

Ю.Л. Винников, д.т.н., професор
М.О. Харченко, к.т.н.

Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка

ІМОВІРНІСНІ МЕТОДИ В ГЕОТЕХНІЦІ

Наведено аналіз експериментальних статистичних даних фізико-механічних властивостей ґрунтів, у тому числі й штучних основ. Виконано огляд досягнень у галузі ймовірнісних розрахунків основ фундаментів. Особливу увагу приділено методам ймовірнісної оцінки напружено-деформованого стану (НДС) основ фундаментів за допомогою методу скінченних елементів (МСЕ).

Ключові слова: ймовірнісний розрахунок, напружено-деформований стан, метод скінченних елементів, випадкові величини, статистичні параметри, щільність розподілу, основа, фундаменти.

Ю.Л. Винников, д.т.н., профессор
М.А. Харченко, к.т.н.

Полтавский национальный технический университет имени Юрия Кондратюка

ВЕРОЯТНОСТНЫЕ МЕТОДЫ В ГЕОТЕХНИКЕ

Приведен анализ экспериментальных статистических данных физико-механических свойств ґрунтов, в том числе и искусственных оснований. Выполнен обзор достижений в отрасли вероятностных расчетов оснований фундаментов. Особое внимание уделено методам вероятностной оценки напряженно-деформированного состояния (НДС) оснований фундаментов с помощью метода конечных элементов (МКЭ).

Ключевые слова: вероятностный расчет, напряженно-деформированное состояние, метод конечных элементов, случайные величины, статистические параметры, плотность распределения, основание, фундаменты.

Y. Vynnykov, ScD, Professor
M. Kharchenko, PhD

Poltava National Technical Yuri Kondratyuk University

PROBABILISTIC METHODS IN GEOTECHNICAL

The analysis of experimental statistical data of physical and mechanical properties of soils including artificial bases is presented. The review of achievements in probabilistic design of foundations base is performed. Particular attention is paid of probabilistic methods of analysis of stressed-deformed state (SDS) of foundations base using finite elements method (FEM).

Keywords: probabilistic design, stressed-deformed state, finite elements method, random variables, statistical parameters, probability density function, base, foundations.

Постановка проблеми в загальному вигляді та її зв'язок із важливими практичними завданнями. Розрахунок основ фундаментів будівель і споруд виконують на базі методу граничних станів відповідно до норм проектування. Згідно з ними всі вихідні параметри, які є випадковими за своєю природою, замінюються усередненими детермінованими значеннями, а вплив їх мінливості на будівлю чи споруду враховують за допомогою відповідних коефіцієнтів «запасу» чи «надійності». Розрахунками перевіряють лише граничні стани, при досягненні яких конструктивні елементи споруди, споруда в цілому чи її основа перестає задовольняти задані експлуатаційні вимоги [1].

При розрахунку будівель і споруд на деформованій основі необхідно розв'язувати складну задачу, яка включає в себе оцінювання жорсткості й міцності основи, просторової жорсткості й міцності споруди, її елементів і вузлів та їх взаємозв'язок, характер перерозподілу напружень. Тому виникає необхідність розглядання основи і будівлі (споруди) як єдиної просторової стохастичної системи і розроблення методів її розрахунку [2].

Якщо розглядати надійність системи «основа – фундамент – будівля» (ОФБ), то на неї будуть впливати, головним чином, три фактори: 1) зовнішні навантаження і впливи (у тому числі інженерно-геологічні процеси); 2) міцність і деформативність конструктивних елементів будівлі; 3) міцність і деформативність основи. Ці чинники не є постійними в часі і мають мінливий характер. Тобто ймовірнісний підхід до визначення рівня надійності зумовлений тим, що всі характеристики міцності та деформативності системи ОФБ, а також всі впливи на неї є випадковими величинами (ВВ) чи випадковими процесами [3].

Про ймовірнісну природу навантажень і впливів існує низка фундаментальних праць [4 – 8]. Навантаження (вхідні параметри), які діють на конструкцію в цей момент чи будуть діяти у майбутньому, точно невідомі. Вони можуть бути оцінені замірами навантажень на подібних конструкціях, але заміри навантажень на двох конструкціях ніколи не будуть ідентичними.

Міцність і деформативність конструктивних елементів характеризують їх геометричними параметрами і фізико-механічними властивостями матеріалів, з яких вони виготовлені. Мінливість геометричних параметрів досліджувалася в роботах [1, 2, 6, 8, 9]. Змінність фізико-механічних властивостей більшості конструктивних матеріалів внесено до норм. Так, коефіцієнт варіації призмової міцності бетону на стиск складає $v_x=13,5\%$, міцності арматурної сталі на розтяг – $v_x=5\%$, модуля пружності бетону – $v_x=4,4 - 9,2\%$. Розкид значень геометричних параметрів і фізико-механічних властивостей матеріалів може збільшуватися лише за умови неякісних робіт. У процесі експлуатації будівель і споруд геометричні параметри і фізико-механічні властивості матеріалів їх конструкцій змінюються (за рахунок корозії, механічних пошкоджень, втомлюваності тощо).

Основа фундаментів може бути природною, поліпшеною чи штучною. Розкид значень фізико-механічних властивостей ґрунтів природної основи зумовлено різноманітністю їх складу й структури, впливом на них геологічних й інженерно-геологічних процесів, їх полідисперсністю, багатофазністю і полімінеральністю, характером внутрішніх зв'язків, величиною напружень тощо. Крім цього, вони змінюються у часі за рахунок інженерно-геологічних процесів (землетруси, зсуви, суфозія, карстові провали, зміна рівня ґрунтових вод тощо). Мінливість властивостей штучних і поліпшених основ характеризується випадковою природою ґрунтів, мінливістю використаних матеріалів, змінністю технологічних параметрів та інших факторів [10 – 33]. Стохастична природа основи схематично зображена на рис. 1.

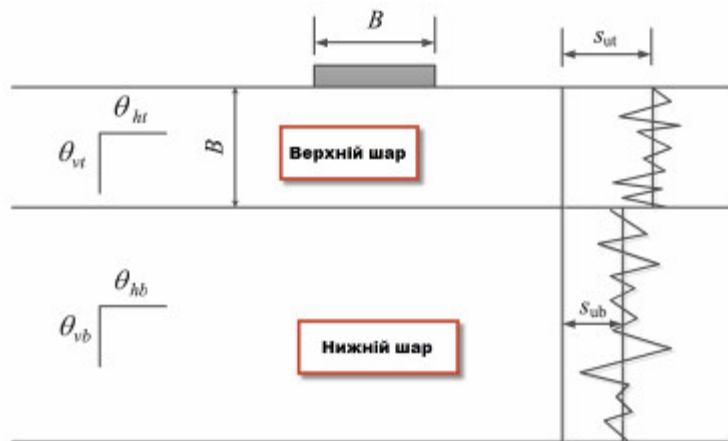


Рис. 1. Ілюстрація стохастичної природи основи фундаментів

Серед вищеназваних найменш вивченими є статистичні параметри та закони розподілу розкиду фізико-механічних характеристик ґрунтів, їх зміна у процесі зведення та експлуатації будівель і споруд, а також вплив від інженерно-геологічних процесів. Можна підсумувати, що напруження та деформації основ фундаментів – це просторово-часові випадкові поля, властивості яких залежать від неоднорідності ґрунтового масиву, а також просторових і часових флуктуацій зовнішніх навантажень і впливів. Розкид значень фізико-механічних характеристик як природних, так і штучних ґрунтових масивів більший за розкид в інших матеріалах будівельних конструкцій. Зокрема, згідно з ДСТУ Б В.2.1-5-96 однорідним вважається інженерно-геологічний елемент, якщо коефіцієнт варіації для фізичних властивостей не перевищує $v_k < 15\%$, а для механічних – $v_k < 30\%$. Зменшити неоднорідність деформативності основи можливо також за рахунок глибоких фундаментів чи її поліпшення інженерними методами (армування, ущільнення тощо).

Певною проблемою вдосконалення ймовірнісних методів розрахунку основ і фундаментів є обмежена кількість вихідних даних характеристик ґрунтів, що отримані під час інженерно-геологічних вишукувань. Для підвищення достовірності розрахункових параметрів характеристик міцності й деформативності ґрунтів потрібно збільшувати кількість зразків при випробовуваннях, що є досить затратним рішенням.

З метою автоматизації оцінювання НДС основ фундаментів останнім часом дуже часто використовують МСЕ, у тому числі й із залученням ймовірнісних методів. На рис. 2 зображено приклад детермінованої та стохастичної СЕ розрахункової схеми.

