

УДК 519.6:311.214

В.Ю. Дубницький, А.М. Кобылин, О.А. Кобылин

<sup>1</sup> Харківський учебно-научний інститут ГВУЗ «Університет банківського дела», Харків<sup>2</sup> Харківський національний університет радіоелектроніки, Харків

## ПРИМЕНЕНИЕ ЛАТИНСКОГО КВАДРАТА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА, СУЩЕСТВЕННО ВЛИЯЮЩИХ НА НЕОПРЕДЕЛЁННОСТЬ РЕЗУЛЬТАТА ВЫЧИСЛЕНИЙ ОСНОВНЫХ ТИПОВ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ИНДЕКСОВ

Для определения величины неопределённости типа **B**, возникающей при подготовке исходных данных в процессе вычисления основных типов экономических индексов: сводного индекса товарооборота, сводного индекса физического объёма реализации, сводного индекса цен, определяемого по методу Пааше и сводного индекса цен, определяемого по методу Ласпейреса использованы интервальные вычисления. Вычисления проведены с числами, представленными в системе центр-радиус. Факторами, влияющими на расчетную величину неопределённости, выбраны: тип вычисляемого индекса; соотношение порядков в каждой паре сомножителей, используемой при вычислении экономических индексов; ширина интервала неопределённости исходных данных, используемых в процессе вычисления индексов. Для оценки значимости влияния выбранных факторов на итоговый интервал неопределённости проведен численный эксперимент, спланированный по схеме латинского квадрата без повторений.

**Ключевые слова:** численный эксперимент, интервальные вычисления, система «Центр-радиус», индексный метод, дисперсионный анализ, латинский квадрат.

### Введение

В настоящее время принято рассматривать процесс вычислений как технологический процесс, цель которого – переработка исходной информации в желаемый результат. Процессом вычислений, как всяким технологическим процессом, управляют внешними воздействиями. Такими могут быть, в общем случае, методы вычислений, их алгоритмическая и программная реализации, требования к точности исходных данных и получаемых результатов [1]. Этот подход был реализован при изучении влияния особенностей подготовки данных на ширину интервала неопределённости типа **B**, получаемую при вычислении основных видов экономических индексов [2].

В рамках данной работы продолжено изучение влияния параметров процесса вычислений на получаемую при этом неопределённость результата их вычислений.

**Анализ литературы.** В данной работе рассмотрены экономические индексы, описанные в работе [3]. Они представлены в форме, приведенной в работах [2, 4].

В силу сложившейся традиции в индексном методе используют запись формул, несколько отличающаяся от принятой в математике. В работе, поэтому, применим не только общепринятую символику, но и названия индексов и способы их определения.

Сводный индекс товарооборота представим в виде:

$$I_{pq} = \frac{\sum_{i=1}^n p_i q_i}{\sum_{i=1}^n p_0 q_0} = \sum_{i=1}^n p_{li} q_{li} / \sum_{i=1}^n p_{0i} q_{0i}, \quad i = \overline{1, n}. \quad (1)$$

В выражениях (1) – (4) первый нижний индекс в соответствии с работой [2] обозначает соответственно данные, полученные в отчетном периоде, если он равен единице и данные, полученные в базисном периоде, если он равен нулю. Вторым нижним индекс  $i=1, 2, \dots, n$  идентифицирует наименование одного из объектов-носителей изучаемой экономической характеристики.

Сводный индекс физического объёма реализации представим в виде:

$$I_p = \frac{\sum_{i=1}^n p_0 q_i}{\sum_{i=1}^n p_0 q_0} = \sum_{i=1}^n p_{0i} q_{li} / \sum_{i=1}^n p_{0i} q_{0i}, \quad i = \overline{1, n}. \quad (2)$$

Сводный индекс цен, определяемый по методу Пааше, представим в виде:

$$\Pi_q = \frac{\sum_{i=1}^n p_i q_i}{\sum_{i=1}^n p_0 q_i} = \sum_{i=1}^n p_{li} q_{li} / \sum_{i=1}^n p_{0i} q_{li}, \quad i = \overline{1, n}. \quad (3)$$

Сводный индекс цен, определяемый по методу Ласпейреса, представим в виде:

$$L_p = \frac{\sum_{i=1}^n p_i q_0}{\sum_{i=1}^n p_0 q_0} = \sum_{i=1}^n p_{li} q_{0i} / \sum_{i=1}^n p_{0i} q_{0i}, \quad i = \overline{1, n}. \quad (4)$$

Для определения величины интервала неопределённости типа **B** ранее авторами данного сообщения был использован метод интервальных вычислений с представлением интервальных чисел в системе центр-радиус [2]. Основы этого метода

подробно изложены в работах [5, 6]. Описание численного эксперимента, целью которого было получение необходимых исходных данных, приведено в работе [2].

