

*Ю.С. Мартынов, к.т.н., профессор
В.В. Надольский, аспирант, ст. преподаватель
А.Л. Полещук, студент
Белорусский национальный технический университет
М. Сикора, к.т.н., научный работник
Чешский технический университет в Праге, Институт Клокнера*

ВЕРОЯТНОСТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОГРЕШНОСТИ РАСЧЕТНЫХ МОДЕЛЕЙ СОПРОТИВЛЕНИЯ СТАЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Предоставлены статистические характеристики погрешностей моделей сопротивления стальных элементов. Акцент сделан на модели сопротивления, принятые в Еврокодах. Определены значения частичных коэффициентов для моделей сопротивления стальных элементов.

Ключевые слова: *погрешность модели сопротивления, вероятностная модель, частичный коэффициент.*

*Ю.С. Мартинов, к.т.н., професор
В.В. Надольский, аспирант, ст. викладач
А.Л. Полещук, студент
Білоруський національний технічний університет
М. Сікора, к.т.н., науковий співробітник
Чеський технічний університет у Празі, Інститут Клокнера*

ІМОВІРНІСНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПОХИБКИ РОЗРАХУНКОВИХ МОДЕЛЕЙ ОПОРУ СТАЛЕВИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Наведено статистичні характеристики похибок моделей опору сталевих елементів. Акцент зроблено на моделі опору, прийняті в Єврокодах. Визначено значення часткових коефіцієнтів для моделей опору сталевих елементів.

Ключові слова: *похибка моделі опору, ймовірнісна модель, частковий коефіцієнт.*

*Y. Martynov, PhD, Professor
V. Nadolski, post-graduate, senior lecturer
A. Poleshchuck, student
Belarusian National Technical University
M. Sykora, PhD, researcher
Czech Technical University in Prague, Klokner Institute*

PROBABILISTIC MODELING UNCERTAINTY OF RESISTANCE MODEL OF STEEL MEMBERS

In the article the statistical characteristics of the model uncertainties of resistance of steel members are provided. Accent is made on the models of resistance, adopted in the Eurocodes. The partial factors for models of resistance of steel members are determined.

Keywords: *uncertainty of resistance model, probabilistic model, partial factor.*

Введение. Построение абсолютно точной модели некоторого процесса является задачей неразрешимой по причине вероятностной природы как самого процесса, так и величин, оказывающих влияния на этот процесс. На практике многие процессы и переменные идеализируются в целях упрощения или из-за недостатка информации, что вносит погрешности (неточности, ошибки) в расчетные модели.

Проблема вероятностного описания базисных переменных, в частности погрешности расчетных моделей, занимает особое место в теории надежности и в процессе применения вероятностных методов расчета строительных конструкций. По своей сути информация о базисных переменных представляет собой исходные данные для вероятностного расчета. Точность вероятностной модели базисной переменной оказывает существенное влияние на результаты расчетов. Поэтому исследования вероятностной природы базисных переменных являются актуальными, особенно в направлении уточнения фактических законов распределения базисных переменных на основе экспериментальных данных.

Обзор последних источников исследований и публикаций. Выделение не решенных ранее частей общей проблемы. Следует отметить недостаточную освещенность в научной литературе проблемы вероятностного описания погрешности расчетных моделей (зависимостей). Анализ показывает, что при вероятностных расчетах «*во многих случаях игнорируется погрешность, вносимая несовершенством выбираемых детерминированных формул*» [1, с.13] либо данные погрешности учитываются довольно условно. Это свидетельствует о приравнивании всех моделей сопротивления к одному уровню с точки зрения их точности. Это положение приводит к тому, что результаты исследований по уточнению моделей сопротивления не находят отражения при нормировании частичных коэффициентов.

Обобщение статистических характеристик погрешности моделирования осложняется постоянным совершенствованием расчетных методик. При этом погрешность связана с формулировкой модели и, как следствие, с конкретным нормативным документом. Однако при незначительных различиях моделей сопротивления в качестве приближенной оценки можно использовать статистические параметры погрешностей моделей, принятых в других нормативных документах.

При введении Еврокодов возникает необходимость установления значений национально устанавливаемых параметров, в частности частичных коэффициентов. Для решения этой проблемы необходимо формирование вероятностных моделей базисных переменных.