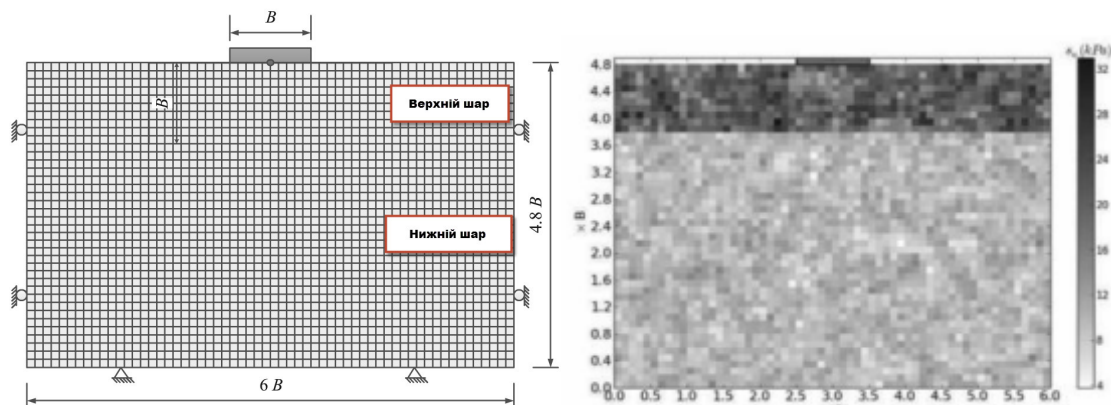


Рис. 2. Детермінована та стохастична скінченноелементна розрахункова схема основи фундаментів

Тому на сучасному етапі розвитку проектування будівель і споруд доцільно удосконалити розрахунком методу скінченних елементів (МСЕ) сумісно з основами і фундаментами із залученням імовірнісних підходів. При цьому виникне можливість контролювати надійність не окремих елементів та вузлів, а всієї системи ОФБ у цілому. Тому дослідження у галузі чисельних розрахунків МСЕ в імовірнісній постановці системи ОФБ є безперечно актуальним питанням сьогодення.

Аналіз останніх досліджень і публікацій, у яких започатковано розв'язання цієї проблеми. Надійність системи «основа – фундамент – будівля» вивчали І.У. Альберт [13], Б.А. Гарагаш [2], М.Н. Гольдштейн, М.Н. Єрмолаєв, О.П. Пшенічкін [3], З.Г. Тер-Мартirosян [12], О.М. Трофімчук [17], G. Beacher, C. Onisiphorou, K. Phoon [42] та ін.

Для наближення моделі штучних основ до їх дійсного НДС ураховуються особливості неоднорідності ґрунту. Цьому присвячено праці Г.К. Бондарика, О.К. Бугрова, М.Н. Гольдштейна, М.Н. Єрмолаєва, О.І. Ігнатової, І.І. Кандаурова, М.В. Корнієнка, В.І. Крутова, Б.П. Макарова, М.М. Маслова, В.В. Міхеєва, О.В. Пілягіна, А.П. Полака, М.В. Раца, З.Г. Тер-Мартirosяна, Л.М. Тимофєєвої, С.Й. Цимбала, К.Ш. Шадунца, В.І. Шейніна, О.В. Школи та ін.

Низка вчених працює в галузі ймовірнісного розв'язання геотехнічних задач: T. Wu, G. Meyerhof, E. Vanmarke, G. Baecher, M. Harr, R. Whitman, R. Bea, K. Ronold, P. Bjerager, J. Christian, S. Lacasse, F. Nadim, N. Morgenstern, F. Kulhawy, K. Phoon, Tang, J. Duncan, T. Vick, A. Rechenmacher, J. Won, B. Look, M. Huber, D. Griffiths, G. Fenton, S. Vaars та ін. [13 – 31], що дало можливість підвищити надійність проектних рішень і оцінити ймовірність відмови.

Розвиваються й рішення геотехнічних задач МСЕ. Але ймовірнісний підхід при моделюванні МСЕ геотехнічних процесів розвинений ще слабо [31]. Декілька наукових центрів у Європі: Graz University of Technology (G. Peschl, H. Schweiger, R. Pottler і R. Thurner); University of Manchester (M. Hicks); Dutch Ministry of Public Affairs (H. Bakker); Delft University of Technology (P. Waarts), ПолтНТУ (Ю.Л. Винников, М.О. Харченко) й у США та Канаді займаються розв'язанням цих питань [32 – 45].

Виділення не розв'язаних раніше частин загальної проблеми, яким присвячується стаття. Перш за все слід визначитися із законами розподілу ВВ та статистичними параметрами, що притаманні для характеристик як природних ґрунтів, так і штучних масивів. Вивчити закономірності, що відбуваються в ґрунтових масивах протягом експлуатації будівель і споруд. Визначити закон розподілу ВВ і статистичні параметри навантажень на основу фундаментів. Треба з'ясувати доцільність застосування різних імовірнісних методів розрахунку при оцінюванні НДС ґрунтових основ, у тому числі й за допомогою чисельних методів.

Тому за **мету роботи** прийнято виконати системний аналіз експериментальних статистичних даних фізико-механічних властивостей ґрунтів, у тому числі й штучних основ; світових досягнень у галузі ймовірнісних розрахунків основ фундаментів; проаналізувати НДС основ фундаментів оцінюванням МСЕ з використанням пружно-пластичної моделі та імітаційного моделювання.

Виклад основного матеріалу дослідження.

1. Природні ґрунти. Як статистичні параметри ВВ властивостей ґрунтів прийнято математичне очікування μ_x , середнє квадратичне відхилення (стандарт) σ_x , коефіцієнт варіації v_x і закон розподілу. Значення коефіцієнтів варіації (COV) і законів розподілу (probability density function) ВВ властивостей природних ґрунтів за даними різних авторів зведено до табл. 1.

**Таблиця 1. Значення коефіцієнта варіації v_x (COV)
та законів розподілу для різних характеристик природного ґрунту**

Характеристика	Коефіцієнт варіації v_x (COV), % Закон розподілу (probability density function)			
	пісок	супісок	суглинок	глина
Вологість, w	30–50/4,4–49/ нормальний	10–30/6,2–27,7/8–30 нормальний	8–28/3,8–15/8–30 нормальний	4–25/12,65/8–30 нормальний
Коефіцієнт пористості, e	3–13/1,1–6,7/ нормальний	6–12/2,3–16,5/ нормальний	6–25/3,5–14,2/ нормальний	3–22/19,3/ нормальний
Щільність, ρ	2–7,5/0,5–3,2/<10 нормальний	2–4,5/0,5–2,5/<10 нормальний	2,5–7,5/0,8–3,7/<10 нормальний	2–6/4,3/<10 нормальний
Щільність частинок, ρ_s	-/0–0,3/ нормальний	-/0,2–0,65/ нормальний	-/0,2–0,6/ нормальний	-/0,8/ нормальний
Число пластичності, I_p		25–50/-/10–40 нормальний	5–35/-/10–40 нормальний	7–30/-/10–40 нормальний
Межа розкочування, w_p		6–17/-/6–30 нормальний	5–25/-/6–30 нормальний	7–27/-/6–30 нормальний
Межа текучості, w_L		5–16/-/6–30 нормальний	5–20/-/6–30 нормальний	5–20/-/6–30 нормальний
Опір зрушенню, τ	-/-	9–27/-/10–30 логарифмічно нормальний	6–29/-/10–30 логарифмічно нормальний	-/120–50 логарифмічно нормальний
Кут внутрішнього тертя, φ	-/15–15 нормальний	-/15–15	-/12–56	-/12–56
Модуль деформації, E	-/15–65 логарифмічно нормальний	-/-	15–35/18,6–65,4 логарифмічно нормальний	-/-

Примітка: у чисельнику дані за Єрмолаєвим М.М. і Михєєвим В.В. [1] / дані за Бугровим О.К. і Шиліним В.Г. [1] / дані за Phoon K.K and Kulhawy [42]; у знаменнику закон розподілу за Fenton G.A. [18]

За даними З.Г. Тер-Мартиросяна, при використанні неоднорідних моделей є можливість досить точно прогнозувати властивості штучних основ: наприклад, з високою достовірністю визначити характеристики піщаної подушки з високим коефіцієнтом неоднорідності, а також підібрати оптимальне процентне співвідношення включень у ґрунті штучного походження для досягнення максимального ефекту [12].

За натурними і лабораторними дослідженнями штучних основ, що виконані авторами, встановлено такі статистичні закономірності для ущільнених ґрунтів і технологічних параметрів їх улаштування (табл. 2).

Ще одним видом поліпшення властивостей природних основ є їх армування вертикальними елементами з більшою жорсткістю. Прикладом такого підходу є влаштування ґрунтоцементних елементів. Властивості таких елементів є також змінними, що пов'язано з технологічним процесом їх улаштування й мінливістю властивостей ґрунту. Провівши аналіз літературних джерел й результатів досліджень (під керівництвом М.Л. Зоценка) ґрунтоцементних елементів (ГЦЕ), встановлено, що більшість ВВ його властивостей описуються нормальним законом розподілу. Так, наприклад, для ВВ модуля деформації ґрунтоцементу коефіцієнт варіації становить 10 – 15%.

Власними дослідженнями [33] встановлено, що статистичні параметри механічних властивостей ґрунтів залежать також від величини напружень у ґрунтовій товщі (див. табл. 2). Цей факт додатково ускладнює оцінювання надійності основ і фундаментів.