На первом этапе работы моделировали данные для системы, в которой предполагали отсутствие изменений. Эта схема получила условное название - «Роста нет». Для этого использовали пары равномерно распределённых в заданных интервалах чисел. Каждая пара данных соответствовала значениям  $p$  и  $q$ , то есть составным частям выражений (1) – (4). Полученные значения принимали в качестве центров интервальных чисел. Эти данные имитировали данные, полученные в начале наблюдения за экономической системой. Затем эту процедуру повторяли. Эти данные имитировали данные, полученные в конце наблюдения за экономической системой.

На втором шаге эксперимента эти процедуры повторяли, но каждую пару ( $p$ ,  $q$ ) данных, полученных в начале наблюдаемого процесса, умножали на увеличивающие коэффициенты, равномерно распределённые в заданных интервалах. Этот приём имитировал изменение в состоянии моделируемой системы и реализовывал схему «Рост есть». Для величины  $p_1$  этот коэффициент составил  $1,05 \dots 1,15$ ; для величины  $q_1$  этот коэффициент составил  $1,20 \dots 1,30$ . Схема эксперимента показана на рис.1, пояснения к условным обозначениям приведены в тексте данной работы.

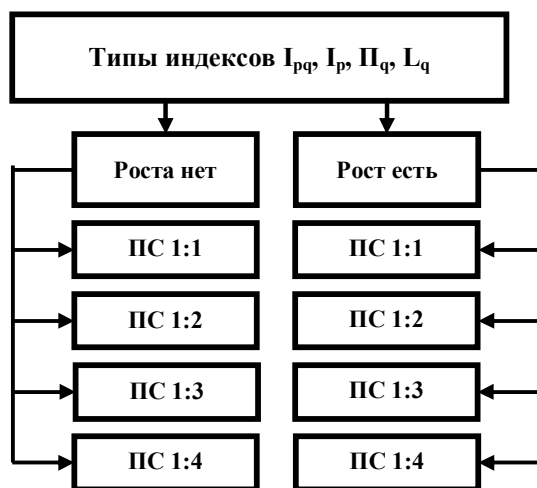


Рис. 1. Схема численного эксперимента по моделированию зависимости величины интервала неопределённости от параметров вычислительного процесса

На этой схеме принято, что,  $I_{pq}$ ,  $I_p$ ,  $П_q$ ,  $L_p$ -типы индексов, соответствующие формулам (1...4). ПС - соотношение порядка сомножителей, составляющих каждую пару слагаемые в этих выражениях. В работе [2] было показано, что величина интервала неопределённости (удвоенного радиуса полученно-

го результата) зависит от вида индекса, соотношения порядков в каждом из сомножителей, входящих в суммы, стоящие в выражениях (1...4). Для удобства выполнения расчетов в качестве переменного фактора принята величина:

$$\varepsilon = \frac{2r}{a} \cdot 100\%, \quad (5)$$

где  $r$  – радиус соответствующего интервального числа,  $a$  – его центр.

Подробные сведения об этих характеристиках интервальных чисел приведены в работе [6]. В данной работе принято, что  $\varepsilon = 2(2)8\%$ .

