

Д. В. Усенко¹, В. В. Биба¹, Н. М. Пінчук²

¹ Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка», Полтава, Україна

² Politecnico di Bari, Bari, Italy

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІЧНОЇ ТЕПЛОВОЇ РЕАКЦІЇ БАГАТОШАРОВОЇ СТІНОВОЇ КОНСТРУКЦІЇ ЗА ПЕРІОДИЧНОГО ТА ІМПУЛЬСНОГО ТЕПЛОВОГО НАВАНТАЖЕННЯ

Анотація. Актуальність. Стационарний термічний опір не дає вичерпної характеристики багатошарових огорожень за змінних температурних впливів, оскільки не враховує просторового розподілу теплової інерції та режиму збудження. **Предмет дослідження:** динамічна теплова реакція стаціонарно еквівалентної тришарової стінової конструкції за періодичного та скінченного імпульсного теплового навантаження. **Мета дослідження:** оцінити вплив порядку шарів, температурозалежних теплофізичних властивостей і компенсованого міжшарового термічного опору за незмінного сумарного стаціонарного термічного опору. **Завдання дослідження.** Сформулювати сценарії В, О, N, C5 і C10; визначити режимно відповідні показники; перевірити чисельну стійкість і роздільність ефектів. **Методи дослідження.** Використано одновимірну модель нестационарної теплопровідності, граничні умови Робіна, метод скінчених об'ємів, неявну схему Ейлера, ітерації Пікара, енергетичні й міжшарові діагностики та просторово-часове уточнення. **Результати дослідження.** Для всіх конфігурацій забезпечено $R_{tot}=3,65315 \text{ м}^2 \cdot \text{К}/\text{Вт}$. Просторово-часова чисельна невизначеність становила 0,325166 % за порогу 0,5 %. Для пари В/О ефект змінив знак від $-0,905363\%$ у періодичному режимі до $+0,56625\%$ в імпульсному; відношення ефекту до невизначеності становили 79,2365 і 88,85. Для N періодичний ефект $-2,00484\%$ був розділений, а імпульсний $-0,282142\%$ залишився нерозділеним. Ефекти C5/C10 також не були чисельно розділені. **Висновки.** Контрольована стаціонарна еквівалентність разом з оцінкою чисельної невизначеності дає змогу розділяти режимно залежні ефекти; зміна знака встановлена лише для дослідженої пари В/О та використаних показників.

Ключові слова: нестационарна теплопровідність; багатошарова стінова конструкція; динамічна теплова реакція; термічний опір; порядок шарів; температурозалежні властивості; міжшаровий контактний опір; періодичне теплове навантаження; імпульсне теплове навантаження.

1. Вступ

Актуальність тематики. Підвищення енергоефективності будівель потребує не лише зменшення стаціонарних тепловтрат через огорожувальні конструкції, а й коректного врахування їх реакції на змінні температурні впливи. Чисельне моделювання дає змогу досліджувати такі процеси без зведення їх до одного інтегрального показника та створює основу для обґрунтованого вибору конструктивних рішень у задачах енергоефективності й модернізації будівель [1, 2]. Традиційне теплотехнічне оцінювання огорожувальної конструкції значною мірою ґрунтується на її сумарному термічному опорі R або коефіцієнті теплопередачі U . Ці характеристики визначають стаціонарну теплопередачу, проте не містять повної інформації про просторовий розподіл теплового опору й теплоємності. Тому конструкції з однаковим R або U можуть мати різну нестационарну реакцію. Така відмінність підтверджується як теоретичними дослідженнями багатошарових систем, так і порівняннями стінових конструкцій з однаковим коефіцієнтом теплопередачі [3, 4]. Зокрема, для систем з однаковим U у літературі показано відмінності часових температурних характеристик, пов'язані з теплофізичними властивостями та розподілом теплової маси. Отже, стаціонарна еквівалентність є необхідною умовою коректного порівняння конструкцій за тепловтратами, але недостатньою для висновку про еквівалентність їхньої динамічної поведінки. Особливого значення це набуває за періодичних

температурних коливань і короткочасних теплових впливів, коли результат визначається не лише величиною сумарного опору, а й розподілом теплофізичних властивостей у просторі та характерним часовим масштабом процесу.

2. Аналіз літературних джерел і визначення проблеми

Вплив внутрішньої будови багатошарових огорожень на їхню динамічну теплову поведінку досліджується протягом тривалого часу. Встановлено, що розташування теплоізоляції, розподіл теплової маси та взаємне положення шарів можуть істотно змінювати часові характеристики конструкції навіть без пропорційної зміни її стаціонарної ефективності [5, 6]. Сучасні дослідження розподілу теплоізоляційних і несучих шарів підтверджують, що за незмінної загальної кількості матеріалів їх просторове розташування впливає на запізнення теплової хвилі та ступінь її загасання [7, 8]. Водночас такі результати здебільшого отримано для одного заданого періоду температурних коливань або в межах конкретної оптимізаційної задачі. Зокрема, в одному з найближчих за постановкою досліджень перерозподіл однакової кількості теплоізоляційного та несучого матеріалу аналізувався за фіксованого 24-годинного періоду.

Динамічну теплопередачу можна досліджувати як у частотній області, так і безпосередньо в часовій. Частотні методи дають змогу визначати реакцію конструкції на гармонічне збудження та оцінювати загасання й часовий зсув теплової хвилі. Для різних

перестановок тих самих шарів уже показано суттєві відмінності таких характеристик за добового періодичного навантаження [9]. Поряд із цим методи функцій відгуку та теплового імпульсу дають змогу характеризувати нестационарну поведінку системи в часовій області, визначати характерні часові масштаби та оцінювати теплові властивості за реакцією на контрольоване збудження [10–12]. Таким чином, у літературі сформовано розвинені, але методично різні підходи до аналізу періодичної та перехідної теплової реакції.

Для періодичного режиму використовують коефіцієнти загасання, періодичну теплопередачу та часові або фазові характеристики [13, 14]. Їх величина залежить від співвідношення між характерним часом теплового процесу та періодом зовнішнього збудження. Водночас реакція на скінченний тепловий імпульс характеризує іншу часову постановку задачі. Сучасні методи, засновані на функціях відгуку, дають змогу пов'язувати імпульсні випробування зі стаціонарними та періодичними характеристиками [15, 16], однак наявність такого математичного зв'язку сама по собі не означає тотожності відносної поведінки різних багатошарових конфігурацій у цих режимах. Danovska та співавтори, зокрема, використовують єдиний імпульсний експеримент для одержання стаціонарних і 24-годинних періодичних характеристик, що підтверджує методичну цінність такого зв'язку, але не досліджує зміну ранжування стаціонарно еквівалентної пари за порядком шарів.