Задачей данного исследования является односторонняя оценка значений частичных коэффициентов для моделей сопротивления стальных элементов на основании обобщения статистических характеристик погрешностей моделей сопротивления стальных элементов. Акцент сделан на моделях сопротивления, принятых в Еврокодах.

Основной материал и результаты. В документе JCSS [2], на который часто ссылаются при вероятностных расчетах, представлены значения статистических параметров только для модели сопротивления изгибу ($\mu = 1, V = 0,05$), сдвигу ($\mu = 1, V = 0,05$) и для модели сопротивления сварных ($\mu = 1,15, V = 0,15$) и болтовых ($\mu = 1,25, V = 0,15$) соединений. Для сравнения приведены статистические параметры погрешностей моделей сопротивления, принятые в работах по калибровке частичных коэффициентов Еврокодов:

- погрешность модели сопротивления обобщенного («*generic*») стального элемента: $\mu = 1,15, V = 0,05$ [3, 4]; $\mu = 1,0, V_R = 0,05$ [5]; $\mu = 1,1, V = 0,07$ [6];
- погрешность модели сопротивления изгибу независимо от стадии напряженно-деформированного состояния, вида проверки: $\mu = 1,1, V = 0,07$ [7, 8];

- погрешность модели определения прогибов: $\mu = 1,1$, $V = 0,07$ [7].
- сопротивление элемента продольному усилию: $\mu = 1,3$, $V = 0,1$ [7].

Как отмечено выше, в случае несущественного различия моделей сопротивления можно использовать статистические параметры для моделей, принятых в других нормативных документах. При этом, как правило, для моделей *сопротивления сечений* их можно использовать в качестве достоверной оценки, для моделей *сопротивления элементов* изгибу и центральному сжатию при проверках устойчивости – в качестве приближенной оценки. Для других моделей сопротивления необходимо непосредственное исследование погрешности на основании обработки экспериментальных данных.

Примечание: под термином *модели сопротивления сечения* подразумеваются те модели сопротивления, которые связаны только с параметрами конкретного расчетного сечения (например, проверки сечения изгибаемого элемента по нормальным напряжениям), а под термином *модели сопротивления элемента* – связанные с размерами сечения и параметрами элемента (например, проверки устойчивости центрально сжатого элемента).

Погрешность моделей сопротивления сечения. Статистические параметры погрешности модели сопротивления сечений изгибу, принятой в Еврокоде 3 [9], отражены в статье [10]. Анализ статистических параметров модели сопротивления выполнен по выборкам, состоящим из 20-ти образцов, частично раскрепленных от потери устойчивости (расстояние между раскреплениями назначалось, исходя из предельного значения условной гибкости $\lambda_{LT} = 0,4$, при котором допускается не проверять на устойчивость элемент), и 12-ти образцов, полностью раскрепленных от потери устойчивости (применялось непрерывное раскрепление по длине элемента). Образцы были выполнены из прокатных двутавровых профилей сечением 203×102×23UB и 152×152×30UC, соответствующих классам 1, 2 согласно нормам [9]. В качестве предельного значения сопротивления принималось или значение, при котором отпорность конструкции равнялась нулю, или то, при котором угол поворота опорных сечений составлял 6° . Данная ситуация связана с тем, что в некоторых испытаниях наибольшее значение изгибающего момента было при угле поворота более 12° , что практически не достигается в реальных конструкциях. Следует отметить, что одной из главных задач исследования [10] была минимизация посторонних факторов, влияющих на результаты испытаний. Вероятнее всего данный факт повлиял на такую высокую стабильность результатов (маленький коэффициент вариации).

В одной из современных работ [11] представлены значения статистических характеристик параметров модели сопротивления изгибу сечения, принятой в CSA-S16 [12]. Они установлены на основании уточненных исходных данных по прочностным свойствам и геометрическим характеристикам. При этом параметры погрешности модели сопротивления приняты на основании исследований [13], выполненных на территории Канады в 80-х годах прошлого столетия. Статистические параметры приняты одинаковыми для прокатных и сварных профилей, что в общем случае некорректно, особенно в вопросах, связанных с устойчивостью (различное влияние остаточных напряжений). В работе [14] собраны исследования погрешности модели сопротивления изгибу с учетом развития пластических деформаций. На основании экспериментальных данных рассмотрены три выборки: статически определимая балка с равномерным моментом (33 образца), статически определимая балка с неравномерным моментом (43 образца) и статически неопределимая балка (41 образец). Статистические параметры модели сопротивления изгибу сечения обобщены в таблице 1.

