

Є. В. Тарасенко

Національний технічний університет “Харківський політехнічний інститут”, Харків, Україна

ЧАСОВІ ХАРАКТЕРИСТИКИ КАНАЛУ «РАДАР-ОБ’ЄКТ» НА ОСНОВІ GERT-МОДЕЛІ

Анотація. Актуальність. У сучасних радіолокаційних системах, що функціонують в умовах навмисних радіоелектронних перешкод, особливо критичним є початковий етап супроводу повітряних цілей – від моменту первинного виявлення до формування стійкого треку. Саме на цьому інтервалі приймаються рішення щодо підтвердження або втрати цілі, а помилки у виборі часових параметрів супроводу призводять до зростання хибних тривог, нестійкості оцінювання та втрати траєкторії. Традиційні методи налаштування кроку дискретизації, таймаутів і параметрів фільтрації часто мають евристичний характер і не спираються на формалізований аналіз часової структури процесу «радар–об’єкт», що зумовлює необхідність розроблення аналітично обґрунтованого підходу. **Об’єкт дослідження:** процес початкового супроводу повітряних цілей у радіолокаційній системі в умовах навмисних перешкод. **Мета статті:** розробка та статистична валідація інтегрованого методу узгодження часо-ймовірнісної моделі каналу «радар–об’єкт», побудованої на основі GERT-мережі, з параметрами рекурсивного оцінювання стану (фільтра Калмана) для забезпечення відтвореного та узгодженого супроводу. **Результати дослідження.** У статті сформовано еквівалентну передавальну функцію GERT-мережі, що описує стохастичну структуру переходів між станами виявлення та підтвердження, та відновлено розподіл часу досягнення стану «стійкого супроводу» через аналіз повночної структури. Показано зв’язок між характеристиками розподілу (математичним сподіванням, дисперсією, квантілями) і параметрами тракту супроводу: кроком дискретизації Δt , ініціалізацією матриці коваріації P_0 , адаптивним профілем шуму процесу $Q(t)$, таймаутами підтвердження і втрати треку. Проведено статистичну перевірку узгодженості за критеріями NEES і NIS та порівняльний аналіз точності за метрикою RMSE на серії незалежних прогонів. Отримано статистично значуще зменшення похибки оцінювання та стабілізацію узгодженості після короткої перехідної ділянки. **Висновки.** Запропонований підхід забезпечує формалізований перехід від аналізу часових характеристик у площині до практичних інженерних налаштувань рекурсивного супроводу. На відміну від евристичних методів, він базується на повночній структурі еквівалентної GERT-функції та статистичній валідації, що підвищує відтвореність і надійність роботи РЛС у заводовому середовищі. Сфера використання отриманих результатів: радіолокаційні системи протиповітряної оборони, системи управління повітряним рухом, багатосенсорні комплекси спостереження та інші системи автоматизованого супроводу об’єктів в умовах активних перешкод.

Ключові слова: радіолокаційна система, GERT-мережа, фільтр Калмана, навмисні перешкоди, супровід цілей, фільтрація сигналів, стохастичне моделювання, заводостійкість.

Вступ

Постановка проблеми. У роботі [1] сформовано ймовірнісно-часову модель взаємодії «радар–об’єкт стеження» на базі експоненціальної GERT-мережі. Для гілок мережі вибрано твірні функції моментів експоненціального розподілу. Це дало змогу аналітично поєднувати послідовні та паралельні з’єднання, будувати еквівалентну W -функцію та виводити криві функції розподілу і густини ймовірності часу «взаємодії» (interaction time) на початковому етапі роботи РЛС (радіолокаційної станції) за спостережуваним об’єктом. Така конструкція добре відбиває структуру процесу, у якому присутні повернення до попередніх станів, підтвердження детекції та уточнення траєкторії. І саме тому GERT є зручним інструментом для макрорівневого аналізу, коли важливими є маршрути переходів, їхні ймовірності та часові затримки.