Додаткове ускладнення виникає через те, що реальні теплофізичні властивості матеріалів можуть залежати від температури. Нелінійні моделі нестационарної теплопровідності дають змогу враховувати таку залежність [17], а експериментальні дослідження матеріалів підтверджують зміну їх теплофізичних характеристик із температурою [18]. Проте ці залежності є матеріалоспецифічними й справедливими лише в досліджених температурних межах, тому їх не можна переносити на довільні матеріали або температурні діапазони. Відповідно, вплив температурної нелінійності на динамічну реакцію має оцінюватися окремо від впливу структури шарів.

Ще одним чинником є недосконалість теплового контакту на межах матеріалів. Міжшаровий контактний опір призводить до температурного стрибка за неперервності теплового потоку, а аналітичні розв'язки нестационарної теплопровідності дають можливість перевіряти чисельне відтворення таких умов [19, 20]. Однак звичайне введення додаткового контактного опору одночасно змінює сумарний стаціонарний опір системи. Унаслідок цього без спеціальної компенсації неможливо однозначно відокремити власне динамічний вплив межі контакту від наслідку зміни R_{total} .

Отже, попередні дослідження достатньо переконливо встановили окремі закономірності: відмінність динамічної реакції за однакових стаціонарних показників, вплив розташування й

розподілу шарів, залежність теплової реакції від характерного часу, роль температурозалежних властивостей та міжшарового опору. Ці окремі ефекти не є новизною цієї роботи. Невирішеною залишається інша методична проблема: *як роздільно оцінити внесок зазначених чинників у стаціонарно еквівалентних багатошарових конструкціях та простежити, чи зберігаються напрям і доказовість відповідного ефекту під час переходу від періодичного до скінченного імпульсного теплового навантаження.*

Для розв'язання цієї проблеми потрібна контрольована система порівнянь, у якій сумарний стаціонарний термічний опір зберігається незмінним, а порядок шарів, температурна залежність властивостей і міжшаровий контактний опір вводяться як окремі досліджувані чинники. Така постановка дає змогу уникнути змішування причин і відрізнити фізичний ефект від зміни стаціонарної теплопередачі. Водночас висновок про можливу відмінність поведінки між режимами повинен випливати з власних чисельних результатів.

3. Мета і завдання дослідження

Метою дослідження є чисельне визначення та міжрежимне порівняння впливу порядку шарів, температурозалежних теплофізичних властивостей і компенсованого міжшарового контактного опору на динамічну теплову реакцію стаціонарно еквівалентної багатошарової стінової конструкції за періодичного та скінченного імпульсного теплового навантаження.

Для досягнення поставленої мети необхідно розв'язати такі завдання:

1. Сформулювати контрольовану систему стаціонарно еквівалентних розрахункових сценаріїв В, О, N, C5 і C10, у якій зміна досліджуваного чинника не супроводжується зміною сумарного термічного опору конструкції.

2. Розробити та перевірити чисельну модель нестационарної теплопровідності багатошарової конструкції, яка дає змогу враховувати порядок шарів, температурну залежність теплофізичних властивостей і міжшаровий контактний опір, а також окремо визначати показники періодичної та імпульсної реакції.

3. Кількісно оцінити й зіставити вплив досліджуваних чинників у двох режимах теплового навантаження, не ототожнюючи фазове запізнення періодичного процесу з часовими характеристиками скінченного імпульсного відгуку.

4. Перевірити чисельну роздільність і стійкість установлених ефектів за даними просторово-часової збіжності та сформулювати лише ті висновки, величина яких перевищує відповідний рівень чисельної невизначеності.

Науково-методичний внесок роботи полягає не в повторному встановленні відомого впливу порядку шарів, теплової інерції, температуро-залежних властивостей або міжшарового опору окремо, а у контрольованій схемі чисельного розділення цих чинників за однакового сумарного стаціонарного

термічного опору та їх міжрежимного оцінювання. У межах цієї схеми для дослідженої пари В/О чисельними результатами встановлено стійку зміну знака відносного ефекту порядку шарів під час переходу від періодичного до імпульсного режиму. Цей результат стосується саме дослідженої пари конфігурацій і заданих режимів навантаження та не розглядається як універсальна закономірність для довільних багатошарових конструкцій.

4. Матеріали і методи дослідження

4.1. Об'єкт дослідження та математична постановка

Розглянуто одновимірний нестационарний теплоперенос у тришаровій плоскій стіновій конструкції загальною товщиною 0,34 м. У базовій конфігурації шари розташовано в послідовності А–В–С: шар А – легкий бетон на керамзитовому заповнювачі завтовшки 0,10 м, шар В – теплоізоляційний матеріал завтовшки 0,12 м, шар С – цегла завтовшки 0,12 м. Вихідні теплофізичні властивості матеріалів отримано з нормалізованих джерельних записів бази даних; геометрія конструкції є параметром сформованої розрахункової постановки. Саме ці записи та товщини закріплено у конфігурації моделі. Координату x відрховано від зовнішньої поверхні до внутрішньої. Додатний напрям теплового потоку прийнято від зовнішнього середовища до приміщення. Теплоперенос у кожному шарі описується рівнянням нестационарної теплопровідності:

$$\rho_i(T)c_{p,i}(T)\frac{\partial T_i}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left[k_i(T)\frac{\partial T_i}{\partial x}\right], \quad (1)$$

де $T_i = T_i(x, t)$ – температура i -го шару, °C; x – координата, м; t – час, с; k_i – коефіцієнт теплопровідності, Вт/(м·K); $c_{p,i}$ – питома теплоємність, Дж/(кг·K); ρ_i – густина, кг/м³.

Рівняння (1) виражає локальний закон збереження енергії для теплопровідності. Загальна програмна реалізація допускає температурну залежність теплофізичних характеристик, однак у фактично використаному сценарії N температурні закони активовано лише там, де вони мають підтвердження з джерел. Для матеріалу шару А використовуються залежності $k(T)$ і $c_p(T)$, отримані з нормалізованих експериментальних даних [17, 18]. Густина для цієї конфігурації використовується як джерельно визначене опорне значення; окремий закон $\rho(T)$ у поточній моделі для цього матеріалу не активований. Таким чином, рівняння (1) подано в загальній формі, але в поточному дослідженні температурна нелінійність не вводиться для параметрів, для яких відсутня джерельна залежність.

Локальний тепловий потік визначається законом Фур'є

$$q_i = -k_i(T)\frac{\partial T_i}{\partial x}, \quad (2)$$

де q_i – густина теплового потоку, Вт/м².

На зовнішній та внутрішній поверхнях задаються конвективні граничні умови Робіна:

$$q_{(out)} = h_{(out)}[T_e(t) - T_{(s,out)}(t)],$$

$$q_{(in)} = h_{(in)}[T_{(s,in)}(t) - T_{(in)}], \quad (3)$$

де $h_{out} = 10$ Вт/(м²·K) і $h_{in} = 7$ Вт/(м²·K) – коефіцієнти конвективного теплообміну; $T_e(t)$ – температура зовнішнього повітря; $T_{s,out}$ і $T_{s,in}$ – температури зовнішньої та внутрішньої поверхонь; $T_{in} = 20^\circ\text{C}$ – температура внутрішнього повітря.