Таблиця 2. Статистичні параметри розподілів ВВ властивостей ущільнених ґрунтів і технологічних параметрів

Найменування характеристики	Закон розподілу	Статистичні параметри		
		Стандарт	Коефіцієнт варіації	Дисперсія
Товщина першого/інших шарів штучної основи	нормальний	0,14/0,06	26,5/15	0,02/0,004
Питома вага ґрунту	нормальний	0,9	4,6	0,76
Кут внутрішнього тертя	нормальний	3,3	11	10,92
Питоме зчеплення	логнормальний	0,3	10	0,08
Модуль деформації: – в інтервалах тиску 0 – 0,05 МПа – в інтервалах тиску 0,05 – 0,1 МПа – в інтервалах тиску 0,1 – 0,2 МПа – в інтервалах тиску 0,2 – 0,3 МПа	логарифмічний	0,48	24	0,23
	о	0,33	17	0,11
	нормальний	0,34	13	0,11
		0,33	11	0,11

3. *Навантаження на фундаменти.* З аналізу літературних джерел щодо мінливості навантажень на фундаменти можна зробити такі узагальнення. Згідно із С. Pereira, L. Caldeira і Joint Committee on Structural Safety recommendations (JCSS) [25] закони розподілу вертикальних постійних і тимчасових навантажень є нормальними з COV 10 % і 50 % відповідно, горизонтальне змінне навантаження описується законом Гумбеля із COV 25 %. Результати досліджень J. Xue і D. Nag [7] випадкової природи навантаження на фундаменти зведено до табл. 3.

Таблиця 3. Значення коефіцієнта варіації (COV) для навантажень на фундаменти

Вид навантаження	COV
Постійне навантаження	0,1
Змінне навантаження (50 років максимум)	0,25
Снігове навантаження (50 років максимум)	0,26
Вітрове навантаження (50 років максимум)	0,37
Навантаження від землетрусу (50 років максимум, зх. і сх. США)	1,38

4. *Ймовірнісні методи в геотехніці.* Основна відмінність між детермінованим та ймовірнісним розрахунком наведено на рис. 3. Для оцінювання надійності будівельних конструкцій розроблено низку методик: лінеаризації, перебору О.С. Личова, методика заміни випадкових аргументів (чисельне інтегрування) В.П. Чиркова, статистичних випробувань Монте-Карло (Monte Carlo Simulation), заміни функції на обмеженій ділянці рівнянням регресії (метод апроксимуючих поліномів, Response Surface Method), Point Estimate Method (FO – PEM & A – PEM) і First Order Reliability Method (A – FORM) тощо [18, 22 – 31, 36 – 45].

Кожний із цих методів є зручним інструментом для розв'язання конкретної задачі. Найбільш універсальними із них є Monte Carlo Simulation (MCS), Response Surface Method (RSM) та Point Estimate Method (PEM). Саме вони використовуються для розв'язання геотехнічних задач MCE, що реалізовано в програмних комплексах Ansys (США), Phase2 (Канада) та спеціальній утиліті до Plaxis (під керівництвом S. Vaars). Адаптацію MCE для ймовірнісних розрахунків виконували такі вчені, як Rosenblueth, Evans, Zhou, Nowak, Harr, Li, G. Peschl, H. Schweiger та інші.

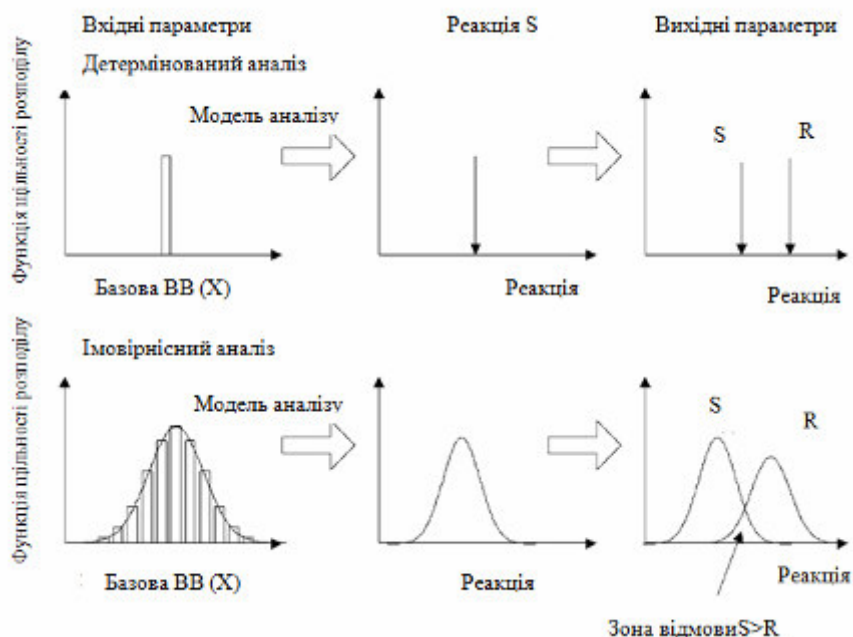


Рис. 3. Ілюстрація детермінованого та ймовірнісного методів

Алгоритм деяких методів розглянемо нижче. Метод лінеаризації заміняє нелінійну функцію на невеликому інтервалі лінійною. Така заміна у багатьох випадках не дає суттєвих похибок. До лінійних функцій можливо застосувати способи визначення числових статистичних характеристик (зокрема математичного очікування (1) й дисперсії (2), а при взаємодії – окремих розподілів (3))

$$\bar{y} = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n); \quad (1)$$

$$D = \sigma_y^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial y}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_{x_i}^2; \quad (2)$$

$$D = \sigma_y^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial y}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_{x_i}^2 + 2 \sum_{i < j}^n \left(\frac{\partial y}{\partial x_i} \right) \left(\frac{\partial y}{\partial x_j} \right) r_{ij} \sigma_{x_i} \sigma_{x_j}. \quad (3)$$

Щільність розподілу системи незалежних ВВ дорівнює добутку щільності розподілів окремих величин, що входять до системи:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) = f_1(x_1) \cdot f_2(x_2) \cdot \dots \cdot f_n(x_n). \quad (4)$$

Імовірність потрапляння результату, визначеного величинами x_1, x_2, \dots, x_n , у n -вимірну область D , виражається n -кратним інтегралом

$$P((x_1, x_2, \dots, x_n) \in D) = \int_{(D)} f(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n. \quad (5)$$

Як видно з формул (1) – (3), визначення дисперсій функції може викликати значні труднощі, пов'язані з її диференціюванням. При довільних законах розподілу вхідних параметрів залежність (5) аналітично не розв'язується. Для подолання цих ускладнень можливо застосувати *Response Surface Method* (рис. 4) – функція на обмеженій ділянці може бути замінена рівнянням регресії у вигляді полінома першого ступеня (6) чи для підвищення точності розрахунку n -го ступеня (7)

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \Rightarrow b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + \dots + b_nx_n; \quad (6)$$

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + \dots + b_nx_n + b_{11}x_1^2 + \dots + b_{mm}x_n^2 + b_{12}x_1x_2 + b_{23}x_3x_2 + \dots + b_{ln}x_1x_n. \quad (7)$$

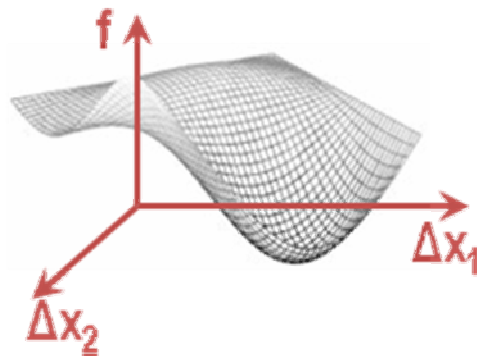


Рис. 4. Ілюстрація Response Surface Method

За допомогою часткових похідних рівняння регресії за змінними аргументами записується нове рівняння для визначення дисперсії функції (8), а в разі нелінійного полінома – (9):

$$D = \sigma_y^2 = \sum_{i=1}^n (b_i \sigma_{x_i})^2; \quad (8)$$

$$D = \sigma_y^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial y}{\partial x_{xi}} \sigma_{x_i} \right)^2. \quad (9)$$

Суть *Monte Carlo Simulation* полягає в тому, що за допомогою генератора випадкових чисел за визначеними законами розподілу організовується набір змінних, за якими розраховуються значення вихідної функції. Ці значення запам'ятовують і сортують за інтервалами, формуючи гістограму випадкової функції. Після реалізації достатньо великої кількості значень ВВ дослідної функції за згрупованими інтервалами будують ступінчасту апроксимацію дослідної кривої розподілу цієї функції.

Суть методу *PEM* зображено на рис. 5.