GERT-мережа застосовується для опису стохастичної структури переходів між станами виявлення та підтвердження. Вона дозволяє отримати еквівалентну передавальну функцію та відновити розподіл часу досягнення стану «стійкого супроводу». Однак, залишається відкритою проблема перетворення цієї аналітичної інформації, що подається в s -площині, через повночну структуру функції $W(s)$. Для конкретних інженерних налаштувань тракту супроводу та параметрів рекурсивного оцінювання. Особливу

уваги потрібно приділити впливу кратності полюсів і повільноспадних компонентам розподілу на дисперсію часу підтвердження, а також відповідні порогові рішення. Отже, виникає наукова проблема розробки формалізованого підходу щодо узгодження часо-ймовірнісної моделі каналу «радар–об’єкт», котра будується на основі GERT, з параметрами фільтра Калмана, а також процедурами статистичної валідації (NEES, NIS). Це забезпечить відтворене й статистично обґрунтоване налаштування РЛС на початковому етапі функціонування при навмисних перешкодах. Розв’язання цієї проблеми забезпечить перехід від аналітичного опису часових характеристик до практичних рекомендацій.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Процеси супроводу в РЛС зазвичай спираються на два напрями, це стохастичне моделювання часової структури процесу, а також рекурсивна оцінювання стану. Праці присвячені GERT-мережам [2–4], показують можливість формалізації складних процесів що розгалужуються та петлями, завдяки передавальній функції $W(s)$, це дозволяє отримувати моменти та розподіл часу завершення події. Перевагою підходу є аналітичне врахування повторних переходів і затримок, проте на практиці застосування результатів до налаштування параметрів супроводу звичай не розглядається.

Праці з теорії фільтра Калмана та радарного треку [5–7] детально описують процедури оціню-

вання стану, ініціалізацію треку, вибір шумів Q і R , а також методи асоціації вимірювань. Перевірка на узгодженість моделей відбувається за критеріями NEES/NIS та χ^2 -граничами [8, 9]. При цьому, часові параметри підтвердження, а також втрати треку здебільшого визначаються евристично [10].

Аналіз джерел показує, що інтеграція полюсної структури та часові характеристики з інженерними налаштуваннями, залишаються мало дослідженими.

Метою роботи є розробка та обґрунтування моделі каналу «радар-об'єкт», котра побудована на основі GERT-мережі та фільтри Калмана. Щоб забезпечує узгоджений та відтворений супровід цілей на початковому етапі функціонування РЛС за умов навмисних перешкод. Щоб досягти дану мету, потрібно виконати наступні завдання: зробити розподіл часу досягнення стану для стійкого супроводу, через передавальну функцію та визначити його моменти та квантілі; забезпечити зв'язок між отриманими часовими характеристиками та параметрами супроводу (дискретизація, ініціалізація, шум процесу); провести валідацію узгодженості супроводу за метриками та критеріями; провести порівняльний аналіз запропонованого підходу з базовим макроописом процесу.

Основний матеріал

Одним із завдань систематизації процесу супроводу цілей у РЛС на початковому етапі функціонування в умовах навмисних перешкод є перетворення якісних ймовірнісних висновків мережі GERT у кількісні часові показники. Це безпосередньо потрібно для налаштування тракту «радар-об'єкт» і вибору параметрів дискретизації у рекурсивному супроводженні. Під «часовими характеристиками» розуміємо розподіл випадкової величини часу від моменту первинного опромінення до набуття стану «стійкого супроводу» T_{cc} , її моменти $\mathbb{E}[T]$, $Var(T)$, квантілі t_p (час досягнення довірчої події з імовірністю p), а також похідні інженерні показники (середній лічильник сканів до підтвердження, рекомендований таймаут, розмір вікна гейтінгу тощо).

У формалізмі GERT кожна гілка мережі описується трансмісійною функцією вигляду

$$W_i(s) = p_i M_i(s), \quad (1)$$

де p_i – імовірність проходження гілкою,

$M_i(s) = L\{f_i(t)\}(s)$ – перетворення Лапласа густини часу затримки цієї гілки.

Для експоненційних гілок з інтенсивністю λ_i маємо $M_i(s) = \frac{\lambda_i}{\lambda_i + s}$.

Для послідовних і паралельних з'єднань використовуються добуток і зважена сума відповідно, а для наявних петель використовується узагальнена формула «еквівалентного передавання» (аналог правила Мейсона). В результаті для всієї мережі отримуємо раціональну функцію

$$W(s) = \frac{N(s)}{D(s)}, \quad (2)$$

де N, D – багаточлени, $\deg D > \deg N$.

Ця функція є перетворенням Лапласа деякої густини $f_T(t)$ (з точністю до нормувальних множників,

що фіксуються вимогою $\int_0^{\infty} f_T(t) dt = 1$. Відновлення

часової густини здійснюється через зворотне перетворення Лапласа по контуру Бромвіча:

$$f_T(t) = L^{-1}\{W(s)\}(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} W(s)e^{st} ds, \quad (3)$$

де γ вибрано правіше за всі сингулярності $W(s)$. На практиці інтеграл обчислюємо як суму залишків у полюсах знаменника $D(s)$.