Для ідеального контакту температура та тепловий потік на межі суміжних шарів є неперервними. Для недосконалого контакту з термічним опором $R_{c,jR_}\{c,j\}R_{c,j}$ виконується

$$q_j^- = q_j^+ = q_j, T_j^- - T_j^+ = q_j R_{(c,j)}, \quad (4)$$

де $R_{c,j}$ має розмірність м²·K/Вт. За $R_{c,j} = 0$ умова переходить у випадок ідеального контакту. Таке представлення узгоджується з аналітичними постановками нестационарної теплопровідності через недосконалі межі [19, 20]. У самій чисельній реалізації додатково контролюється залишок співвідношення $\Delta T - qR_c$ для кожної міжшарової межі.

4.2. Контроль стаціонарної еквівалентності та система сценаріїв

Для відокремлення динамічних ефектів від звичайної зміни теплоізоляційної здатності всі основні конфігурації порівнювали за однакового контрольного сумарного стаціонарного термічного опору. При опорній температурі $T_{ref} = 20^\circ\text{C}$ $\Delta T - qR_c = 0$ він визначається як

$$R_{tot} \frac{1}{h_{out}} + \sum_{i=1}^n \frac{L_i}{k_i(T_{ref})} + \sum_{j=1}^{n-1} R_{c,j} + \frac{1}{h_{in}}, \quad (5)$$

де L_i – товщина i -го шару, м; інші позначення наведено вище.

Для всіх досліджуваних конфігурацій В, О, N, С5 і С10 отримано $R_{tot} = 3,65315$ м²·K/Вт, а зафіксована відносна похибка стаціонарної еквівалентності дорівнює нулю.

Порівнювали п'ять причинно розділених конфігурацій:

В – базова конфігурація А–В–С зі сталими теплофізичними властивостями та ідеальними контактами;

О – ті самі три шари у зворотній послідовності С–В–А; змінюється лише просторовий порядок шарів;

N – базова послідовність А–В–С та ідеальні контакти, але для шару А активуються джерельно обґрунтовані температурні залежності $k(T)$ і $c_p(T)$;

С5 – базова послідовність А–В–С, у якій 5 % вихідного об'ємного термічного опору контролювано перерозподілено до двох міжшарових контактів;

С10 – аналогічна конфігурація з перерозподілом 10 % об'ємного термічного опору.

У С5 і С10 міжшаровий опір не додається поверх вихідного R_{tot} . Загальний заданий R_c симетрично розподіляється між двома фізичними

межами, а опір шару B відповідно зменшується шляхом масштабування його теплопровідності без зміни товщини. Після компенсації модель повторно перевіряє рівність сумарного опору заданому базовому значенню. Контактні опори $C5/C10$ є спеціально сформованими параметрами

контрольованого чисельного експерименту, а не вимірними характеристиками реальної конструкції. Ця побудова дає змогу відокремити вплив локалізації опору на міжшарових межах від тривіального ефекту збільшення загального стаціонарного термічного опору.

Таблиця 1 – Теплофізичні характеристики та стаціонарна еквівалентність контрольованих багатшарових конфігурацій

Конф.	Порядок шарів	Модель в-востей	Частка R_c , %	R_{bulk} , M^2K/Bm	R_c , M^2K/Bm	R_{tot} , M^2K/Bm	C_A , $кДж/(м^2K)$
B	A-B-C	Сталі	0	3.4103	0	3.653	354.6
O	C-B-A	Сталі	0	3.4103	0	3.653	354.6
N	A-B-C	Температурозалежні	0	3.4103	0	3.653	354.6
C5	A-B-C	Компенсовані сталі	5	3.2398	0.2	3.653	354.6
C10	A-B-C	Компенсовані сталі	10	3.0693	0.3	3.653	354.6

4.3. Режими теплового навантаження та показники динамічної реакції

Кожну з п'яти конфігурацій розраховували у двох режимах, тобто загальний набір містив десять основних розрахункових сценаріїв. У періодичному режимі температура зовнішнього повітря задається гармонічним законом:

$$T_e(t) = \bar{T}_e + A_e \sin \left[\frac{2\pi}{P} (t - t_\phi) \right], \quad (6)$$

де $P = 24$ год – період; $\bar{T}_e = 30^\circ C$ – середня температура; $A_e = 10$ K – амплітуда; $t_\phi = 0$ – часовий зсув зовнішнього сигналу. Таким чином, задана зовнішня температура змінюється в межах $20\text{--}40^\circ C$. Ці параметри безпосередньо закріплені канонічною конфігурацією розрахункового пакета. Основними температурними характеристиками усталеного періодичного режиму є коефіцієнт загасання:

$$f_T = \frac{A_{(s,in)}}{A_e},$$

$$\Delta t_\phi = \frac{[(\varphi_e - \varphi_{(s,in)}) \bmod 2\pi]}{\omega}, \quad \omega = \frac{2\pi}{P}, \quad (7)$$

де $A_{s,in}$ – амплітуда температури внутрішньої поверхні, K; φ_e і $\varphi_{s,in}$ – фази зовнішнього температурного сигналу та температури внутрішньої поверхні; ω – кутова частота, рад/с; Δt_ϕ – фазове запізнення, с або год після перерахунку. Для визначення гармонічних складових використовувалось узгоджене з відомими методами періодичного аналізу представлення [13].

Періодичний розрахунок продовжується до досягнення усталеного циклу. Після щонайменше трьох циклів порівнюються температурна історія внутрішньої поверхні та внутрішній тепловий потік у двох послідовних циклах. Для обох нормованих максимальних відмінностей встановлено критерій 10^{-4} ; гранична кількість циклів становить 30. Другий режим представлено скінченим трикутним температурним імпульсом. Перед його початком конструкція приводиться до відповідного

стаціонарного стану. Базова зовнішня температура становить $20^\circ C$, початок імпульсу – через 1 год, амплітуда – 20 K, тривалість лінійного наростання – 3 год, тривалість лінійного спаду – 3 год. Отже, максимальна зовнішня температура також становить $40^\circ C$, що зберігає N -сценарій у межах $0\text{--}50^\circ C$, для яких використані температурозалежні властивості мають обґрунтування у відповідних джерелах. Максимальне вікно спостереження становить 240 год. Основною амплітудною характеристикою імпульсного режиму є коефіцієнт передавання піку

$$r_{(peak)} = \frac{\max_t [T_{(s,in)}(t) - T_{(s,in,0)}]}{\Delta T_p}, \quad (8)$$

де $T_{s,in,0}$ – температура внутрішньої поверхні до початку імпульсу, $^\circ C$; $\Delta T_p = 20$ K – амплітуда зовнішнього температурного імпульсу.

Додатково визначаються часова затримка максимуму та затримка центроїда температурного відгуку. Їх розраховують відносно відповідних характеристик вхідного імпульсу. Вони характеризують перехідний часовий процес і не трактуються як фазове запізнення. У програмній реалізації коефіцієнт передавання піку визначається відносно базового передімпульсного стану, а центроїд обчислюється за додатною частиною відповідної реакції. Методична доцільність імпульсного опису теплової реакції та його зв'язку з функціями відгуку обґрунтована в [15, 16].