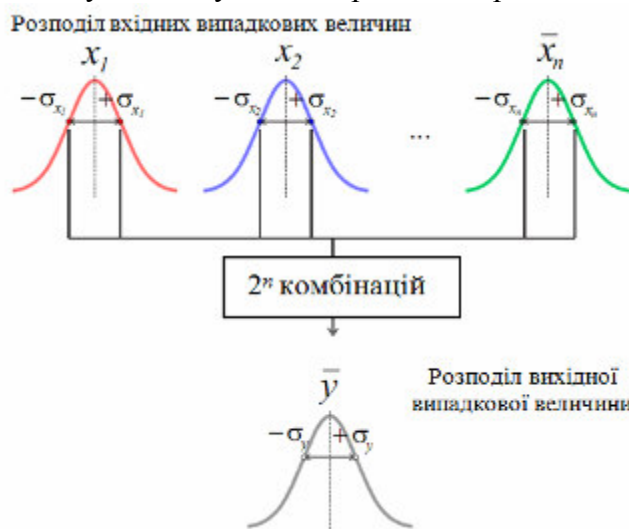


Рис. 5. Ілюстрація принципу ймовірного розрахунку за методикою PEM

Імовірність відмови p_f знаходять інтегруванням щільності розподілу вихідної ВВ за допомогою функції Лапласа. За характеристикою безпеки β це виконується таким чином: $p_f = \Phi(-\beta)$. Характеристика безпеки (reliability index) визначається як $\beta = (S_{cp}) / \sigma_S$ (де S_{cp} , σ_S – математичне очікування і стандартне відхилення резерву міцності для I граничного стану, осідання – для II граничного стану).

5. *Результати ймовірного оцінювання НДС основ фундаментів.* Відмова фундаменту складається зі складових: 1) втрата несучої здатності основи (I граничний стан), тиск під подошвою фундаменту більший за граничний опір ґрунту $p > p_u$; 2) абсолютні $S > S_u$ чи нерівномірні $\Delta S/L > (\Delta S/L)_u$ осідання основи перевищують граничнодопустимі значення (II граничний стан). Імовірність відмови фундаменту на природній основі за критерієм втрати несучої здатності залежно від коефіцієнта варіації (COV) вертикальної F_y і горизонтальної F_x сил при детермінованих властивостях ґрунтової основи за даними джерела [7] наведено на рис. 6.

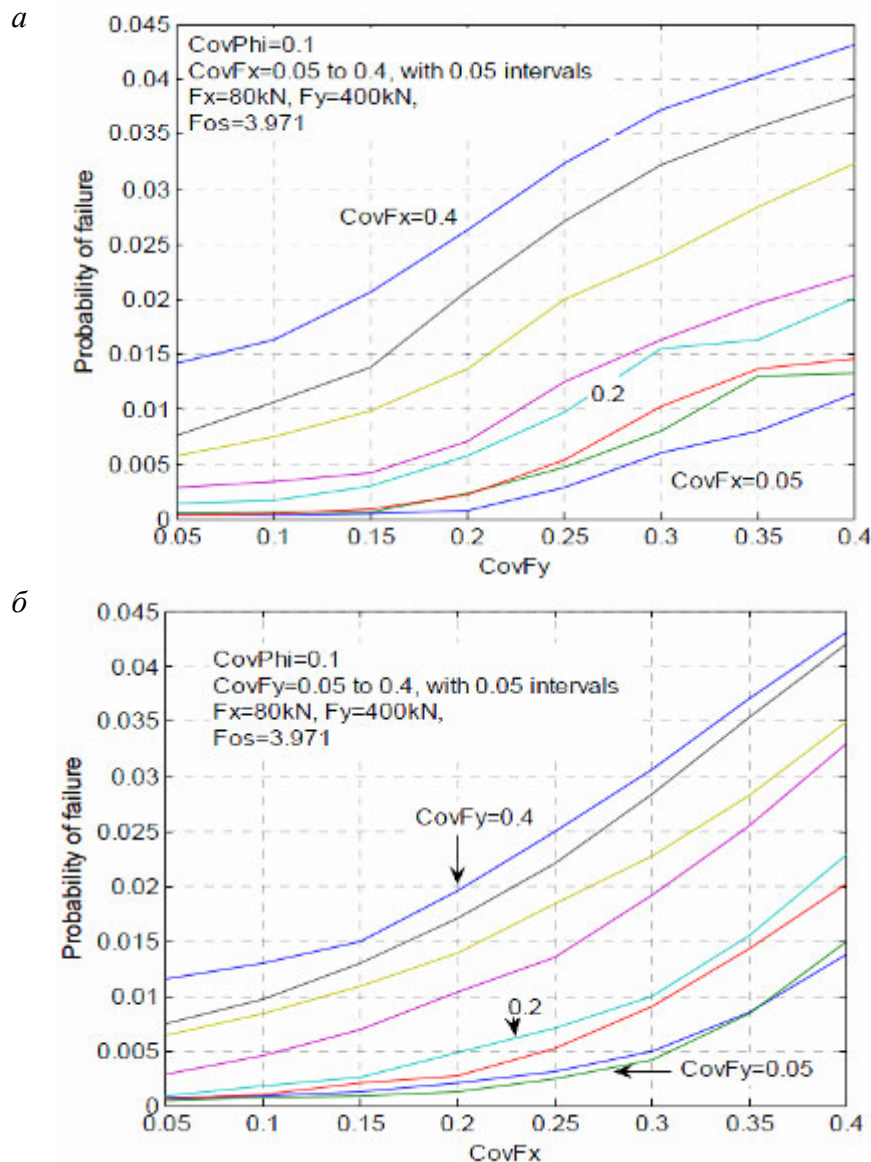


Рис. 6. Імовірність відмови фундаменту на природній основі за критерієм втрати несучої здатності залежно від коефіцієнта варіації (COV) вертикальної F_y (а) і горизонтальної F_x (б) сил за даними [7]

Визначення відмови основи фундаментів за II граничним станом ускладнено тим, що осідання можуть бути лінійними S_n та нелінійними S_p . Межу застосування розрахункової схеми у вигляді лінійно-деформованого півпростору основи для визначення її осідання на базі функції випадкових аргументів $\tilde{Q} = \tilde{R} - \tilde{p}_0$ (де p – тиск під подошвою фундаменту; R – розрахунковий опір ґрунту) подано на рис. 7.

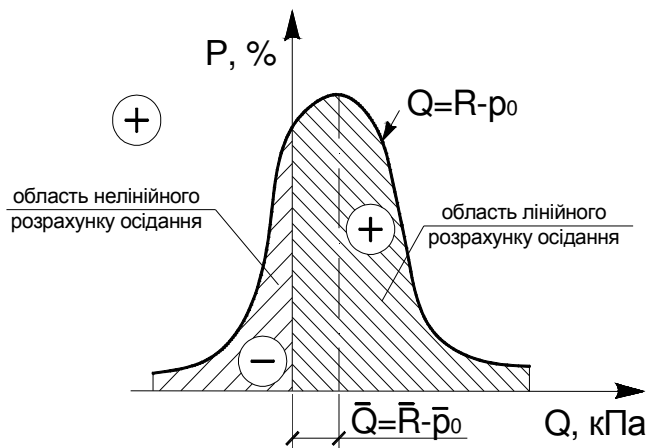


Рис. 7. Графічна інтерпретація визначення ймовірності меж застосування моделі осідання у вигляді лінійно-деформованого півпростору для розрахунку осідання фундаменту на ній

Тому на першому етапі доцільно визначити статистичні параметри розподілів ВВ розрахункового R і граничного p_u опорів ґрунту. Для розв'язання задачі (на прикладі ущільнених ґрунтів, табл. 2) використано MCS. Результати цих аналітичних досліджень зведено до табл. 4. Знаючи приблизну область лінійних і нелінійних ВВ осідання основи фундаменту, можна виконувати перший етап імовірнісного розрахунку.

Таблиця 4. Статистичні параметри розподілів функцій випадкових аргументів розрахункового R і граничного p_u опорів ущільнених ґрунтів

Найменування характеристики	Закон розподілу	Статистичні параметри		
		стандарт	коефіцієнт варіації	дисперсія
Розрахунковий опір R	нормальний	59,6	21,8	3552,2
Граничний опір p_u	нормальний	550,3	34,4	302830,1

Значення осідання фундаменту S_d при лінійній стадії деформування основи є функцією випадкових аргументів $S_d = f(E, \sigma_{zp})$, а при нелінійній – $S_p = f(p, R, p_u, \sigma_{zg0})$. Блок-схему ймовірнісного розрахунку осідань фундаменту на багатошаровій подушці з урахуванням випадковості меж лінійного деформування основи наведено на рис. 8.

Отже, при ймовірнісному підході до визначення осідання фундаменту на подушці встановлено, що існує ймовірність лінійної та нелінійної стадій деформування основи при неперевищенні тиску під фундаментом розрахункового опору ґрунту при детермінованому підході, що зумовлено неоднорідністю ґрунтів і випадковою природою навантажень на них. Закон розподілу осідань близький до нормального, параметри цього розподілу (на прикладі ущільнених ґрунтів) наведено в табл. 5.

З метою удосконалення прогнозування осідань основи фундаментів автори [46] пропонують замість модуля деформації використати показник стискання N_{pw} . Цей параметр відображає відносну зміну коефіцієнта пористості при стисненні ґрунту й більш коректно, ніж стандартні параметри стисливості характеризує деформаційні властивості основи за конкретних значень напружень, які змінюються за глибиною стислої товщі основи під фундаментом, з урахуванням впливу пористості на стисливість ґрунту. Цей підхід, зокрема, дає можливість не враховувати залежність статистичних параметрів модуля деформації від напружень в товщі шару. Результати пошуку функції випадкових аргументів осідання основи фундаментів за методом Монте-Карло наведено на рис. 9.