Для наочності структуру сингулярностей (полюсів) еквівалентної функції $W(s)$ подано на рис. 1.



Рис. 1. Спектр полюсів $W(s)$

Прості полюси відповідають експоненційним складовим у часовій області, повторний полюс породжує поліноміально-експоненційні доданки.

Властивості та інтерпретація цієї реконструкції зручні з точки зору інженерного налаштування.

Якщо всі полюси прості, $D(s) = \prod_{j=1}^J (s + \alpha_j)$ з $\alpha_j > 0$,

то $f_T(t) = \sum_{j=1}^J c_j e^{-\alpha_j t} 1_{\{t \geq 0\}}$, (3)

$$c_j = \text{Res}_{s=-\alpha_j} \left(W(s)e^{st} \right) \Big|_{t \geq 0}, \quad (4)$$

і отже $f_T(t)$ – скінченна суміш експонент; функція

розподілу $F_T(t) = \int_0^t f_T(u) du$ монотонно наближається до 1.

Якщо трапляються кратні полюси (порядку $m \geq 2$), у часовій області з'являються поліноміально-експоненційні доданки

$$f_T(t) = \sum_j \sum_{r=1}^{m_j} c_{j,r} t^{r-1} e^{-\alpha_j t} 1_{\{t \geq 0\}}, \quad (5)$$

які створюють довші повільноспадні частини розподілу та підвищують дисперсію.

Це безпосередньо відбивається на виборі часових налаштувань. Довгі повільноспадні частини розподілу вимагають або збільшувати таймаут підтвердження треку, або посилювати фільтрацію хибних тривог через суворіше виконання вимірювань.

Наслідок кратності полюса для часової густини проілюстровано на рис. 2.

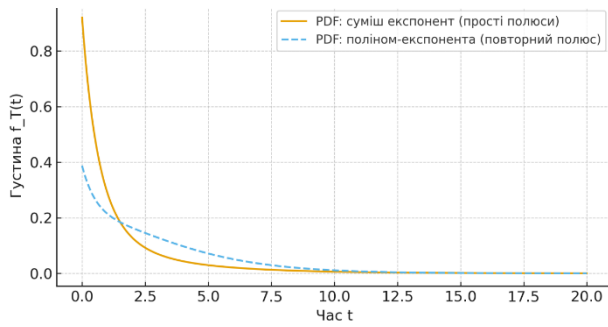


Рис. 2. Порівняння густин $f_T(t)$ для двох сценаріїв: суміш експонент (усі полюси прості) проти поліном-експоненти (повторний полюс)

Як видно з рис. 2, наявність повторного полюса формує повільноспадну кінцеву частину розподілу $f_T(t)$, що збільшує дисперсію часу та зсуває робочі квантілі вправо.

Моменти розподілу зручно добувати з похідних у нулі (моментної/твірної функції): якщо $W(s)$ нормовано як $\Phi(s) = \mathbb{E}[e^{-sT}]$, то

$$\mathbb{E}[T] = -\Phi'(0), \text{Var}(T) = \Phi''(0) - (\Phi'(0))^2.$$

Ці величини ми використовуємо для первинної ініціалізації та погодження часової шкали з рекурсивним оцінюванням. Середній час $\mathbb{E}[T]$ задає орієнтовне вікно підтвердження (кількість сканів до стійкого треку), а дисперсія задає запас для таймаутів та ширину початкових коваріацій положення у P_0 .

Практичний алгоритм чисельного уточнення має чотири кроки.

По-перше, формуємо $W(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$ для еквівалентної GERT-мережі заданого сценарію (структура переходів, імовірності гілок, розподіли затримок).

По-друге, знаходимо всі корені $D(s) = 0$ у правій півплощині $\Re(s) < \gamma$ – це набір $\{-\alpha_j\}$. На цьому етапі бажано виконати кластеризацію близьких коренів, щоб виявити кратності.

По-третє, обчислюємо коефіцієнти залишків $c_{j,r}$ (для простих полюсів за стандартною формулою, для кратних через похідні знаменника).