Повнота імпульсного розрахунку перевіряється за залишковою реакцією наприкінці вікна спостереження. Відношення залишкового температурного відхилення та залишкового теплового потоку до їхніх відповідних максимальних значень має не перевищувати 10^{-3} . Якщо ця умова не виконується, розрахунок не приймається як завершений.

4.4. Чисельний метод і контроль збіжності

Рівняння теплопровідності дискретизується консервативним методом скінчених об'ємів на

сітці, межі контрольних об'ємів якої узгоджені з межами матеріальних шарів. Такий підхід забезпечує безпосередній баланс теплових потоків та дозволяє вводити міжшаровий опір як складову опору відповідної грані.

Інтегрування в часі здійснюється неявною схемою Ейлера. Для сценарію з температурозалежними властивостями на кожному часовому кроці виконуються ітерації Пікара: теплофізичні коефіцієнти уточнюються за поточним температурним полем, після чого повторно формується і розв'язується лінійна система. Максимальна кількість ітерацій становить 50; абсолютний критерій збіжності – 10^{-7} °C, відносний – 10^{-8} ; коефіцієнт релаксації дорівнює 1.

Метод скінченних об'ємів, неявна схема Ейлера та ітерації Пікара використовуються як стандартні чисельні засоби і не розглядаються як складові наукової новизни. Для основних розрахунків застосовано 40 контрольних об'ємів на кожний шар і крок часу 300 с. Перевірка залежності результатів від дискретизації охоплювала чотири рівні:

40 комірок на шар, $\Delta t = 300$ с – базовий;

80 комірок на шар, $\Delta t = 300$ с – просторове уточнення;

40 комірок на шар, $\Delta t = 150$ с – часове уточнення;

80 комірок на шар, $\Delta t = 150$ с – комбіноване уточнення.

Сумарна оцінена просторово-часова чисельна невизначеність фінального пакета становить $U_{grid+time} = 0,325166\%$, що нижче наперед прийнятого критерію 0,5 %.

Для центрального порівняння В/О додатково виконано цілове уточнення, в якому контролювали не лише величину, а й збереження знака відносного ефекту на всіх чотирьох рівнях дискретизації.

Чисельна діагностика охоплювала також дискретний енергетичний баланс і виконання міжшарових умов. Максимально допустимий відносний залишок енергетичного балансу встановлено на рівні 10^{-5} . Для меж шарів контролювалися тепловий потік, реконструйований температурний стрибок та залишок умови $\Delta T = qR_c$.

4.5. Верифікація та межі доказовості моделі

Перевірку чисельної реалізації виконано незалежно від подальшої інтерпретації основних сценаріїв. Верифікаційний ланцюг містив три рівні. В1 перевіряв лінійну багатошарову нестационарну теплопровідність і коректність базової реалізації. В2 був призначений для перевірки недосконалого міжшарового контакту, зокрема неперервності теплового потоку й температурного стрибка за скінченного R_c , з використанням аналітичних постановок [19, 20]. В3 перевіряв помірно нелінійну нестационарну теплопровідність із температурозалежними властивостями [17]. Загальний результат верифікаційного ланцюга має статус *PASS WITH RESTRICTIONS*. Обмеження В2 полягає в тому, що опубліковане джерело зберігає інформацію про похибки та необхідні фізико-математичні співвідношення, але не містить повного набору

точкових еталонних температур для незалежного відтворення всієї температурної історії. Для В3 опубліковано межу розбіжності з розрахунком методом скінченних елементів менше 4%, однак повний набір табличних для нового точкового зіставлення відсутній. У цій роботі термін *верифікація* означає перевірку правильності чисельної реалізації відносно незалежних аналітичних, чисельних і опублікованих еталонних задач. *Валідація* означала б кількісне підтвердження адекватності повної фізичної моделі за незалежними експериментальними даними для відповідного об'єкта й режиму. *Калібрування* передбачало б підбір параметрів моделі за експериментальними даними. Калібрування поточної моделі не виконувалося, а наявні дослідження повномасштабних стінових комірок і двовимірні випробування в гарячій камері [21] використовуються лише як зовнішні свідчення фізичної правдоподібності, а не як калібрувальні дані. Отже, модель вважається *чисельно верифікованою з обмеженнями*, але не повністю експериментально валідованою.

5. Результати дослідження

5.1 Контроль стаціонарної еквівалентності

Для конфігурацій В, О, N, C5 і C10, параметри яких наведено в табл. 1, підтверджено однаковий сумарний стаціонарний термічний опір $R_{tot} = 3,65315$ м²·K/Вт; відносна похибка стаціонарної еквівалентності дорівнювала нулю. У C5 і C10 введення міжшарового контактного опору компенсувалося відповідним зменшенням об'ємної складової опору, тому загальний R_{tot} залишався незмінним.

5.2 Періодична тепла відповідь

Для базової конфігурації В коефіцієнт температурного загасання становив $f_T = 0,00754845$, а фазове запізнення внутрішньої поверхні $\Delta t_{pf} = 10,5805$ год.

Відносно В зміна основної періодичної метрики становила $-0,905363$ % для О та $-2,00484$ % для N; для C5 і C10 вона була значно меншою: $-0,0167601$ % і $-0,0395018$ % відповідно.

Часові відхилення О і N від базової відповіді наведено на рис. 1.

5.3 Відповідь на скінченний тепловий імпульс

Для В коефіцієнт передавання температурного піку становив $r_{peak} = 0,00545139$, затримка максимуму $-10,000$ год, затримка центроїда $-17,9752$ год. Відносно В зміна r_{peak} становила $+0,56625$ % для О та $-0,282142$ % для N; для C5 і C10 вона дорівнювала лише $+0,00250643$ % і $+0,00444627$ %.

Часову структуру відповіді О і N наведено на рис. 2.

Величини Δt_{peak} і Δt_c є часовими затримками скінченного імпульсного процесу, а не фазовим запізненням.

5.4 Режимно залежна зміна знака ефекту В/О

Для О встановлено зміну знака відносного ефекту: $-0,905363$ % у періодичному режимі та $+0,56625$ % за скінченного імпульсу (рис. 3).