Таблица 1. Статистические параметры погрешности моделей сопротивления сечений

Описание	μ	V	Источник
частичное раскрепление $\lambda_{LT} < 0,4$ (классы сечений 1, 2)	1,14	0,032	[10]
полное раскрепление $\lambda_{LT} = 0$ (классы сечений 1, 2)	1,19	0,023	[10]
сопротивление изгибу с учетом развития пластических деформаций (класс сечений 1,2)	1,10	0,11	[13]
статически определимая балка с равномерным распределением момента по длине балки (классы сечений 1, 2)	1,02	0,06	[14]
статически определимая балка с неравномерным распределением момента по длине балки (классы сечений 1, 2)	1,24	0,10	[14]
статически неопределимая (неразрезная) балка (классы сечений 1, 2)	1,06	0,07	[14]
сопротивление изгибу при упругой стадии работы (класс сечений 3)	1,07	0,06	[13]

Анализируя результаты вышеуказанных исследований, можно отметить, что:

- при неравномерной эпюре изгибающего момента среднее значение погрешности увеличивается, вероятнее всего, вследствие ограниченного развития пластических деформаций по длине балки. При развитой зоне с равномерным моментом (зона чистого изгиба) происходит более интенсивное развитие пластических деформаций, что приводит к снижению среднего значения погрешности модели;
- значения статистических параметров погрешности моделей сопротивления по отдельным экспериментам, что характеризуется изменчивостью результатов экспериментов, проводимых одними авторами, намного меньше, чем изменчивость всей выборки. Данный факт свидетельствует о существенном влиянии условий проведения эксперимента на изменчивость экспериментального значения сопротивления. При хорошо спланированном эксперименте изменчивость снижается существенно [10].

Погрешность моделей сопротивления элемента при проверках устойчивости плоской формы изгиба. Статистические параметры погрешности модели сопротивления изгибу при проверках устойчивости отражены в статье [11]. Исследована принятая в Еврокоде 3 [9] модель сопротивления элемента потере устойчивости плоской формы изгиба для прокатных и сварных двутавровых сечений (потеря устойчивости, сопровождаемая поперечным отклонением сечения с закручиванием – lateral-torsional buckling). Анализ статистических параметров модели сопротивления выполнен по выборкам, состоящим из 144-х образцов для прокатных профилей и 71-го образца для сварных профилей. Статистические параметры вычислены для двух методик, представленных в Еврокоде: общая методика и «частная» методика, применяемая для прокатных и эквивалентных им сечений. Испытываемые образцы подпадают в большинстве случаев под использование второй методики. Основное количество образцов имели условную гибкость, вычисленную согласно нормам [9] для изгибаемых элементов, в пределах 0,4...1,5. Статистические параметры представлены в таблице 2.

Таблица 2. Статистические параметры погрешности модели сопротивления изгибу при потере устойчивости [11]

Описание		μ_x	V_x
Прокатный профиль			
общая методика	$\alpha_{LT} = 0.21$	1,18	0,09
	$\alpha_{LT} = 0.34$	1,29	0,10
«частная» методика	$\alpha_{LT} = 0.34$	1,11	0,07
	$\alpha_{LT} = 0.49$	1,19	0,09
Сварной профиль			
общая методика	$\alpha_{LT} = 0.49$	1,19	0,17
	$\alpha_{LT} = 0.76$	1,31	0,21
«частная» методика	$\alpha_{LT} = 0.49$	1,06	0,12
	$\alpha_{LT} = 0.76$	1,14	0,16

Исследования погрешности модели сопротивления изгибу элемента, принятой в американских нормах, выполнены в последние годы под руководством D.W. White и обобщены T.V. Galambos [15].