Таким образом, в принятой модели величина интервала неопределённости зависит от трёх факторов, один из которых качественный - тип индекса, один порядковый – соотношение порядка сомножителей (ПС) и один количественный, измеренный шкале отношений - величина  $\varepsilon$ . Свойства каждой из этих шкал описаны в работе [7]. Общеизвестно, что при планировании экспериментов, результат которых зависит от факторов, измеряемых в различных шкалах, целесообразно использовать комбинаторные схемы их проведения. В нашем случае эксперимент, в котором определяли влияние перечисленных ранее факторов на интервал неопределённости результатов вычисления значений индексов, был организован по схеме латинского квадрата. Латинским квадратом называют квадратную таблицу из  $n$  элементов, измеренных в любой шкале, в которой каждый из элементов присутствует только один раз в каждом столбце и каждой строке. Комбинаторные свойства таких схем изучены в работе [8]. Необходимые сведения по обработке полученных данных приведены в работах [9 – 12]. Опыт авторов в применении латинских квадратов при планировании экспериментов изложен в работах [13, 14]. В конце 70-х годов прошлого века интерес к латинским квадратам угас и возродился только сейчас [15 – 17].

**Постановка задачи.** Оценка влияния на интервал неопределённости типа **В**, получаемый при вычислении основных типов экономических индексов, таких характеристик вычислительного процесса, как:

- тип вычисляемого индекса;
- соотношение порядков в каждом из сомножителей (ПС) используемых при вычислении основных типов экономических индексов;
- ширина интервала неопределённости исходных данных, используемых в процессе вычисления основных типов экономических индексов.

### Полученные результаты

Схема латинского квадрата и условия экспериментов показаны в табл. 1.

Таблиця 1

Условия численного эксперимента

Тип индекса	Условные обозначения типа индекса	Условные обозначения порядка сомножителей			
		ПС=1:1	ПС=1:2	ПС=1:3	ПС=1:4
		b <sub>1</sub>	b <sub>2</sub>	b <sub>3</sub>	b <sub>4</sub>
I <sub>pq</sub>	a <sub>1</sub>	A	B	C	D
I <sub>p</sub>	a <sub>2</sub>	B	C	D	A
П <sub>q</sub>	a <sub>3</sub>	C	D	A	B
L <sub>p</sub>	a <sub>4</sub>	D	A	B	C

Латинские буквы A, B, C, D соответствуют величинам ε, равным 2%, 4%, 6%, 8% соответственно.

Результат вычислительного эксперимента, записанный в каждой ячейке таблицы, представим в виде величины y<sub>ijk</sub>. В нашем случае символ i = 1...4 совпадает с нижним индексом величины a<sub>i</sub>; символ j = 1...4 совпадает с нижним индексом величины b<sub>j</sub>; символ k = 1...4 соответствует одной из латинских букв, находящейся в ячейках табл. 1.

Введем для обозначения латинских букв символ H<sub>k</sub>. Примем, что k=1 соответствует букве A, k=2 соответствует букве B, k=3 соответствует букве C, k=4 соответствует букве D.

Для статистического анализа полученных результатов вычислим следующие промежуточные величины (в нашем случае n=4):

сумму квадратов всех результатов:

$$SS_1 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n y_{ijk}^2; \quad (6)$$

суммы квадратов по строкам:

$$A_i = \left( \sum_{i=1}^n y_{ijk} \right)^2; \quad (7)$$

среднюю по строкам сумму квадратов:

$$SS_2 = \frac{\sum_{i=1}^n A_i^2}{n}; \quad (8)$$

суммы квадратов по столбцам:

$$B_j = \left( \sum_{j=1}^n y_{ijk} \right)^2; \quad (9)$$

среднюю по столбцам сумму квадратов:

$$SS_3 = \frac{\sum_{j=1}^n B_j^2}{n}; \quad (10)$$

сумму квадратов по латинским буквам:

$$H_k = \left( \sum_{k=1}^n y_{ijk} \right)^2; \quad (11)$$

среднюю сумму квадратов по латинским буквам:

$$SS_4 = \frac{\sum_{k=1}^n H_k^2}{n}; \quad (12)$$

корректирующий член:

$$SS_5 = \frac{\left( \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n y_{ijk} \right)^2}{n^2}; \quad (13)$$

сумму квадратов для строки:

$$SS_a = SS_2 - SS_5; \quad (14)$$

сумму квадратов для столбца;

$$SS_b = SS_3 - SS_5; \quad (15)$$

сумму квадратов для латинской буквы:

$$SS_c = SS_4 - SS_5. \quad (16)$$

После этого определяют общую (SS<sub>общ</sub>) и остаточную (SS<sub>ост</sub>) суммы квадратов:

$$SS_{общ} = SS_1 - SS_5; \quad (17)$$

$$SS_{ост} = SS_{общ} - (SS_a + SS_b + SS_c). \quad (18)$$

Так как результат эксперимента, представляемый в каждой ячейке – значение индекса только одного типа, вычисленного при неповторяющихся условиях эксперимента и притом, только один раз, то обработка его результатов проведена по схеме «Без повторения опытов» [12, с. 58].