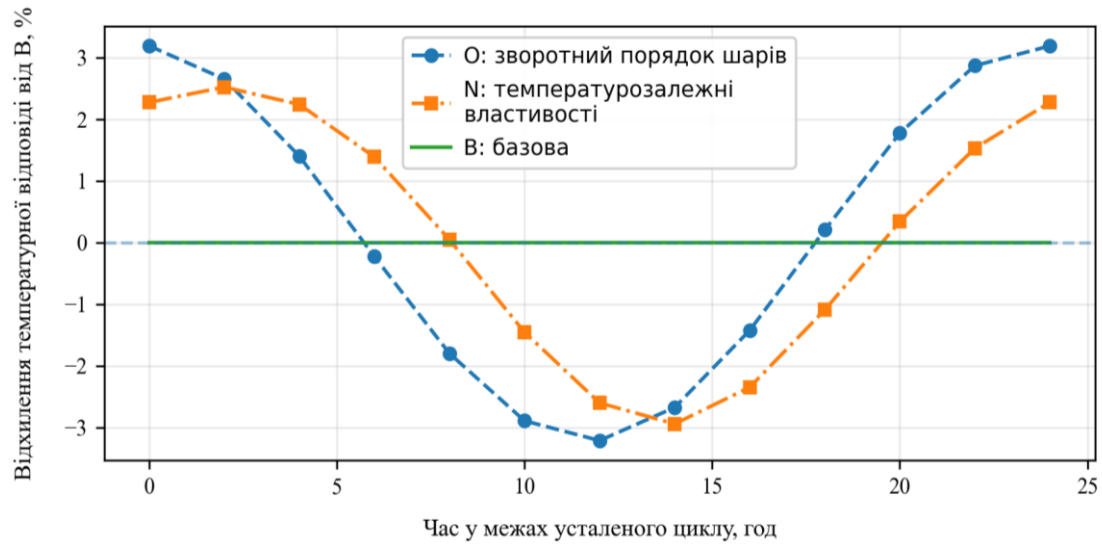


Рис. 1. Вплив порядку шарів і температурозалежних властивостей на періодичну теплову відповідь відносно базової конфігурації

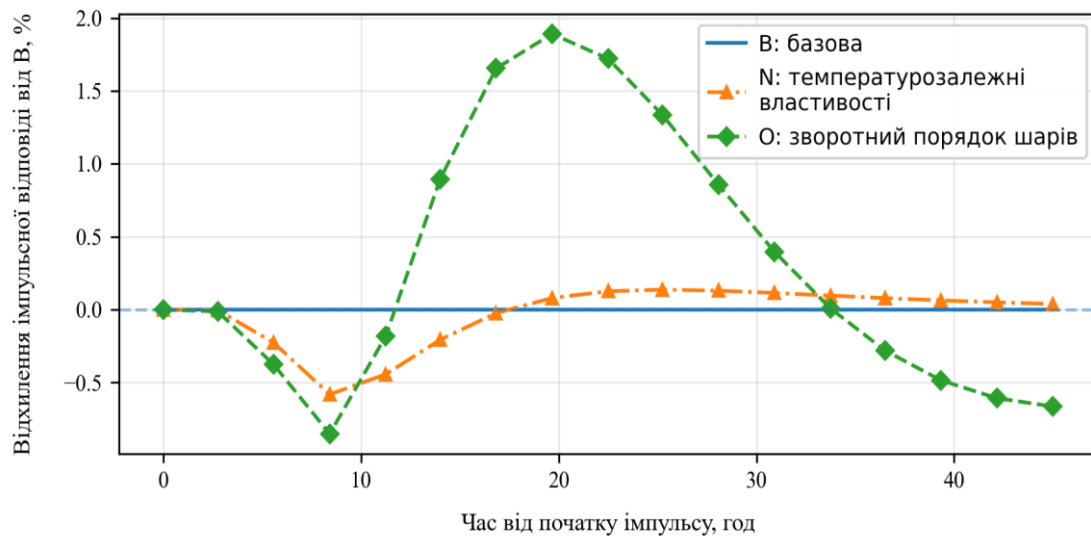


Рис. 2. Вплив порядку шарів і температурозалежних властивостей на теплову відповідь за скінченного імпульсного збудження

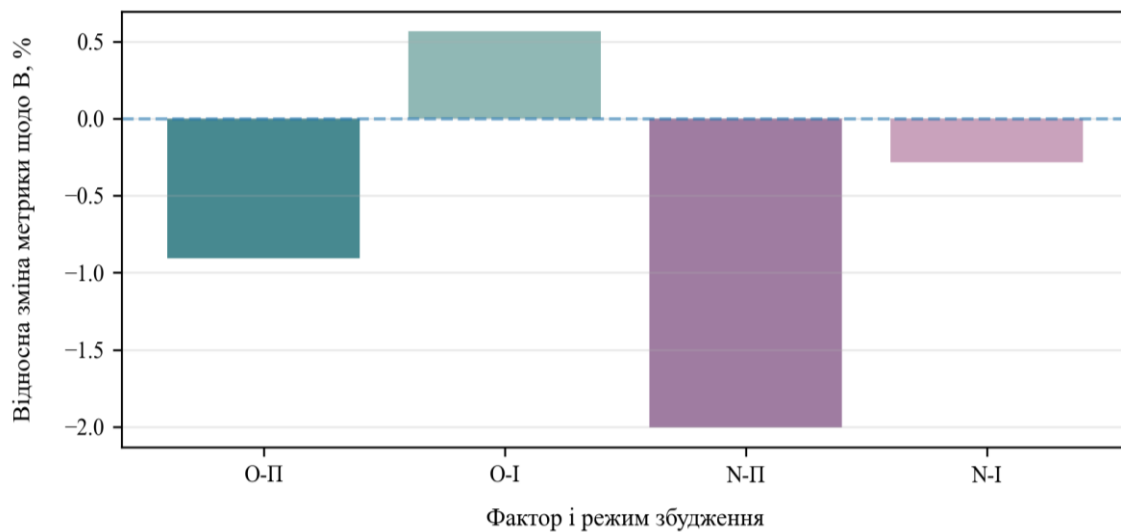


Рис. 3. Режимно залежний вплив порядку шарів і температурозалежних властивостей на основні метрики динамічної теплової відповіді

Цільове просторово-часове уточнення підтвердило стійкість знака; відповідні відношення $|Δ|/u$ становили 79,2365 і 88,85. Отже, обидва ефекти чисельно розділені.

Результат стосується лише дослідженої пари В/О, заданих режимів і відповідних їм основних метрик.

5.5 Вплив температурозалежних властивостей N

Для N періодичний ефект становив $-2,00484\%$ при $|Δ|/u = 6,16561$ і був чисельно розділеним. За скінченного імпульсу номінальний ефект $-0,282142$

% мав $|Δ|/u = 0,867687 < 1$, тому залишився чисельно нерозділеним.

5.6 Результат для компенсованого контактного опору C5/C10

Для C5 відносні зміни основних періодичної та імпульсної метрик становили $-0,0167601\%$ і $+0,00250643\%$, а для C10 – $-0,0395018\%$ і $+0,00444627\%$. Відповідні $|Δ|/u$ перебували в межах $0,0077 - 0,1215$, тобто були значно меншими за одиницю. Отже, C5/C10 дали слабкі чисельно нерозділені результати. Багатометрикову чутливість показано на рис. 4.