Таблица 3. Статистические параметры погрешности модели сопротивления изгибу при потере устойчивости [15]

Описание	μ_x	V_x
сопротивление элемента изгибу с равномерным распределением момента по длине, сварное сечение, $n = 117$	1,00	0,08
сопротивление элемента изгибу с равномерным распределением момента по длине, прокатное сечение, $n = 112$	0,99	0,06
сопротивление элемента изгибу с неравномерным распределением момента по длине, сварное сечение, $n = 28$	1,13	0,11
сопротивление элемента изгибу с неравномерным распределением момента по длине, прокатное сечение, $n = 27$	1,16	0,12

Погрешность моделей сопротивления элемента при проверках устойчивости продольного изгиба. Статистические параметры погрешности модели сопротивления осевому усилию при проверках устойчивости отражены в работах [16, 17,18] и, вероятнее всего, являются наиболее экспериментально подкрепленными. На данный момент собрано более 1700 экспериментов, охватывающих разнообразные формы сечения, процессы изготовления, марки стали и другие особенности. На протяжении длительного времени предпринималось большое количество попыток по улучшению точности модели сопротивления осевому усилию. В вышеуказанных работах среднее значение погрешности модели сопротивления продольному усилию находится в диапазоне 1,10 – 1,20, а коэффициент вариации – 0,10 – 0,2.

Анализируя результаты вышеуказанных исследований, связанных с вопросами устойчивости сжатых элементов (продольный изгиб), можно отметить следующие особенности:

- точность моделей сопротивления элементов ограничена неопределенностью исходных параметров, и попытка учесть более разнообразные условия работы элемента дает результат на отдельных выборках;
- значения статистических параметров модели сопротивления, как правило, зависят от гибкости элемента. Наибольший разброс результатов наблюдается в упруго-пластической стадии работы стали при потере устойчивости;
- при получении кривых потери устойчивости используются разные способы аппроксимации экспериментальных данных. Так для кривых, используемых в Еврокоде, принималось приблизительно 5-процентная обеспеченность, а для кривых, используемых в канадских и американских нормах – 50-процентная обеспеченность.

Обобщая представленные данные, можно рекомендовать следующие статистические параметры вероятностных моделей погрешности моделей сопротивления.

Таблица 4. Рекомендуемые статистические параметры погрешности моделей сопротивления, принятые в нормах [9]

Модель сопротивления	μ	V
Пластическое сопротивление изгибу, равномерная эпюра моментов	1,00	0,05
Пластическое сопротивление изгибу, неравномерная эпюра моментов	1,15	0,10
Упругое сопротивление изгибу	1,10	0,05
Сопротивление изгибу с потерей устойчивости (прокатные или эквивалентные сварные профили)	1,10	0,08
Сопротивление изгибу с потерей устойчивости (общий случай)	1,15	0,10
Осевое сжатие с потерей устойчивости	1,15	0,10

Определение частных коэффициентов для моделей сопротивления стальных конструкций. Расчетное значение сопротивления, выраженное непосредственно через его характеристическое значение R_k , можно определить с использованием интегрального частного коэффициента γ_M :

$$R_d = R_k / \gamma_M. \quad (1)$$

Интегральный частичный коэффициент γ_M должен учитывать неблагоприятные отклонения свойств материалов, геометрических размеров, неопределенности расчетных моделей сопротивления и т.д. В общем случае частичный коэффициент должен быть определен калибровкой, исходя из условия обеспечения заданной надежности конструкции. Упрощенно интегральный частичный коэффициент для модели сопротивления можно определить посредством метода теории надежности 1-го порядка (FORM)

$$1 / \gamma_M = b_R \cdot \exp(-\alpha_R \cdot \beta \cdot V_R), \quad (2)$$

где $b_R = b_z \cdot b_{f_y} \cdot b_{\theta}$; b_z – среднее значение отношения фактического (измеренного) значения геометрического параметра сечения (например, высота сечения, площадь, момент инерции, момент сопротивления и т.д.) к его характеристическому значению;

b_{f_y} – среднее значение отношения фактического (полученного посредством испытаний) значения свойства материала (например предел текучести, предел прочности и т.д.) к его характеристическому значению;

b_θ – среднее значение погрешности расчетной модели, т.е. отношения фактического (экспериментального) значения сопротивления к его характеристическому значению, определенному по расчетной зависимости;

V_R – коэффициент вариации значения сопротивления. В случае независимых величин его можно принять равным $(V_z^2 + V_{f_y}^2 + V_\theta^2)^{0,5}$; здесь V_z , V_{f_y} , V_θ – коэффициенты вариации геометрических характеристик сечения, свойств материала, погрешности расчетной модели соответственно.