По-четверте, збираємо $f_T(t)$ у вигляді суми експонент і поліноміально-експоненціальних доданків. Інтегруванням отримуємо $F_T(t)$, а диференціюванням

при потребі миттєву інтенсивність $h_T(t) = \frac{f_T(t)}{(1 - F_T(t))}$.

Серед інженерних наслідків опису через сингулярності (полюси) передавальної функції зручні для параметризації супроводу можна відмітити наступні.

1) Вибір кроку дискретизації Δt . Найменший з характерних часових масштабів $\tau_{\min} \approx 1/\alpha_{\max}$ визначає верхню межу Δt . Якщо $\Delta t \gg \tau_{\min}$, рекурсивний фільтр не визначає швидкі події.

Якщо $\Delta t \ll \tau_{\min}$, зростають обчислювальні витрати без помітного виграшу.

2) Таймаути підтвердження/втрати треку. Квантілі $t_{0,9}$, $t_{0,95}$ доцільно брати як основу для верхніх меж очікування підтвердження. Для втрати використовувати характерну кінцеву частину розподілу $t_{0,9}$, якщо мережа має кратні полюси.

Подальше використання квантілів для регламенту підтвердження і втрати треку ілюструє рис. 3.

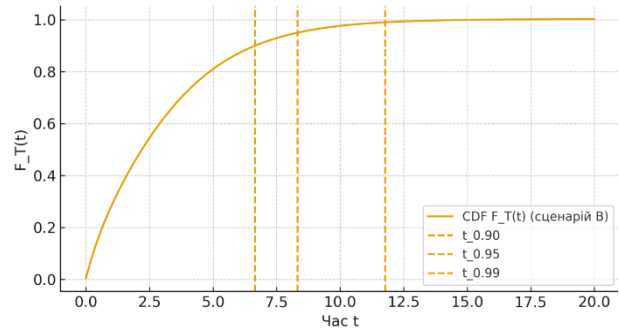


Рис. 3. Функція розподілу $F_T(t)$ (сценарій з повторним полюсом) із позначеними квантілями $t_{0,9}$, $t_{0,95}$, $t_{0,99}$

3) Виконання вимірювань та перевірка узгодженості (NEES). Ширина еліпсів виконання вимірювань може бути адаптована залежно від поточного часу t через $F_T(t)$. На ранніх стадіях більша апостеріорна невизначеність та низькі значення $F_T(t)$. У міру зростання $F_T(t)$ звуження та жорсткіший поріг NEES.

4) Вибір і налаштування матриці коваріації шуму процесу у фільтрі Калмана. Якщо у спектрі полюсів присутні близькі кластерні групи (ознака потенційних маневрових гілок), доцільно підвищити компоненти міри процесного шуму, пов'язані з прискореннями/кутовою швидкістю, але лише на часових інтервалах, де відповідні доданки $e^{-\alpha_j t}$ суттєві.

З погляду відтворюваності пропонується два супутні чисельні тести. Перший це узгодження моментів: моменти $\mathbb{E}[T]$, $\text{Var}(T)$, обчислені з $\Phi(s)$, порівнюються з емпіричними оцінками, отриманими на синтетичних прогонах «радар-Kalman». Другий це перевірка відсікання хвостів.

На гістограмі емпіричних часів підтвердження порівнюємо частку подій, що перевищують $t_{0,95}$ теоретичного F_T .

Систематичне перевищення вказує на недоомодельовані петлі (наприклад, повторну валідацію або повторний пошук), які потрібно повернути в GERT-схему.

Протокол інтеграції формалізованих етапів фільтра Калмана для задачі супроводу представимо у вигляді послідовності практичних рекомендацій, що забезпечить відтворюваність розробленої моделі. Протокол складається з чотирьох окремих кроків.

1) Фіксуємо Δt через правило «чверті масштабу». $\Delta t \approx 0.25 \tau_{\min}$. Це забезпечує достатню роздільну здатність для рекурсії Калмана без надмірних витрат.

Зв'язок між τ_{\min} та рекомендованим кроком Δt наведено на рис. 4.