Таблица дисперсионного анализа, используемая в этом случае, имеет вид, показанный в табл. 2.

Подробное её описание дано в работе [10, с.20]. Результаты численного эксперимента по вычислению значений индексов в интервальном виде в системе центр-радиус приведены для схемы «Роста нет» в табл. 3, для схемы «Рост есть» – в табл. 4.

Таблица 2

Дисперсионный анализ латинского квадрата (без повторения опытов)

Источник дисперсии	Число степеней свободы	Сумма квадратов SS	Средний квадрат MS	F-отношение
Строки (A)	n-1	$SS_a = SS_2 - SS_5$	$MS_a = SS_a / (n - 1)$	$F_a = MS_a / MS_{ост}$
Столбцы (B)	n-1	$SS_b = SS_3 - SS_5$	$MS_b = SS_b / (n - 1)$	$F_b = MS_b / MS_{ост}$
Латинские буквы (H)	n-1	$SS_h = SS_4 - SS_5$	$MS_c = SS_c / (n - 1)$	$F_H = MS_H / MS_{ост}$
Остаток	(n-1)(n-2)	$SS_{ост}$	$MS_{ост} = SS_{ост} / ((n - 1)(n - 2))$	-
Итого	$n^2 - 1$	-	-	-

Таблица 3

Результаты численного эксперимента по вычислению значений индексов в интервальном виде в системе центр-радиус для схемы «Роста нет» \*)

	b <sub>1</sub>	b <sub>2</sub>	b <sub>3</sub>	b <sub>4</sub>
a <sub>1</sub>	A $\left(\frac{0,993}{0,079}\right)$	B $\left(\frac{1,046}{0,166}\right)$	C $\left(\frac{1,218}{0,287}\right)$	D $\left(\frac{0,996}{0,309}\right)$
a <sub>2</sub>	B $\left(\frac{0,975}{0,155}\right)$	C $\left(\frac{1,029}{0,242}\right)$	D $\left(\frac{1,044}{0,324}\right)$	A $\left(\frac{0,975}{0,077}\right)$
a <sub>3</sub>	C $\left(\frac{1,058}{0,249}\right)$	D $\left(\frac{1,087}{0,337}\right)$	A $\left(\frac{1,197}{0,095}\right)$	B $\left(\frac{0,987}{0,156}\right)$
a <sub>4</sub>	D $\left(\frac{1,057}{0,328}\right)$	A $\left(\frac{1,007}{0,080}\right)$	B $\left(\frac{1,184}{0,188}\right)$	C $\left(\frac{0,955}{0,225}\right)$

Таблица 4

Результаты численного эксперимента по вычислению значений индексов в интервальном виде в системе центр-радиус для схемы «Рост есть» \*)

	b <sub>1</sub>	b <sub>2</sub>	b <sub>3</sub>	b <sub>4</sub>
a <sub>1</sub>	A $\left(\frac{1,369}{0,109}\right)$	B $\left(\frac{1,442}{0,229}\right)$	C $\left(\frac{1,674}{0,394}\right)$	D $\left(\frac{1,365}{0,423}\right)$
a <sub>2</sub>	B $\left(\frac{1,217}{0,193}\right)$	C $\left(\frac{1,287}{0,303}\right)$	D $\left(\frac{1,303}{0,404}\right)$	A $\left(\frac{0,975}{0,078}\right)$
a <sub>3</sub>	C $\left(\frac{1,168}{0,275}\right)$	D $\left(\frac{1,197}{0,371}\right)$	A $\left(\frac{1,317}{0,105}\right)$	B $\left(\frac{1,082}{0,171}\right)$
a <sub>4</sub>	D $\left(\frac{1,163}{0,361}\right)$	A $\left(\frac{1,111}{0,088}\right)$	B $\left(\frac{1,298}{0,206}\right)$	C $\left(\frac{1,048}{0,247}\right)$

Примечание. \*) Над чертой приведено значение центра, под чертой – радиуса соответствующего индекса.