α_R – значения коэффициентов чувствительности согласно методу теории надежности 1-го порядка (FORM);

β – целевое значение индекса надежности.

Анализ [19] показывает, что в качестве первого приближения с достаточной доверительной вероятностью можно рекомендовать следующие исходные предпосылки при определении статистических параметров предела текучести и геометрических характеристик сечения:

– среднее значение отношения фактического значения предела текучести к характеристическому 1,10...1,20, коэффициент вариации 0,05...0,08;

– среднее значение отношения фактического значения геометрических характеристик наиболее распространенного сечения (прокатного двутаврового) к его характеристическому значению 0,99...1,03, коэффициент вариации 0,01...0,03.

Поскольку значения параметров b_z , V_z и b_{f_y} , V_{f_y} изменяются в диапазоне равновероятных значений, то авторами рассмотрены возможные комбинации наиболее благоприятных и неблагоприятных значений. Значения интегрального частичного коэффициента γ_M для модели сопротивления представлены в таблице 5.

Таблица 5. Статистические параметры моделей сопротивления

Описание	γ_M	Рекомендованные значения
Пластическое сопротивление изгибу, равномерная эпюра моментов	0,97 – 1,21	1,1
Пластическое сопротивление изгибу, неравномерная эпюра моментов	0,95 – 1,17	1,05
Упругое сопротивление изгибу	0,88 – 1,10	1,0
Сопротивления изгибу с потерей устойчивости (прокатные или эквивалентные сварные профили)	0,94 – 1,17	1,05
Сопротивление изгибу с потерей устойчивости (общий случай)	0,95 – 1,17	1,05
Осевое сжатие с потерей устойчивости	0,95 – 1,17	1,05

Выводы. В зависимости от напряженно-деформируемого состояния дифференцированы и уточнены статистические характеристики базисных переменных моделей сопротивления стальных элементов.

Для проверки предельных состояний несущей способности рекомендуются следующие значения параметров:

- для пластического сопротивления изгибу при равномерной эпюре моментов (наличие протяженной зоны чистого изгиба) среднее значение погрешности моделирования сопротивления – 1,0; коэффициент вариации – 0,05;
- для пластического сопротивления изгибу при неравномерной эпюре моментов среднее значение погрешности моделирования сопротивления – 1,15; коэффициент вариации – 0,10;
- для упругого сопротивления изгибу среднее значение погрешности моделирования сопротивления – 1,1; коэффициент вариации – 0,05;
- для сопротивления изгибу элементов (проверка изгибно-крутильной формы потери устойчивости) с прокатными и эквивалентными (подобными) им двутавровыми сечениями среднее значение погрешности моделирования сопротивления – 1,1; коэффициент вариации – 0,08;
- для сопротивления изгибу элементов (проверка изгибно-крутильной формы потери устойчивости) с другими типами сечений среднее значение погрешности моделирования сопротивления – 1,15; коэффициент вариации – 0,10;
- для сопротивления элементов осевому усилию среднее значение погрешности моделирования сопротивления – 1,15; коэффициент вариации – 0,10.