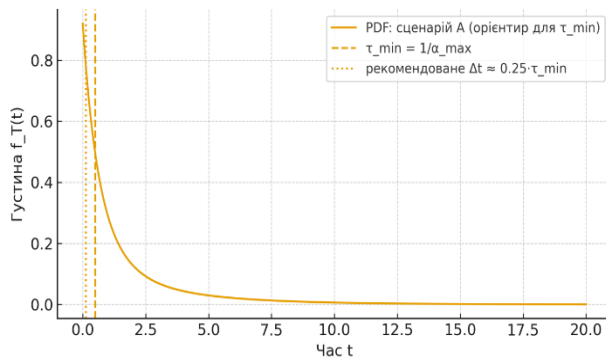


Рис. 4. Вибір кроку дискретизації Δt за $\tau_{\min} \approx 1/\alpha_{\max}$

2) Ініціалізуємо P_0 так, щоб його діагональні елементи для координат відбивали дисперсію, пов'язану з $t_{0,9}$ $\sigma_{x_0}^2 \sim v_{\max}^2 \cdot t_{0,9}^2 / 3$ (аналог рівномірної невизначеності траєкторії на ранньому етапі).

3) Задаємо адаптивний профіль $Q(t)$, підвищуємо Q у часових вікнах, де сума «швидких» експонент зі спектра полюсів перевищує фіксований поріг.

4) Перевіряємо узгодженість через NEES. Її стабілізація в межах 95-відсоткових χ^2 -границь після часу порядку $t_{0,5}$ свідчатиме, що часові характеристики каналу «радар-об'єкт» і рекурсивний оцінювач узгоджені.

Таким чином, полюсна структура $W(s)$, отримана з GERT-мережі, не лише забезпечує аналітичне відновлення $f_T(t)/F_T(t)$, а й прямо диктує робочі налаштування тракту супроводу.

Статистична валідація методу супроводу цілей у РЛС та початковому етапі. Проведемо формальну кількісну перевірку узгодженості та ефективності запропонованого підходу супроводу цілей у РЛС на початковому етапі функціонування в умовах навмисних перешкод. У якій мережа GERT задає часово-ймовірнісний каркас процесу виявлення та підтвердження, а фільтр Калмана – виконує мікрорівневе оцінювання стану. Валідація здійснювалася на серії незалежних прогонів симулятора за фіксованими параметрами моделі руху, дискретизації та шумів; набір параметрів (матриці F , H , Q , R , початкові x_0 і P_0 , крок Δt , тривалість та генератори випадковостей) наводиться у таблиці відтворюваності, що дозволяє повністю повторити експерименти.

Перевірка узгодженості виконувалася за критеріями NEES та NIS для лінійної Гаусової постановки. Нормована квадратична помилка стану на кроці k обчислювалася як

$$NEES_k = (x_k - \hat{x}_k^+)^T (P_k^+)^{-1} (x_k - \hat{x}_k^+), \quad (6)$$

де \hat{x}_k^+ та P_k^+ – апостеріорні оцінка і коваріація.

Для налаштованої моделі математичне сподівання $\mathbb{E}\{NEES_k\} = n_x$, а вибіркова траєкторія $\{NEES_k\}$ повинна знаходитись у довірчій смузі розподілу $\chi_{n_x}^2$ із рівнем 95%. Аналогічно для інновацій $\tilde{y}_k = z_k - H\hat{x}_k^-$ використовувався показник

$$NIS_k = \tilde{y}_k^T S_k^{-1} \tilde{y}_k, \quad S_k = H P_k^- H^T + R, \quad (7)$$

який порівнювався з $\chi_{n_z}^2$. На підставі покриття довірчої смуги (частка кроків, на яких статистика лежить у межах $[\chi_{0,025}^2, \chi_{0,975}^2]$ формулювалася нульова гіпотеза про узгодженість: відхилення від номінального покриття 95% оцінювалося за біноміальною апроксимацією та бутстреп-інтервалами. У випадку систематичного виходу за верхню межу робився висновок про занижений шум процесу й виконувалося коригування Q . У протилежному разі перевірялася завищеність Q або некоректність R .

Порівняльна точність оцінювання визначалася за RMSE для координат і швидкостей із розділенням часової осі на три інтервали: до маневру, під час маневру і після маневру. Середньоквадратична помилка для вектора положення $r_k \in \mathbb{R}^2$ визначалася як

$$RMSE_{pos} = \sqrt{\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \|r_k - \hat{r}_k\|_2^2}.$$

Для швидкості середньоквадратична помилка визначалася аналогічно.