Если величина F-отношения для соответствующего фактора, способ вычисления которого указан в табл. 2, более критического значения, в нашем случае величины  $F_{0,05}(3,6) = 4,76$ , то влияние данно-

го фактора на результат признают значимым. Результаты вычислений приведены в табл. 5. Курсивом в этой таблице выделены значения, превосходящие критическое.

Таблица 5

Оценка значимости влияния параметров вычислительного процесса на его результат

F-отношение	Варианты расчёта			
	Схема роста нет		Схема рост есть	
	Центр	Радиус	Центр	Радиус
F <sub>a</sub>	2,135	0.565	480,280	11,922
F <sub>b</sub>	11,584	4,118	316,652	6,573
F <sub>H</sub>	0,339	259,953	42,368	235,476

Из приведенных в табл. 5 результатов следует, что на результат вычислений существенно влияют все выбранные факторы. Следовательно, процедура вычисления значений основных типов экономических индексов требует, для получения сопоставимых результатов, разработки мер по улучшению сравнимости результатов расчета.

### Выводы

1. Для определения величины неопределенности типа В, возникающей при подготовке исходных данных для вычисления основных типов экономических индексов: сводного индекса товарооборота, сводного индекса физического объема реализации,

сводного индекса цен, определяемого по методу Паше и сводного индекса цен, определяемого по методу Ласпейреса использованы интервальные вычисления.

2. Вычисления проведены с числами, представленными в системе центр-радиус.

3. Факторами, влияющими на расчетную величину неопределенности, выбраны: тип вычисляемого индекса; соотношение порядков в каждом из множителей, используемых при вычислении основных типов экономических индексов; ширина интервала неопределенности исходных данных, используемых в процессе вычисления основных типов экономических индексов.

4. Для оценки значимости влияния выбранных факторов на итоговый интервал неопределённости проведен численный эксперимент, проведенный по схеме латинского квадрата без повторов.

5. Обработка результатов эксперимента показала значимое влияние выбранных факторов на его результат.

### Список литературы

1. Барановская Т.П. Информационные системы и технологии в экономике : Учебник. – 2-е изд., доп. и перераб. под ред. В.И. Лойко / Т.П. Барановская, В.И. Лойко, М.И. Семенов, А.И. Трубилин. – М.: Финансы и статистика, 2005. – 416 с.
2. Дубницький В.Ю. Влияние особенностей подготовки данных на ширину интервала неопределённости типа В при вычислении основных видов экономических индексов / В.Ю. Дубницький, А.М. Кобылин, О.А. Кобылин // Системи управління, навігації та зв'язку. – Полтава : ПНТУ, 2017. – Вип. 1 (41). – С. 86-91.
3. Ковалевский Г.В. Статистика: учебник / Г.В. Ковалевский; Харьк. нац. акад. гор. хоз-ва. – Х.: ХНАГХ, 2012. – 445 с.
4. Дубницький В.Ю. Определение интервала неопределённости при применении индексного метода экономической статистики / В.Ю. Дубницький // Системи обробки інформації. – Х.: ХУПС, 2013. – № 8(115). – С. 171-175.
5. Дубницький В.Ю. Вычисление значений элементарных функций с интервально заданным аргументом, определённым в системе центр-радиус / В.Ю. Дубницький, А.М. Кобылин, О.А. Кобылин // Системи обробки інформації. – Х.: ХУПС, 2016. – № 7(144) – С. 107-112.
6. Жуковська О.А. Основи інтервального аналізу / О.А. Жуковська. – К.: Освіта України 2009. – 136 с.
7. Орлов А.И. Эконометрика: учебник / А.И. Орлов. – Москва: Экзамен 2002. – 576 с.
8. Холл М. Комбинаторика / М. Холл. – М.: Мир, 1970. – 423 с.
9. Хикс Ч. Основные принципы планирования эксперимента / Ч. Хикс. – М.: Мир, 1967. – 406 с.
10. Маркова Е.В. Планирование эксперимента в условиях неоднородностей / Е.В. Маркова, А.Н. Лысенков. – М.: Наука, 1973. – 219 с.
11. Маркова Е.В. Комбинаторные планы в задачах планирования многофакторного эксперимента / Е.В. Маркова, А.Н. Лысенков. – М.: Наука, 1979. – 347 с.
12. Руководство по применению латинских планов при планировании эксперимента с качественными факторами / [Сост. Е.В. Маркова]. – Челябинск : Южно-Уральское книжное издательство, 1971. – 156 с.
13. Дубницький В.Ю. Применение квадрата Юдена при исследовании цементов / В.Ю. Дубницький, В.Л. Чернявский // Заводская лаборатория. – 1971. – №5. – С. 76-79.
14. Аргунова Л.И. Применение греко-латинских квадратов при изучении свойств цементных бетонов. / Л.И. Аргунова, В.Ю. Дубницький, В.Л. Чернявский // Заводская лаборатория. – 1974. – №5. – С. 63-65.
15. Математичне планування експерименту при проведенні наукових досліджень в фармації / Т.А. Грошовий, В.П. Марценюк, Л.І. Кучеренко [та ін.]; під ред. Т.А. Грошового. – Тернопіль : Укрмедкнига, 2008. – 368 с.
16. Тужилин М.Э. Латинские квадраты и их применение в криптографии / Э.М. Тужилин // Прикладная дискретная математика. – 2012. – № 3 (17). – С. 47-52.
17. Keedwal A.D. Latin Square and their application / A. Donald Keedwal. – Amsterdam : Elsevier B.V., 2008. – 424 p.