Литература

1. Складнев, Н.Н. *О методических принципах вероятностного расчета строительных конструкций* / Н.Н. Складнев // *Строительная механика и расчет сооружений*. – 1986. – № 3. – С. 12–16.
2. *JCSS Probabilistic Model Code* // *Joint Committee of Structural Safety* [Electronic resource]. – 2001. – Mode of access: <http://www.jcss.ethz.ch>. – Date of access: 15.01.2012.
3. Sýkora M. *Comparison of load combination models for probabilistic calibrations* / M. Sýkora, M. Holický // *Proceedings of 11th International Conference on Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering ICASP11, 1 – 4 August, 2011 / ETH Zurich, Switzerland*; eds. : M.H. Faber, J. Köhler, K. Nishijima. – Leiden, 2011. – P. 977–985.
4. Nadol'skiy V.V. *Comparison of the reliability levels provided by Eurocodes and by standards of the Republic of Belarus* / V.V. Nadol'skiy, M. Holický, M. Sýkora // *Вестник МГСУ*. – 2013. – № 2. – С. 7–21.
5. Holicky, M. *Safety design of lightweight roofs exposed to snow loads* / M. Holicky // *Engineering Sciences*. – 2007. Vol. 58. – P. 51–57.
6. Holický M. *Calibration of Reliability Elements for a Column* / M. Holický, J. Markova // *Workshop on Reliability Based Code Calibration : Press Release, Zurich, March 21 – 22, 2002* [Electronic resource] / *Swiss Federal Institute of Technology (ETH Zurich)*. – 2002. – Mode of access : http://www.jcss.ethz.ch/events/WS_2002-03/WS_2002-03.html. – Date of access : 08.07.2011.
7. Vrouwenvelder, A.C.W.M. *Probabilistic calibration procedure for the derivation of partial safety factors for the Netherlands building codes* / A.C.W.M. Vrouwenvelder, A.J.M. Siemes // *Delft University of Technology*. – 1987. – Vol. 32 (4). – P. 9–29.
8. *Safety of Structures. An independent technical expert review of partial factors for actions and load combinations in EN 1990 «Basis of Structural Design»: BRE Client Report № 210297* [Electronic resource] / *Building Research Establishment*. – 2003. – Mode of access : <http://www.europeanconcrete.eu>. – Date of access : 10.05.2011.

9. Еврокод 3. Проектирование стальных конструкций. Часть 1-1. Общие правила и правила для зданий : ТКП EN 1993-1-1-2009. – Введ.10.12.2009. – Минск : Минстройархитектуры РБ, 2009. – 95 с.
10. Byfield M.P. An analysis of the true bending strength of steel beams / M.P. Byfield, D.A. Nethercot // *Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Structures and Buildings*. – 1998. – Vol. 128, № 2. – P. 188–197.
11. Mateescu D. Lateral-torsional buckling of steel beams / D. Mateescu, V. Ungureanu // *International Colloquium “Recent Advances and New Trends in Structural Design”*, 7 – 8 mai, 2004 / *Editura Orizonturi Universitare*. – Timișoara, 2004. – P. 165–174.
12. CSA-S16-01. Limit States Design of Steel Structures, Includes Update No. 1 (2010), Update No. 2 (2001) – Mississauga, Ontario: Canadian Standards Association, 2009. – 198 pp.
13. Kenned D.J.L. Limit states design of steel structures-performance factors / D.J.L. Kennedy, M.Gad Aly // *Canadian Journal of Civil Engineering*. – 1980. – Vol. 7, № 1. – P. 45–77.
14. Galambo T.V. Load and resistance factor design criteria for steel beams / T.V. Galambos, M.K. Ravindra // *Structural Division, Civil and Environmental Engineering Department ; Washington University, St. Louis, MO, Research Report No. 27*. – 1976.
15. Galambos T.V. Reliability of the Member Stability Criteria in the 2005 AISC Specification / T.V. Galambos // *International Journal of Steel Structures*. – 2004. – Vol. 4, № 4. – P. 223–230.
16. Fukumoto Y. Evaluation of multiple column curves using the experimental data-base approach / Y. Fukumoto , Y. Itoh // *Journal of Constructional Steel Research*. – 1983. – Vol. 3, № 3. – P. 2–19.
17. Bjorhovde R. Columns: From Theory to Practice / R. Bjorhovde // *AISC Eng. J.* – 1988. – Vol. 25, № 1. – P. 21–34.
18. Sfintesco D. Experimental Basis for the European Column Curves / D. Sfintesco // *Constr. Met.* – 1970. – Vol. 3. –P. 5–12.
19. Мартынов Ю.С. Статистические параметры базисных переменных, входящих в модели сопротивления стального элемента / Ю.С. Мартынов, В.В. Надольский // *Архитектура и строительные науки*. – 2014. – № 1, 2 (18, 19). – С. 39–41.

Надійшла до редакції 7.12.2014

© Ю.С. Мартынов, В.В. Надольский, А.Л. Полещук, М.Сікора