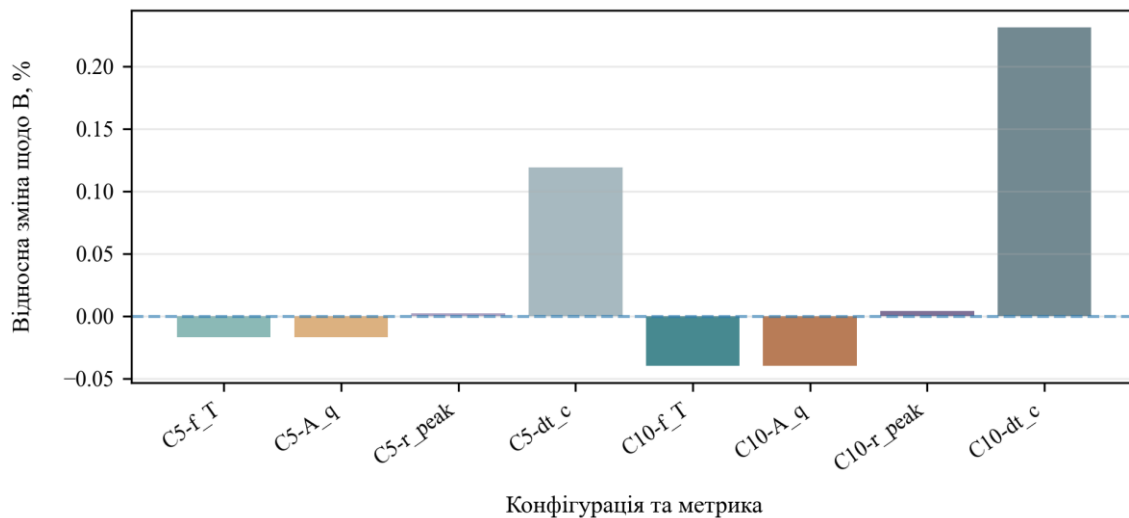


Рис. 4. Чутливість нестационарної теплової відповіді до компенсованого міжшарового контактного опору за незмінного загального стаціонарного термічного опору

5.7 Підсумок чисельної роздільності результатів

Сумарна просторово-часова чисельна невизначеність становила $0,325166\%$, що нижче прийнятого порога $0,5\%$. За критерієм $|Δ|/u > 1$

обидва ефекти O були сильно розділеними, періодичний ефект N – розділеним, тоді як імпульсний ефект N та всі ефекти C5/C10 залишилися нерозділеними. Кількісні показники наведено в табл. 2.

Таблиця 2 – Кількісні показники

Конф.	$f_T, 1$	$Δt_p, \text{год}$	$r_{peak}, 1$	$Δt_{peak}, \text{год}$	$Δt_c, \text{год}$	$ Δ /u (Π), 1$	$ Δ /u (I), 1$
В	0.007548	10.581	0.005451	10	17.975		
О	0.00748	10.697	0.005482	10.25	17.665	79.24	88.85
N	0.007397	10.651	0.005436	10.083	18.014	6.17	0.87
C5	0.007547	10.604	0.005452	10.083	17.997	0.05	0.01
C10	0.007545	10.626	0.005452	10.083	18.017	0.12	0.01

6. Обговорення результатів дослідження

Контроль однакового сумарного стаціонарного термічного опору є принциповою умовою проведеного порівняння. Попередні дослідження вже показали, що однакові R або U не забезпечують тотожної нестационарної реакції, а розташування теплоізоляції та теплової маси впливає на динамічні характеристики стін [3–8]. Тому новизна цієї роботи полягає не в повторному встановленні впливу

порядку шарів, а в його відокремленні від зміни загальної теплоізоляційної здатності. Та сама логіка застосована до C5/C10: контактний опір не додавався до R_{tot} , а компенсувався зменшенням об'ємної складової опору.

Для дослідженої пари В/О встановлено різний напрям відносного ефекту в періодичному та імпульсному режимах. Це узгоджується із загальним уявленням про залежність динамічної реакції від розташування шарів та характерного часу теплового

процесу [9–15], але сама зміна знака є результатом власного чисельного експерименту, а не висновком із літератури. Періодичний режим оцінювався за f_T , а скінченний імпульс – за r_{peak} ; тому йдеться про порівняння режимно відповідних показників. Затримка піку та центроїда імпульсної відповіді не є фазовим запізненням.

Зміну знака B/O не можна поширювати на довільні багатопарові конструкції. Вона встановлена для конкретної трипарової пари, 24-годинного періодичного збудження, заданого трикутного імпульсу та використаних метрик. Дослідження частотних, початкових перехідних і режимно залежних процесів також показують чутливість теплової поведінки до структури та часових умов [14, 24–26], однак не встановлюють універсального правила зміни ранжування.

Для температурозалежної конфігурації N важливим є різний доказовий статус, а не лише різниця номінальних значень. Періодичний ефект перевищив оцінену чисельну невизначеність і був розділеним, тоді як імпульсний залишився нижче відповідного порога. Джерела [17, 18] підтверджують фізичну обґрунтованість температурної залежності теплофізичних властивостей, але не визначають величину ефекту в дослідженій конструкції. Тому нерозділений імпульсний результат не означає відсутності фізичного впливу, а лише неможливість надійно відокремити його від чисельної невизначеності за прийнятої постановки.

Аналогічно слід трактувати $C5/C10$. Теорія недосконалих контактів підтверджує фізичне значення міжшарового термічного опору [19, 20], проте в дослідженому компенсованому діапазоні його додатковий динамічний ефект залишився чисельно нерозділеним. Це негативний, але змістовний результат: ненульова номінальна різниця не повинна автоматично перетворюватися на фізичний висновок. Саме включення чисельної невизначеності до правила інтерпретації дозволило розмежувати стійкий B/O -ефект, розділений періодичний N -ефект та нерозділені N -pulse і $C5/C10$ результати.

Експериментальні та чисельно-експериментальні дослідження реальних огорожень підтверджують фізичну значущість теплової інерції, коефіцієнта загасання й часових затримок [21–23], однак не є прямою калібровкою цієї моделі. Її область застосовності обмежена одновимірною сухою теплопровідністю, конкретними матеріалами й температурними законами, дослідженою B/O -парою, заданими режимами збудження та сценаріями $C5/C10$. Не враховано вологоперенос і дво- чи тривимірні теплові мости. Крім того, перевірочні задачі $B2$ і $B3$ мають обмеження, пов'язані з доступністю вихідних еталонних даних, тому загальний статус залишається *PASS WITH RESTRICTIONS*, а *whole-cell* і *2D hot-box* результати слід розглядати лише як зовнішні свідчення фізичної правдоподібності. Основним методичним внеском є контрольована схема розділення чинників за

незмінного R_{tot} із режимно специфічним та орієнтованим на чисельну невизначеність оцінюванням їхнього впливу.

7. Висновки

1. Сформовано контрольовану систему стаціонарно еквівалентних конфігурацій B , O , N , $C5$ і $C10$ із однаковим сумарним термічним опором $R_{tot} = 3,65315 \text{ m}^2\text{K/W}$. Це дозволило роздільно оцінювати вплив порядку шарів, температурозалежних властивостей та компенсованого міжшарового термічного опору без змішування цих чинників зі зміною загальної стаціонарної теплоізоляційної здатності.