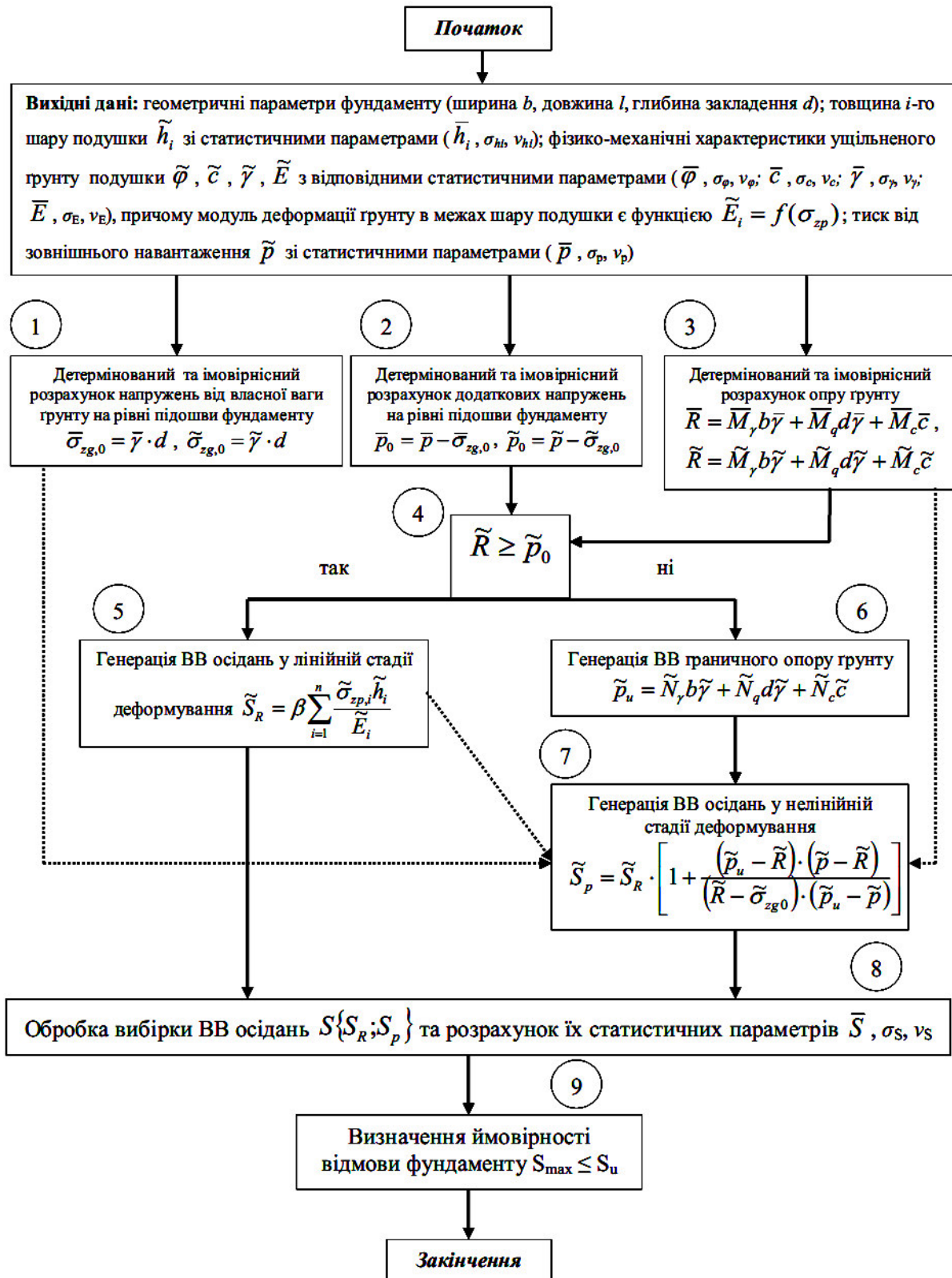


Рис. 8. Блок-схема ймовірнісного розрахунку осідань фундаменту на подушці з урахуванням випадковості меж лінійного деформування основи

Таблиця 5. Результати ймовірнісного розрахунку осідання основи фундаменту

Найменування характеристики	Осідання основи фундаменту в лінійній стадії				Осідання при випадковості лінійної і нелінійної стадій деформування ґрунту		
	Метод лінеаризації		Метод Монте-Карло		Одношарова подушка		Багатошарова подушка
	Одношарова подушка	Багатошарова подушка	Одношарова подушка	Багатошарова подушка	Аналітично	МСЕ	Аналітично
Математичне сподівання, см	0,67	2,07	0,72	1,7	0,83	1,35	1,98
Стандарт, см	0,22	0,46	0,26	0,33	0,39	0,54	0,69
Коефіцієнт варіації, %	33	22	37	19	47	40	35
Імовірність відмови (перевищення $S > S_u = 10$ см)					$(S_u - S_{ср} \gg 5\sigma)$		

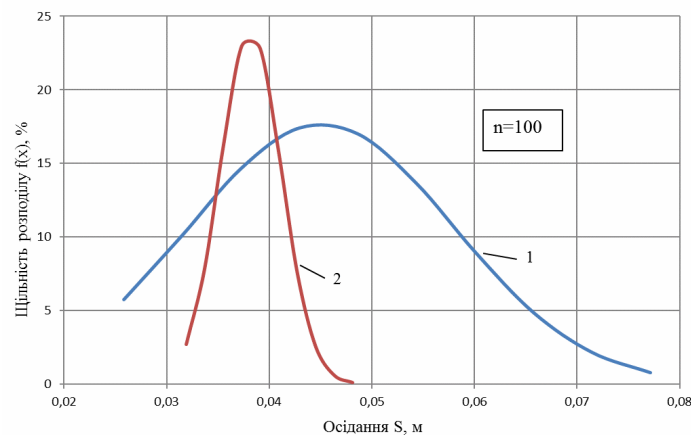


Рис. 9. Графіки розподілу величин осідання S як функції випадкового аргументу: 1 – модуля деформації E ; 2 – показника стискування N_{pw}

б. *Ймовірнісний аналіз НДС основ за допомогою чисельного моделювання.* Ймовірнісний розрахунок можна виконати моделюванням з використанням МСЕ. На прикладі ущільнених ґрунтів виконано моделювання НДС штучних основ із вхідними параметрами, аналогічними аналітичному розрахунку (табл. 2). При моделюванні МСЕ НДС подушок використано модель ґрунту у вигляді ізотропного суцільного середовища відповідно до теорії пластичної течії.

Міцність ґрунту описується відповідно до умови Друкера – Прагера. Згідно із цими передумовами ґрунт вважають пружно-ідеальнопластичним матеріалом, деформування якого відбувається згідно з діаграмою Прандтля. Це означає, що поверхня текучості не міняється при зростанні деформації текучості, а отже, відсутнє зміцнення. Підсумки розрахунку фундаменту на подушці у вигляді просторової моделі, що розбита на СЕ, подано на рис. 10.

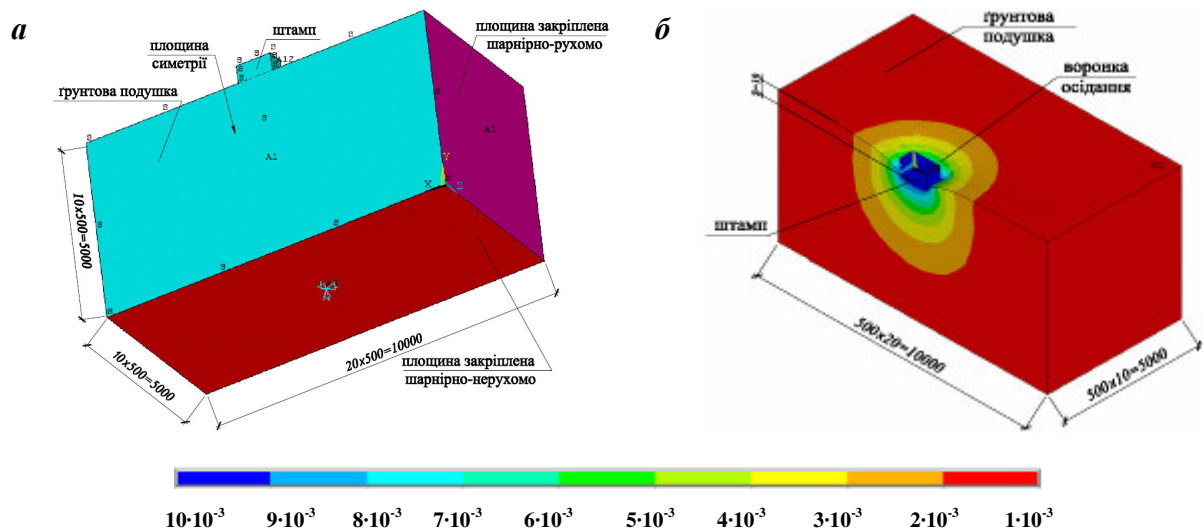


Рис. 10. Розрахункова схема МСЕ фундаменту на подушці у просторовій постановці (а), деформована схема і розподіл ізополів осідання подушки при детермінованому розрахунку (б)

Результати моделювання НДС штучних основ МСЕ за MCS (кількість ітерацій 10^4) наведено на рис. 11. Порівняльний аналіз статистичних характеристик осідання фундаментів на ґрунтовій подушці за різними методами аналітичного та чисельного ймовірнісного розрахунку наведено в табл. 5.

