*)^2} = 1,145 \text{ мм.}$$

Найдем оценки параметров a^* и b^* равномерного распределения:

$$a^* = \bar{y}_e^* - \sqrt{3} \cdot \sigma_e^* = 0,0468 - \sqrt{3} \cdot 1,145 = -1,9364 \text{ мм;} \quad (14)$$

$$b^* = \bar{y}_e^* + \sqrt{3} \cdot \sigma_e^* = 0,0468 + \sqrt{3} \cdot 1,145 = 2,03 \text{ мм.} \quad (15)$$

Тогда плотность вероятности предполагаемого распределения будет иметь вид

$$f(x) = \frac{1}{b^* - a^*} = \frac{1}{2,03 + 1,9364} = 0,252. \quad (16)$$

По известным эмпирическим и вычисленным теоретическим частотам находим значение критерия Пирсона χ^2 по формуле (8)

$$\chi_{\text{набл.}}^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(n_i - n_i')^2}{n_i'} = 6,091189.$$

Определим границу критической области. Так как статистика Пирсона измеряет разницу между эмпирическим и теоретическим распределениями, то чем больше ее наблюдаемое значение $\chi_{\text{набл.}}^2$, тем сильнее довод против основной гипотезы. Поэтому критическая область для этой статистики всегда правосторонняя $[\chi_{\text{кр.}}^2; +\infty)$. Её границу $\chi_{\text{кр.}}^2 = \chi^2(k-r-1; \alpha)$ находим по таблицам распределения χ^2 и заданным значениям $\alpha = 0,05$, $k=8$ (число интервалов), $r=2$ (параметры a и b). $\chi_{\text{кр.}}^2 = 11,07$; $\chi_{\text{набл.}}^2 = 6,09$.

Наблюдаемое значение статистики Пирсона не попадает в критическую область $\chi_{\text{набл.}}^2 < \chi_{\text{кр.}}^2$, поэтому нет оснований отвергать основную гипотезу. Справедливо предположение о том, что данные выборки имеют **равномерный закон** (рис. 5).

Коэффициент вариации

$$v = \frac{\sigma}{\bar{y}} = \frac{1,145}{0,0468} 100\% = 24,4658\%$$

Поскольку $v \leq 30\%$, то совокупность однородна, а вариация слабая.



Рис. 5. Гистограмма и график плотности распределения геометрических отклонений высоты кирпича

Вывод. Таким образом, определены законы распределения для параметров силикатного полнотелого кирпича марки М150: прочности на сжатие, прочности на изгиб, геометрических отклонений кирпича по длине и высоте, а также получены все статистические характеристики указанных параметров (табл. 10).

Таблица 10. Статистическая оценка параметров силикатного кирпича

Параметры кирпича	Закон распределения	Выборочное среднее \bar{y}_g^*	Выборочное среднее квадратическое σ_g^*	Коэффициент вариации v , %
Прочность на сжатие	нормальный	168,244 кгс/см ²	7,37 кгс/см ²	4,38
Прочность на изгиб	нормальный	29,37 кгс/см ²	3,7 кгс/см ²	12,598
Длина	нормальный	1,545681 мм	0,75072 мм	48,569
Высота	равномерный	0,0468 мм	1,145 мм	24,4658

Литература

1. Райзер, В.Д. Расчет и нормирование надежности строительных конструкций / В.Д. Райзер. – М.: Стройиздат, 1978. – 344 с.
2. ДБН В.2.6-162:2010. Кам'яні та армокам'яні конструкції. – К.: Мінрегіонбуд України, 2011. – 97 с.
3. ДСТУ Б.В.2.7-61:2008. Цегла та камені керамічні рядові і лицьові. Технічні умови. – К.: Мінрегіонбуд України, 2009. – 27 с.
4. ДСТУ Б.В.2.7-80-98. Цегла та камені силікатні. Технічні умови. – К.: Держбуд України, 1999. – 16 с.
5. Венцель, Е.С. Теория вероятностей: учеб. для вузов. – 6-е изд., стер. / Е.С. Венцель. – М.: Высш. шк., 1999. – 576 с.

Надійшла до редакції 14.12.2014
© О.О. Аршава, О.В. Кічаєва, К.В. Пульна