Надійшла до редколегії 1.02.2017

**Рецензент:** д-р екон. наук, доц. С.В. Кавун, Харківський навчально-науковий інститут ДВНЗ «Університет банківської справи», Харків.

### ЗАСТОСУВАННЯ ЛАТИНСЬКОГО КВАДРАТУ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ ХАРАКТЕРИСТИК ОБЧИСЛЮВАЛЬНОГО ПРОЦЕСУ, ЩО ІСТОТНО ВПЛИВАЮТЬ НА НЕВИЗНАЧЕНІСТЬ РЕЗУЛЬТАТУ ОБЧИСЛЕНЬ ОСНОВНИХ ТИПІВ ЕКОНОМІЧНИХ ІНДЕКСІВ

В.Ю. Дубницький, А.М. Кобилін, О.А. Кобилін

Для визначення величини невизначеності типу В, що виникає при підготовці початкових даних в процесі обчислення основних типів економічних індексів: зведеного індексу товарообігу, зведеного індексу фізичного об'єму реалізації, зведеного індексу цін, визначеного методом Пааше і зведеного індексу цін, визначеного методом Ласпейреса використані інтервальні обчислення. Обчислення проведені з числами, які подано в системі центр-радіус. Чинниками, що впливають на розрахункову величину невизначеності, вибрані: тип індексу; співвідношення порядків в кожній парі співмножників, які використані при обчисленні економічних індексів; ширина інтервалу невизначеності початкових даних, які використано в процесі обчислення. Для оцінки значущості впливу вибраних чинників на підсумковий інтервал невизначеності проведений чисельний експеримент, спланований по схемі латинського квадрату без повторень.

**Ключові слова:** чисельний експеримент, інтервальні обчислення, система «Центр-радіус», індексний метод, дисперсійний аналіз, латинський квадрат.

### APPLICATION OF LATIN SQUARE FOR DETERMINATION OF CALCULATION PROCESS CHARACTERISTICS HAVING SUBSTANTIAL EFFECT ON UNCERTAINTY OF CALCULATION RESULTS OF BASIC TYPES OF ECONOMIC INDICES

V. Yu. Dubnitskiy, A. M. Kobylin, O. A. Kobylin

Interval calculation was used to determine the value of B type uncertainty that emerges during preparation of initial data in the calculation process of basic types of economic indices: physical sales scope index, price composite index as determined by Paasche method and composite price index as determined by Laspeyres method. Calculation was performed with numbers presented in center-radius system. Factors affecting the calculated uncertainty value were selected as follows: index type; relation of orders in each pair of multipliers used in calculation of economic indices; uncertainty interval width of initial data used in calculation process. In order to estimate significance of effect of selected factors on final uncertainty interval a numerical experiment was performed planned by Latin square pattern without repetitions.

**Keywords:** numerical experiment, interval calculation, center-radius system, index method, variance analysis, Latin square.