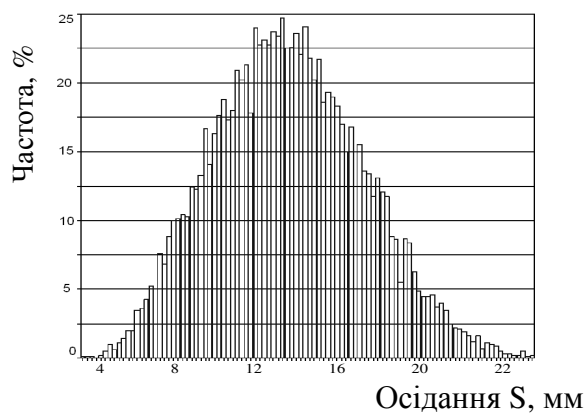


Рис. 11. Гістограма розподілу ВВ осідань за чисельним розрахунком МСЕ в ймовірнісній постановці за допомогою MCS

Як приклад визначено допустиму нерівномірність завантаження двох зерносовищ силосного типу, що мають спільну фундаментну плиту на слабкій основі (рис. 12), при неперевищенні якої крен споруди буде в межах норм. Із цією метою проведено чисельне моделювання НДС слабкої основи, яка армована ГЦЕ, фундаментної плити силосів МСЕ. При цьому застосована як модель ґрунту Hardening Soil Model (HSM) з параметрами, підібраними на базі натурних геодезичних спостережень за осіданням армованої основи плити (рис. 13). Ця модель адекватно описує НДС основи як на етапах завантаження, так і розвантаження.

Існує низка ймовірнісних геотехнічних задач, які аналітично розв'язати майже неможливо. Наприклад, розрахунок армованих основ фундаментів зерносовищ ускладнено циклічним режимом навантаження, відсутністю аналітичної функції залежності осідання від характеристик армованої основи при пружно-пластичному деформуванні тощо.

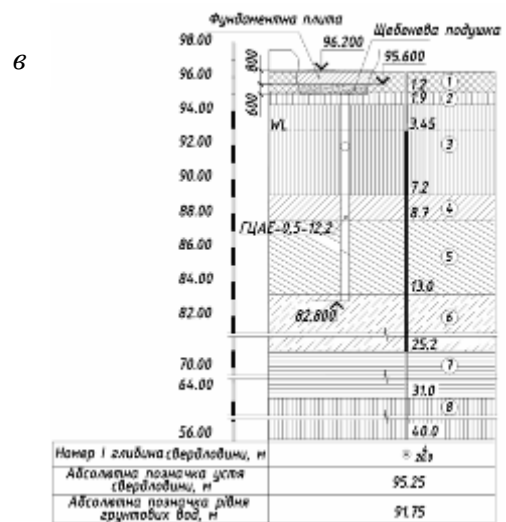
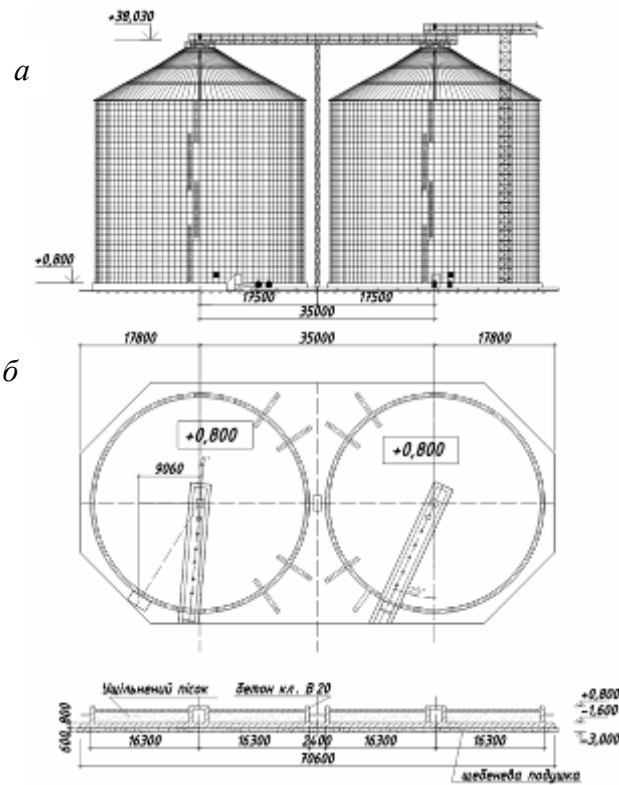


Рис. 13. Загальний вигляд зерносховища силосного типу об'ємом 24121 м³ кожен (20000 т зерна):

а – фасад;

б – план на позн. +0,800 і розріз по плиті; в – інженерно-геологічний розріз

Таблиця 6. Вихідні дані для ймовірнісного розрахунку армованої основи фундаменту силосів

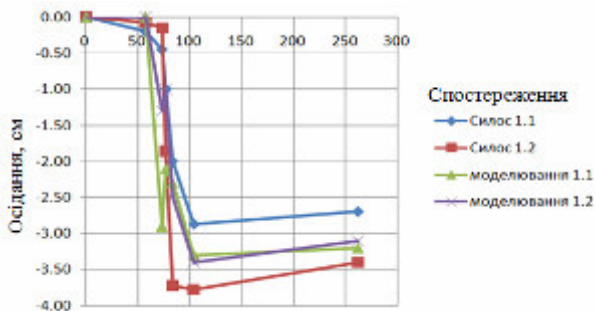


Рис. 12. Графіки осідань основи в часі з даними геодезичних спостережень і моделювання

Найменування характеристики	Закон розподілу	Статистичні параметри
		Коефіцієнт варіації, %
Модуль деформації ґрунту, МПа	логарифмічно нормальний	15
Модуль деформації ґрунтоцементу, МПа	нормальний	15
Завантаження силосу, кПа	нормальний	30

У цих інженерно-геологічних умовах прийнято рішення влаштувати фундаментну плиту на армованій ГЦЕ основі на 12 м нижче її підшви. Для забезпечення необхідних характеристик міцності та деформативності основи процент її армування становив приблизно 25%. При цьому діаметр ГЦЕ прийнято 0,5 м, а їх крок – 0,9 і 0,95 м. Статистичні параметри вхідних ВВ зведено до табл. 6. Для уникнення великої кількості ітерацій при імітаційному чисельному моделюванні МСЕ використано РЕМ (рис. 14).

Одночасно варіювали на двох рівнях ($\mu \pm 3\sigma$, де μ – математичне очікування; σ – стандартне відхилення) три чинники: 1) модуль деформації шарів стиснутої товщі армованої основи E ; 2) завантаження силосу №1; 3) завантаження силосу №2.

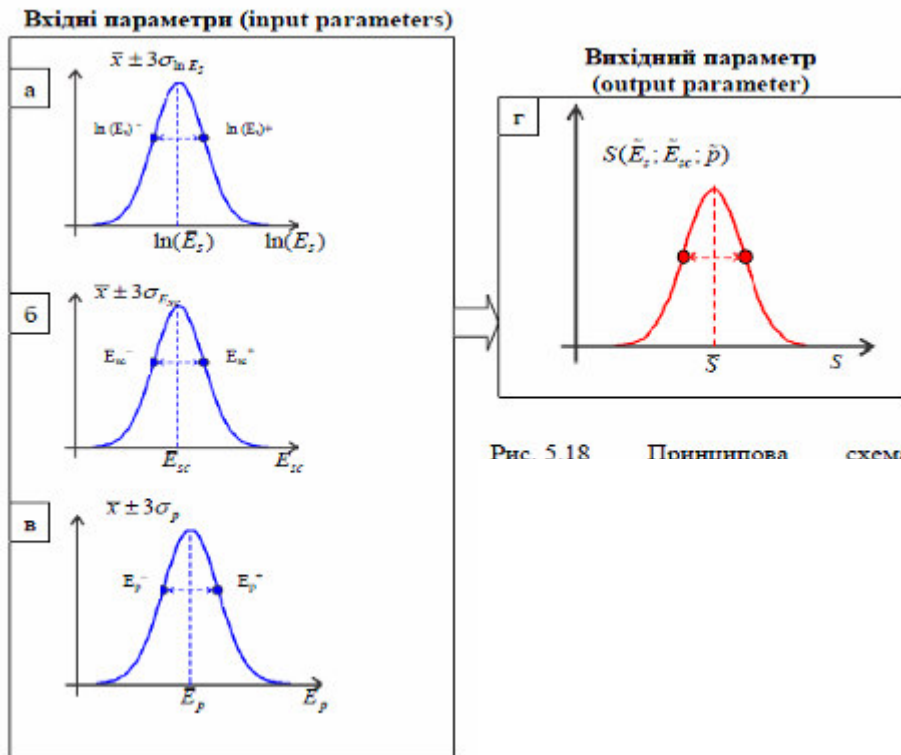


Рис. 5.18 Принципова схема

Рис. 14. Схема ймовірнісного розрахунку за ГЕМ: а – щільність розподілу модуля деформації ґрунту E_s ; б – щільність розподілу модуля деформації ґрунтоцементу E_{sc} ; в – щільність розподілу тиску на армовану основу p ; г – щільність розподілу осідання армованої основи S

При різних комбінаціях ВВ виконувалось чисельне моделювання та визначались осідання основи і крен плити на різних етапах експлуатації силосів (первинне завантаження-розвантаження, наступні серії завантаження-розвантаження). На рис. 15 наведено деформовану скінченноелементну просторову сітку розрахункової моделі на одному з етапів імітаційного моделювання за РЕМ. Розподіл і статистичні параметри ВВ осідання армованої основи фундаментної плити після первинного завантаження і розвантаження за результатами імітаційного чисельного розрахунку наведено на рис. 16.