2. Для дослідженої пари B/O встановлено чисельно стійку режимно залежну зміну знака ефекту порядку шарів. Відносна зміна основної періодичної метрики становила $-0,905363\%$, тоді як для скінченного імпульсу вона становила $+0,56625\%$. Відношення ефекту до чисельної невизначеності дорівнювало відповідно 79,2365 та 88,85, що підтверджує стійкість обох результатів. Цей висновок стосується лише дослідженої B/O -пари, заданих режимів навантаження та відповідних їм метрик.

3. Урахування температурозалежних теплофізичних властивостей дало різний доказовий результат у двох режимах. Для періодичного навантаження відносний ефект N становив $-2,00484\%$ при $|A|/u = 6,16561$, тому його визнано чисельно розділеним. Для скінченного імпульсу номінальна зміна $-0,282142\%$ мала $|A|/u = 0,867687$, отже цей ефект залишився нерозділеним.

4. Для компенсованого міжшарового термічного опору сильного додаткового динамічного ефекту в дослідженому діапазоні не встановлено. Для $C5$ відносні зміни основних періодичної та імпульсної метрик становили приблизно $-0,0167601\%$ та $+0,00250643\%$, для $C10$ – $-0,0395018\%$ та $+0,00444627\%$; усі відповідні відношення $|A|/u$ були значно меншими за одиницю. Тому $C5/C10$ класифіковано як слабкі та чисельно нерозділені результати.

5. Сумарна просторово-часова чисельна невизначеність становила $0,325166\%$, що нижче прийнятого порога $0,5\%$. Загальний статус перевірки чисельної реалізації – *PASS WITH RESTRICTIONS* через обмеження вихідних даних перевірочних задач $B2$ і $B3$. Отриманий рівень перевірки не є повною незалежною експериментальною валідацією моделі.

6. Основний науково-методичний внесок роботи полягає у *контрольованій схемі розділення та оцінювання структурних і теплофізичних чинників за незмінного сумарного стаціонарного термічного опору, із застосуванням режимно відповідних динамічних показників та явного порівняння величини ефекту з чисельною невизначеністю*.

Така схема дає змогу однаково коректно фіксувати як розділені ефекти, так і негативні або нерозділені результати, не перетворюючи номінальні числові відмінності на необґрунтовані фізичні висновки.

Конфлікт інтересів

Автори декларують, що не мають конфлікту інтересів стосовно даного дослідження, в тому числі фінансового, особистісного характеру, авторства чи іншого характеру, що міг би вплинути на дослідження та його результати, представлені в даній статті.

Фінансування

Дослідження проводилося без фінансової підтримки.

Доступність даних

Дані та матеріали розрахунків, що підтверджують результати цього дослідження, можуть бути надані авторами за обґрунтованим запитом.

Використання засобів штучного інтелекту

Автори підтверджують, що не використовували технології штучного інтелекту при створенні представленої роботи.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Ichanska, N.V., Usenko, I.S., Usenko, D.V., and Pinchuk, N.M. (2025), "Numerical Modeling of the Impact of Complex Loads on Building Materials", *Modern Construction and Architecture*, vol. 14, pp. 33–45, doi: <https://doi.org/10.31650/2786-6696-2025-14-33-45>
2. Усенко І.С., Усенко Д.В. Комплексні ресурсощадні та енергоефективні технології для відновлення та модернізації захисних споруд цивільного захисту. *Екологія. Довкілля. Енергозбереження – 2025: колективна монографія* / за ред. О.Е. Ілляш. Полтава: Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка», 2025. С. 157–168, available at: <https://reposit.nupp.edu.ua/item/19423>
3. Kossecka, E. (1996), "The Effect of Structure on Dynamic Thermal Characteristics of Multilayer Walls", *Archives of Civil Engineering*, vol. 42, no. 3, pp. 351–369.
4. Yüksel, A., Arıcı, M., and Karabay, H. (2021), "Comparison of thermal response times of historical and modern building wall materials", *Journal of Thermal Engineering*, vol. 7, no. 6, pp. 1506–1518, doi: <https://doi.org/10.18186/thermal.991093>
5. Bond, D.E.M., Clark, W.W., and Kimber, M. (2013), "Configuring wall layers for improved insulation performance", *Applied Energy*, vol. 112, pp. 235–245, doi: <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2013.06.024>
6. Al-Sanea, S.A., and Zedan, M.F. (2011), "Improving thermal performance of building walls by optimizing insulation layer distribution and thickness for same thermal mass", *Applied Energy*, vol. 88, no. 9, pp. 3113–3124, doi: <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2011.02.036>
7. Gori, P., Guattari, C., Evangelisti, L., and Asdrubali, F. (2016), "Design criteria for improving insulation effectiveness of multilayer walls", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 103, pp. 349–359, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2016.07.077>
8. Lu, Y., Hu, J., and Zhong, K. (2022), "Optimization of insulation layer location and distribution considering maximum time lag and damping factor", *Case Studies in Thermal Engineering*, vol. 30, art. 101766, doi: <https://doi.org/10.1016/j.csite.2022.101766>
9. Ma, L., Long, E., and Liu, Q. (2021), "An frequency domain analysis method of thermal parameters unsteady-state detection of building wall", *Journal of Asian Architecture and Building Engineering*, vol. 20, no. 6, pp. 718–728, doi: <https://doi.org/10.1080/13467581.2020.1838292>
10. Rasooli, A., and Itard, L. (2019), "In-situ rapid determination of walls' thermal conductivity, volumetric heat capacity, and thermal resistance, using response factors", *Applied Energy*, vol. 253, art. 113539, doi: <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2019.113539>
11. Rasooli, A., and Itard, L. (2019), "Properties of the triangular excitation pulse and the 3D heat transfer effects in the excitation pulse method", *E3S Web of Conferences*, vol. 111, art. 04018, doi: <https://doi.org/10.1051/e3sconf/201911104018>
12. Petojević, Z., Gospavić, R., and Todorović, G. (2018), "Estimation of thermal impulse response of a multi-layer building wall through in-situ experimental measurements in a dynamic regime with applications", *Applied Energy*, vol. 228, pp. 468–486, doi: <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2018.06.083>
13. Yuan, J. (2018), "Impact of Insulation Type and Thickness on the Dynamic Thermal Characteristics of an External Wall Structure", *Sustainability*, vol. 10, no. 8, art. 2835, doi: <https://doi.org/10.3390/su10082835>
14. Lu, Y., Wang, L., He, J., Yang, R., and Yuan, L. (2024), "Dimensionless resolutions for heat flux decrement factor and time lag of the wall during cyclic variations in outdoor air temperature", *Case Studies in Thermal Engineering*, vol. 60, art. 104678, doi: <https://doi.org/10.1016/j.csite.2024.104678>
15. Danovska, M., Cassol, D., Giongo, I., and Prada, A. (2026), "Experimental assessment of wall thermal properties using an integrated response factor approach", *Energy and Buildings*, vol. 350, art. 116661, doi: <https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2025.116661>
16. Peavy, B.A. (1978), *Determination and Verification of Thermal Response Factors for Thermal Conduction Applications*, NBSIR 77-1405, National Bureau of Standards, Washington, DC. <https://doi.org/10.6028/NBS.IR.77-1405>
17. Wang, H., Chen, X., Koenders, E., Dai, Y., Huang, X., Ai, Q., and Yuan, Y. (2023), "Transient Nonlinear Heat Conduction in Concrete Structures: A Semi-Analytical Approach", *Entropy*, vol. 25, no. 4, art. 583, doi: <https://doi.org/10.3390/e25040583>
18. Shafigh, P., Hafez, M.A., Che Muda, Z., Beddu, S., Zakaria, A., and Almkahal, Z. (2022), "Influence of Different Ambient Temperatures on the Thermal Properties of Fiber-Reinforced Structural Lightweight Aggregate Concrete", *Buildings*, vol. 12, no. 6, art. 771, doi: <https://doi.org/10.3390/buildings12060771>
19. Chiba, R. (2018), "An Analytical Solution for Transient Heat Conduction in a Composite Slab with Time-Dependent Heat Transfer Coefficient", *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2018, art. 4707860, doi: <https://doi.org/10.1155/2018/4707860>