Для демонстрації корисності рекурсивної корекції застосовувалося зіставлення з макроописом GERT. Порівнювалися RMSE «GERT-середньої» траєкторії (без корекції вимірюваннями) та RMSE фільтра Калмана. Статистична значущість різниці перевірялася непараметрично (тест знаків або ранговий тест Вілкоксона) та через бутстреп-довірчі інтервали різниці медіан. Додатково звітувалася частка кроків, на яких абсолютна похибка оцінки положення перевищувала заданий допуск; цей показник інтерпретувався як практично орієнтований «рівень порушень допуску».

Порівняльні розподіли RMSE для фільтра Калмана та GERT-середньої траєкторії на серії прогонів подано на рис. 5.

Як видно з цього рисунку існують зсув медіани та вужчі інтервали для Kalman. Це підтверджує статистично значуще зменшення похибки. Медіана RMSE для Kalman суттєво нижча. Розкид менший, що вказує на стабільність оцінювання. Це узгоджується з поведінкою NEES після переходу

Ініціалізація P_0 здійснювалася на основі квантілів часу підтвердження, що витікають із полюсної структури $W(s)$. діагональні елементи коваріації для координат пропорціонувалися $\frac{v_{\max}^2 t_{0,9}^2}{3}$, що адекватно

відбиває рівномірну невизначеність початкового відрізка траєкторії. Кроку дискретизації обирався за правилом чверті найшвидшого масштабу $\Delta t \approx 0.25 \tau_{\min}$, де $\tau_{\min} \approx 1/\alpha_{\max}$ – обернена до найбільшої швидкості затухання серед релевантних полюсів. Така прив'язка уникає як «пересемплінгу», так і втрати чутливості до швидких подій. На етапах, де сумарний внесок «швидких» експонент у часовій області ставав суттєвим, використовувався підвищений рівень шуму процесу $Q(t)$ для своєчасного відслідковування маневру; у спокійних ділянках $Q(t)$ зменшувався до номінального значення, що знижувало дисперсію оцінки.

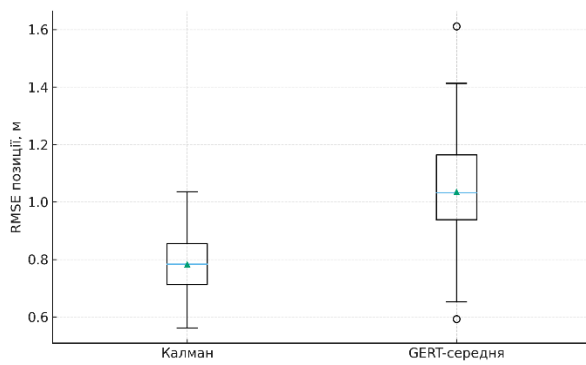


Рис. 5. Розподіли RMSE для Kalman та GERT-середньої на $N=100$ незалежних прогонів

Узгодженість вважалася досягнутою, коли середня траєкторія NEES стабілізувалася всередині 95%-ї χ^2 -смуги після часу порядку $t_{0,5}$, а емпіричне покриття

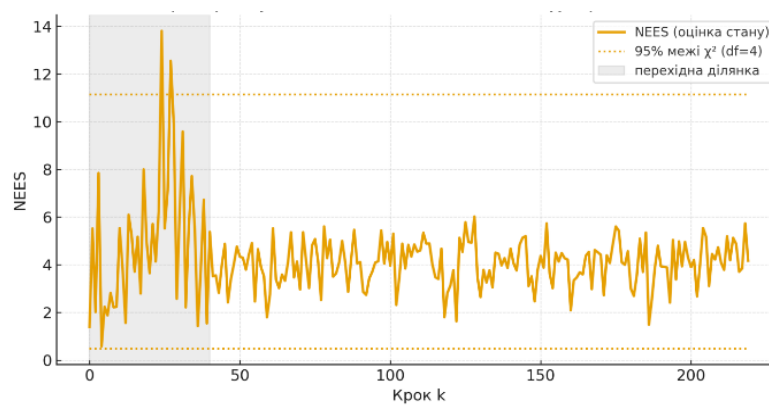


Рис. 6. Траєкторія $NEES_k$ з 95% χ^2 -границями для $n_x=4$

Остаточне зведення результатів наводилося у двох таблицях: параметри моделі та симуляції (для повної відтворюваності) і агреговані метрики з довірчими інтервалами (для об'єктивної оцінки виграшу). У сукупності ці дані підтверджують, що перехід від аналізу в s -площині до інженерних налаштувань Δt , P_0 та адаптивного $Q(t)$, а також подальша валідація за NEES/NIS забезпечують статистично обґрунтовану й відтворювану якість супроводу в умовах завод.