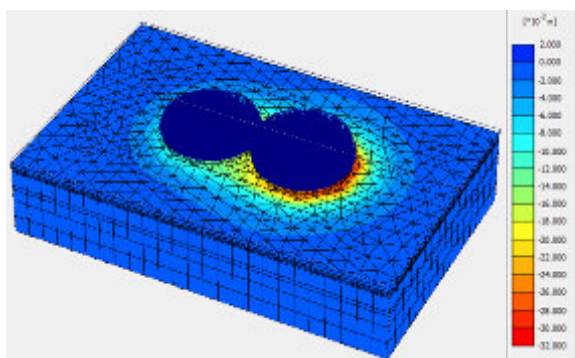


Рис. 15. Деформована скінченно-елементна просторова сітка розрахункової моделі на одному з етапів імітаційного моделювання за РЕМ

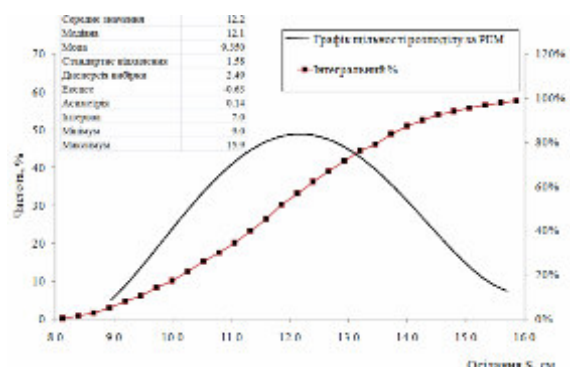


Рис. 16. Розподіл ВВ осідання армованої основи фундаментної плити силосів за результатами імітаційного розрахунку МСЕ

Розподіл і статистичні параметри ВВ крену фундаментної плити наведено на рис. 17 (значення крену помножено на 10^4). При наступних завантаженнях силосів абсолютні осідання основи збільшуються та мають явний затухаючий характер. При цьому ймовірність відмови за критерієм осідання не перевищує 0,001, а за критерієм крену – 0,07.

На базі отриманих за імітаційним моделюванням статистичних даних (величин осідання армованої основи та крену фундаментної плити) визначено ймовірність відмови основ і фундаментів і безвідмовної роботи самої споруди за критеріями її абсолютного осідання (рис. 18) та крену залежно від процента армування слабкої основи ГЦЕ. За імітаційним моделюванням отримано, що ймовірність відмови за критерієм крену залежно від процента армування (15...25%) слабкої основи ГЦЕ коливалася від 0,03 до 0,05.

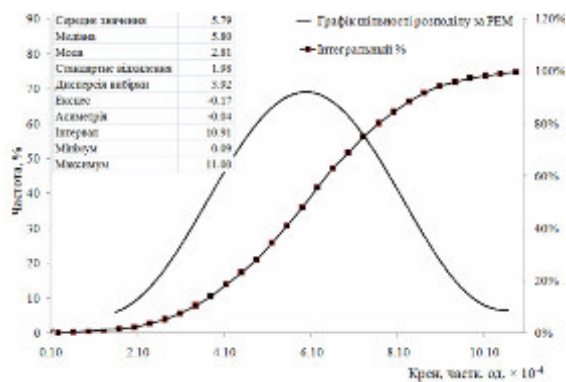


Рис. 17. Розподіл ВВ крену фундаментної плити силосів за результатами імітаційного розрахунку МСЕ (значення крену помножено на 10^4)

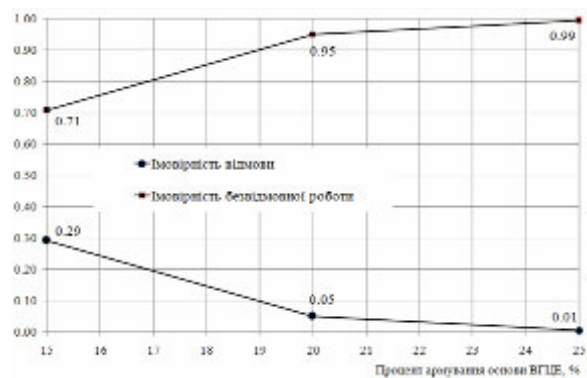


Рис. 18. Імовірність відмови і безвідмовної роботи споруди за критерієм абсолютного осідання залежно від процента армування основи

За результатами імітаційного моделювання допустима нерівномірність завантаження силосів зі спільною фундаментною плитою на армованій основі складає 20%. При цьому ймовірність відмови споруди за критерієм граничнодопустимого крену фундаментної плити $i=0,002$ буде менше 0,01. На базі результатів імітаційного моделювання МСЕ за РЕМ для рівня надійності $p=0,9$ підбрано мінімально необхідний процент армування основи ВГЦЕ ($i=19\%$). Дана задача продемонструвала, що за допомогою ймовірнісного підходу обґрунтовано необхідний процент армування слабкої основи для забезпечення безвідмовної роботи конструкції протягом її експлуатації.

Висновки. Таким чином, для ймовірнісних розрахунків основ фундаментів можливо використати статистичні дані ВВ фізико-механічних властивостей природних ґрунтів за табл. 1, ущільнених ґрунтів – за табл. 2, навантажень на основу – за табл. 3, армованих основ ГЦЕ – за табл. 6.

При визначенні рівня надійності основ фундаментів за критерієм їх несучої здатності можна використовувати апробовані у всьому світі методи, що наведені у працях [22, 23, 25 та ін.].

При визначенні рівня надійності основ фундаментів за критерієм їх деформацій необхідно враховувати випадковість лінійної та нелінійної стадій деформування ґрунту (рис. 7 і 8).

Для визначення рівня надійності як природної, так і штучної основи фундаментів чисельними методами доцільно використати MCS, RSM та PEM, що сьогодні достатньо апробовано вченими, в тому числі авторами статті.

Для раціонального проектування основ фундаментів необхідно приймати технічні рішення, які дозволять досягнути необхідного рівня надійності (рис. 18).

Література

1. Бугров, А.К. *Определение вероятностных характеристик активного давления грунта методом Монте-Карло* / А.К. Бугров, В.Г. Шилин // *Реконструкция городов и геотехническое строительство*. – 2003. – № 5. – С. 92 – 94.
2. Гарагаиш, Б.А. *Надежность пространственных регулируемых систем «сооружение – основание» при неравномерных деформациях основания* / Б.А. Гарагаиш. – Сочи: Изд-во «Кубанькино», 2004. – 908 с.
3. Пшеничкин, А.П. *Основы вероятностно-статистической теории взаимодействия сооружений с неоднородными грунтовыми основаниями: автореф. дис. на соискание науч. степени докт. техн. наук: 05.23.02* / А.П. Пшеничкин. – М.: МИСИ, 1980. – 42 с.
4. Перельмутер, А.В. *Избранные проблемы надежности и безопасности строительных конструкций* / А.В. Перельмутер. – М.: АСВ, 2007. – 256 с.
5. Пичугин, С.Ф. *Надежность стальных конструкций производственных зданий: монография* / С.Ф. Пичугин. – Полтава: ООО «Асми», 2009. – 452 с.
6. Райзер, В.Д. *Расчет и нормирование надежности строительных конструкций* / В.Д. Райзер. – М.: Стройиздат, 1995. – 352 с.
7. Xue, J. *Reliability analysis of shallow foundations subjected to varied inclined loads* / J. Xue & D. Nag // *Proc. of the 3rd Intern. Symposium on Geotechnical Safety and Risk*. – Germany: Munich, 2011. – P. 377 – 384.
8. Лычев, А.С. *Надежность строительных конструкций: учебное пособие* / А.С. Лычев. – М.: Изд-во АСВ, 2008. – 184 с.
9. Чирков, В.П. *Прикладные методы теории надежности в расчетах строительных конструкций* / В.П. Чирков. – М.: Маршрут, 2006. – 620 с.
10. Шейнин, В.И. *Алгоритм и программа инженерного расчета осадок фундаментных плит с учетом неравномерности нагрузки на основание и неоднородности массива* / В.И. Шейнин, Е.П. Сарана, С.А. Артемов // *Основания, фундаменты и механика грунтов*. – 2006. – № 5. – С. 2 – 7.
11. Криворотов, А.П. *Влияние природной неоднородности грунта основания на результаты расчета осадок фундаментов* / А.П. Криворотов // *Известия вузов. Сер.: Строительство и архитектура*. – 1999. – № 7. – С. 150 – 153.
12. Тер-Мартirosян, З.Г. *Распределение напряжений и деформаций в неоднородном грунте с учетом формы, размеров и жесткости включений* / З.Г. Тер-Мартirosян, А.Ю. Мирный // *Геотехника*. – 2010. – №3. – С. 20 – 27.
13. Альберт, И.У. *Методы количественной оценки надежности системы «основание – фундамент – сооружение» с устройствами сейсмоизоляции и сейсмозащиты: автореф. дис. на соискание науч. степени докт. техн. наук: 05.23.02* / И.У. Альберт. – СПб.: ВНИИГ, 2011. – 32 с.
14. Кузнецов, В.С. *Критерии оценки надежности и безопасности грунтовых плотин* / В.С. Кузнецов // *СПб.: Известия ВНИИГ им. Б.Е. Веденеева*. – 2000. – 238 с.
15. Кузнецов, Д.Г. *Вероятностно-статистический расчет системы «сооружение-основание» на набухающих грунтах: автореф. дис. на соискание науч. степени канд. техн. наук: 05.23.17* / Д.Г. Кузнецов. – Волгоград: ВолГАСА, 2004. – 25 с.