20. D'Alessandro, G., and de Monte, F. (2020), "Multi-Layer Transient Heat Conduction Involving Perfectly-Conducting Solids", *Energies*, vol. 13, no. 24, art. 6484, doi: <https://doi.org/10.3390/en13246484>
21. del Coz-Díaz, J.J., Álvarez-Rabanal, F.P., Alonso-Martínez, M., and Martínez-Martínez, J.E. (2021), "Thermal Inertia Characterization of Multilayer Lightweight Walls: Numerical Analysis and Experimental Validation", *Applied Sciences*, vol. 11, no. 11, art. 5008, doi: <https://doi.org/10.3390/app11115008>
22. Toure, P.M., Dieye, Y., Gueye, P.M., Sambou, V., Bodian, S., and Tiguampo, S. (2020), "Experimental Determination of Time Lag and Decrement Factor", *Case Studies in Construction Materials*, vol. 12, art. e00298, doi: <https://doi.org/10.1016/j.cscm.2019.e00298>
23. Belarbi, Y.E., Poullain, P., Othmen, I., Issaadi, N., Bonnet, S., and Leklou, N. (2025), "Experimental evaluation of the time lag and decrement factor of a raw earth wall for various climates: Comparison of different methods", *Journal of Building Engineering*, vol. 113, art. 113996, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jobbe.2025.113996>
24. Lu, Y., He, J., Gu, Y., Zhou, H., and Yuan, L. (2024), "Optimizing wall structure for enhanced thermal performance: A layer-specific dimensionless parameter analysis in multi-layer walls", *Journal of Building Engineering*, vol. 94, art. 109889, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jobbe.2024.109889>
25. Xu, L., Ding, Y., and Du, C. (2024), "Thermal performance assessment of exterior building walls under intermittent air-conditioning operation in China's hot summer and cold winter zone", *Journal of Building Engineering*, vol. 95, art. 110204, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jobbe.2024.110204>
26. Al-Sanea, S.A., and Zedan, M.F. (2001), "Effect of Insulation Location on Initial Transient Thermal Response of Building Walls", *Journal of Thermal Envelope and Building Science*, vol. 24, no. 4, pp. 275–300, doi: <https://doi.org/10.1106/07E7-FGCJ-MFF7-974W>

Received (Надійшла) 21.07.2026

Accepted for publication (Прийнята до друку) 09.09.2026

Publication date (Дата публікації) 25.09.2026

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ / ABOUT THE AUTHORS

Усенко Дмитро Валерійович – доктор філософії (PhD), доцент, доцент кафедри вищої і прикладної математики та фізики, Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка», Полтава, Україна;

Dmytro Usenko – PhD, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Higher and Applied Mathematics and and Physics, National University "Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic", Poltava, Ukraine;
e-mail: usenko_phd@ukr.net; ORCID Author ID: <https://orcid.org/0000-0001-7133-0638>;
Scopus Author ID: <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57202630040>.

Біба Володимир Васильович – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри менеджменту і логістики, Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка», Полтава, Україна;

Volodymyr Byba – PhD in Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Management and Logistics, National University "Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic", Poltava, Ukraine;
e-mail: Bibavv1@ukr.net; ORCID Author ID: <https://orcid.org/0000-0002-0949-206X>;
Scopus Author ID: <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57189046983>.

Пінчук Наталія Михайлівна – кандидат технічних наук, доцент, Політехнічний університет Барі, Барі, Італія;

Nataliia Pinchuk – PhD in Technical Sciences, Associate Professor, Politecnico di Bari, Bari, Italy;
e-mail: nataliia.pinchuk@poliba.it; ORCID Author ID: <https://orcid.org/0000-0002-1720-5497>;
Scopus Author ID: <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57202629137>.

Mathematical modeling of the dynamic thermal response of a multilayer wall assembly under periodic and pulsed thermal loading

Dmytro Usenko, Volodymyr Byba, Nataliia Pinchuk

Abstract. Background. Steady-state thermal resistance does not provide a complete characterization of multilayer building envelopes under time-varying thermal conditions because it does not account for the spatial distribution of thermal inertia or the excitation regime. **Subject of the study:** the dynamic thermal response of a stationarily equivalent three-layer wall assembly under periodic and finite-pulse thermal loading. **Objective:** to assess the effects of layer order, temperature-dependent thermophysical properties, and compensated interfacial thermal resistance at unchanged total steady-state thermal resistance. **Research tasks.** To define the *B*, *O*, *N*, *C5*, and *C10* scenarios; determine regime-appropriate response metrics; and assess the numerical robustness and resolvability of the resulting effects. **Methods.** A one-dimensional transient heat-conduction model with Robin boundary conditions, finite-volume discretization, implicit Backward Euler time integration, Picard iteration, energy and interface diagnostics, and grid/time refinement was used. **Results.** All configurations were constrained to $R_{tot} = 3.65315 \text{ m}^2\text{K/W}$. The combined grid/time numerical uncertainty was 0.325166% against the adopted 0.5% threshold. For the investigated *B/O* pair, the relative effect changed sign from -0.905363% under periodic loading to $+0.56625\%$ under finite-pulse loading, with effect-to-uncertainty ratios of 79.2365 and 88.85, respectively. For *N*, the periodic effect of -2.00484% was numerically resolved, whereas the finite-pulse effect of -0.282142% remained unresolved. The *C5/C10* effects were also numerically unresolved. **Conclusions.** Controlled stationary equivalence combined with numerical-uncertainty assessment enables regime-dependent effects to be separated; the observed sign reversal is restricted to the investigated *B/O* pair and the adopted regime-specific metrics.

Keywords: transient heat conduction; multilayer wall assembly; dynamic thermal response; thermal resistance; layer order; temperature-dependent properties; interfacial thermal resistance; periodic thermal loading; pulsed thermal loading.