16. Мулюков, Э.И. Статистический анализ причин и вероятностный прогноз отказов оснований и фундаментов / Э.И. Мулюков // *Отказы в геотехнике: сб. ст.* – Уфа: БашНИИстрой, 1995. – С. 5 – 17.
17. Трофимчук, А.Н. Надежность систем «сооружение – грунтовое основание» в сложных инженерно-геологических условиях / А.Н. Трофимчук, В.Г. Черный, Г.И. Черный. – К.: ПолиграфКонсалтинг, 2006. – 248 с.
18. Fenton, G.A. *Probabilistic Methods in Geotechnical Engineering* / G.A. Fenton. – Utah, 1997. – 96 p.
19. Rechenmacher A.L. Calibration of heterogeneous, probabilistic soil models / A.L. Rechenmacher, Z. Medina-Cetina, R.G. Ghanem // *Proc. 16th Intern. Conf. on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering.* – Osaka, 2005. – P. 851 – 854.
20. Wang, Y. Study on autocorrelation model and reduction function of variance of soil random field / Y. Wang, B. Wang // *Proc. of the 1st Intern. Symposium on Geotechnical Safety and Risk (ISGSR2007).* – China: Shanghai, 2007. – P. 265 – 272.
21. Макаров, Б.П. Расчет фундаментов сооружений на случайно-неоднородном основании при ползучести / Б.П. Макаров, Б.Е. Кочетков. – М.: Стройиздат, 1987. – 256 с.
22. Abdel Massih, D. Y. Reliability-based analysis and design of strip footings against bearing capacity failure / D.Y. Abdel Massih, A. Soubra and B.K. Low // *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering.* – №134 (7), 2008. – P. 917 – 928.
23. Beacher, G.B. *Reliability and statistics in geotechnical Engineering* / G.B. Beacher, J.T. Cristian. – New York: John Wiley, 2003. – 619 p.
24. Bond, A.J. A procedure for determining the characteristic value of a geotechnical parameter / A.J. Bond // *Proc. of the 3rd Intern. Symposium on Geotechnical Safety and Risk (ISGSR2011).* – Germany: Munich, 2011. – P. 419 – 426.
25. Cherubini, C. *Shallow Foundation Reliability Design* / C. Cherubini // *Proc. of the 1st International Symposium on Geotechnical Safety and Risk.* – China: Shanghai, 2007. – P. 71 – 90.
26. Honjo, Y. Challenges in Geotechnical Reliability Based Design / Y. Honjo // *Proc. of the 3rd International Symposium on Geotechnical Safety and Risk.* – Germany: Munich, 2011. – P. 11 – 27.
27. Pereira, C. *Shallow Foundation Design through Probabilistic and Deterministic* / C. Pereira & L. Caldeira // *Proc. of the 3rd Intern. Symposium on Geotechnical Safety and Risk (ISGSR2011).* – Germany: Munich, 2011. – P. 199 – 207.
28. Roberts, L.A. *Reliability-Based Design of Shallow Foundations Based on Elastic Settlement* / L.A. Roberts, A. Misra // *Proc. of the 1st Intern. Symposium on Geotechnical Safety and Risk (ISGSR2007).* – China: Shanghai, 2007. – P. 471 – 483.
29. Shahin, M.A. *Probabilistic Analysis of Bearing Capacity of Strip Footings* / M.A. Shahin & E.M. Cheung // *Proc. of the 3rd Intern. Symposium on Geotechnical Safety and Risk (ISGSR2011).* – Germany: Munich, 2011. – P. 225 – 230.
30. Won, J.Y. A probabilistic approach to estimate one dimensional consolidation settlements / J.Y. Won // *Proc. of the 17th Intern. Conf. on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering.* – Olexandria, Egypt, 2009. – P. 2012 – 2015.
31. Baars, S. *Adaption of finite element models for probabilistic design* / M.A. Deptula, E. Dembicki, Ph. Gotteland // *Proc. of the 11rd Baltic Sea Geotechnical Conf. «Geotechnics in Maritime Engineering».* – Gdansk, Poland, 2007. – P. 683 – 689.
32. Винников, Ю.Л. Численный расчет армированного основания в вероятностной постановке / Ю.Л. Винников, М.А. Харченко, В.И. Марченко // *Сб. статей науч.-техн. конф. «Численные методы расчетов в практической геотехнике».* – СПб: СПбГАСУ, 2012. – С. 86 – 93.
33. Zotsenko, M. *Evaluation of failure probability of soil cushions* / M. Zotsenko, Y. Vynnykov, M. Kharchenko // *Proc. of the 3rd Intern. Symposium on Geotechnical Safety and Risk (ISGSR2011).* – Germany: Munich, 2011. – P. 249 – 257.

34. Гагин, В.И. Расчет балок на многослойном стохастическом основании / В.И. Гагин, П.М. Иванюков // *Строительная механика и расчет сооружений*. – 2006. – №3. – С. 61 – 64.
35. Соболев, Д.Н. Вероятностный расчет конструкций методом конечных элементов / Д.Н. Соболев, В.Е. Ким // *Строительная механика и расчет сооружений*. – 1986. – № 1. – С. 34 – 37.
36. Falson, G. A new approach for the stochastic analysis of finite element modeled structures with uncertain parameters / G. Falson, N. Impollania // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. – 2002. – Vol. 191, №44. – P. 5067 – 5085.
37. Fredlund, M. Finite elements stochastic analysis / M. Fredlund // *Proc. of 57th Canadian Geotechnical Conf. and 5th Joint IAHC-GS Conf.* – Quebec, Canada, 2004. – P. 201 – 206.
38. Haldar, A. Reliability Assessment Using Stochastic Finite Elements Analysis / A. Haldar, S. Mahadevan. – New York: John Wiley, 2000. – 220 p.
39. Kisse, A. A Consistent Failure Model for Probabilistic Analysis of Shallow Foundations / A. Kisse // *Proc. of the 3rd Intern. Symposium on Geotechnical Safety and Risk (ISGSR2011)*. – Germany: Munich, 2011. – P. 385 – 392.
40. Manjuprasad, M. Adaptive Random Field Mesh Refinements in Stochastic Finite Element Reliability Analysis of Structures / M. Manjuprasad, C.S. Manohar // *CMES: Tech. Science Press*, 2007. – V. 19. – P. 23 – 54.
41. Peschl, G.M. Reliability analysis in geotechnics with deterministic finite elements – a comparison of two methods / G.M. Pechl, H.F. Schweiger // *Proc. of 5th European Conf. on Numerical Methods in Geotechnical Engineering*. – Paris, 2002. – P. 229 – 304.
42. Phoon, K.K. Reliability-based design in geotechnical engineering. Computations and applications / K.K. Phoon. – New York: Taylor & Francis, 2008. – 530 p.
43. Rackwitz, R. Reviewing, probabilistic soils modeling / R. Rackwitz // *Computers and Geotechnics*. – 2000. – №26. – P. 199 – 223.
44. Stefanou, G. The stochastic finite element methods: past, present and future / G. Stefanou // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. – 2009. – Vol. 198, №9 – 12. – P. 1031 – 1051.
45. Sudret, B. Stochastic Finite Elements Methods and Reliability. A state-of-the-Art Report / B. Sudret, A. Kiureghian. – Berkeley: Civil and Environment Engineering University of California, 2000. – 173 p.
46. Винников, Ю.Л. Статистичний аналіз розподілу випадкових величин спрогнозованого за різними методиками осідання основи фундаментів / Ю.Л. Винников, М.О. Харченко, Н.А. Косточка // *Проблеми й перспективи розвитку академічної та університетської науки: зб. наук. праць за матеріалами VII Всеукраїнської наук.-практ. конф. (9 – 12 грудня 2014 р.)*. – Полтава: ПолтНТУ, 2014. – С. 243 – 246.

Надійшла до редакції 23.12.2014
 © Ю.Л. Винников, М.О. Харченко