Висновки

Проведена статистична перевірка показала, що запропонований метод супроводу коректно ініціалізується і входить у режим узгодженої роботи вже на початковому етапі, попри наявність навмисних перешкод. Траєкторія NEES після короткої перехідної ділянки стабілізується всередині 95-відсоткових χ^2 -меж для розмірності стану, що свідчить про адекватність початкових налаштувань Δt та калібрування шумів Q , R у стартових умовах заводового середовища. Це означає, що модель руху та статистика вимірювань узгоджені з реальною динамікою сигнал/за шумлення саме у фазі «розігріву» траєкторного оцінювача.

Порівняльний аналіз на множині незалежних прогонів підтвердив ефективність методу з погляду точності вже в початковому вікні спостережень: розподіли RMSE для фільтра Калмана демонструють нижчі медіани і вузьчі міжквартильні інтервали

для NEES і NIS було не нижчим за номінальні 95% з урахуванням статистичної похибки вибірки. За цих умов медіанний виграш у точності визначався як відсоткове зменшення RMSE фільтра Калмана відносно GERT-середньої референції на всій тривалості експерименту та окремо у фазі маневру. Очікувано найбільший ефект спостерігався саме під час маневрових ділянок, де рекурсивна корекція найбільш корисна.

Графічну перевірку узгодженості за NEES із 95%-ми χ^2 -границями наведено на рис. 6.

На рис. 6 виділена сіра зона – це перехідна ділянка. Після $k \approx 40$ значення стабілізуються в межах довірчої смуги (емпіричне покриття $\approx 95\text{--}100\%$), що підтверджує узгодженість моделі, рівнів шумів Q , R та вибору Δt . В той же час позасмугові сплески на переході очікувані, їхнє зникнення після налаштування свідчить про адекватність профілю $Q(t)$ та калібрування R .

відносно GERT-середньої траєкторії. Причому виграш особливо проявляється у моменти раптового погіршення якості вимірювань, характерного для активних завод. Це узгоджується з динамічною адаптацією $Q(t)$ і робастною інтерпретацією квантилей часу підтвердження/втрати, що мінімізує помилки прийняття рішень на ранніх кроках супроводу.

Сукупність результатів, таких як стабілізація NEES у довірчій смузі після короткого переходу та статистично значного зменшення RMSE у стартовому інтервалі, дає підстави вважати метод верифікованим для практичного застосування на початковому етапі функціонування РЛС під навмисними перешкодами. Виявлені залежності також окреслюють робочі межі.

За тривалих епізодів негаусівських завод або масових хибних спрацювань потрібна розширена схема з адаптацією R за інноваціями і процедурою асоціації (наприклад, PDA/JPDA); однак у типовому сценарії запуску системи запропоновані налаштування забезпечують узгодженість і відтворюваний приріст точності вже з перших циклів супроводу.

Конфлікт інтересів. Авторі декларують, що не мають конфлікту інтересів стосовно даного дослідження, в тому числі фінансового, особистісного характеру, авторства чи іншого характеру, що міг би вплинути на дослідження та його результати, представлені в даній статті.

Використання засобів штучного інтелекту. технології штучного інтелекту при створенні пред-
Автори підтверджують, що не використовували ставленої роботи.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Semenov S., Krupskaja-Klimczak M. et al. Mathematical Model for the Initial Interaction Stage Between a Radar System and a Target Using GERT Network. *Applied Sciences*. 2025. Vol. 15, no. 3:1123. DOI: <https://doi.org/10.3390/app15031123>
2. Rudresh T. K., Parameshwar M.C., Purushottama Lingadevaru. Analysis of Modern Kalman Filter Algorithms for Radar-Based Target Tracking under Uncertainty. *2025 International Conference on Vehicular Technology and Transportation Systems (ICVTTS)*, Bangalore, India. 2025. P. 1-6. DOI: <https://doi.org/10.1109/ICVTTS67119.2025.11296516>
3. Na Zhang, Meng Ou, Bin Liu, Jian Liu. A GERT Network Model for input-output optimization of general aviation industry chain based on value flow. *Computers & Industrial Engineering*. 2023. Vol. 176. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cie.2022.108945>
4. Semenov S., Wasiuta O., Jammine Aet al. Development of an Intelligent Method for Target Tracking in Radar Systems at the Initial Stage of Operation Under Intentional Jamming Conditions. *Applied Sciences*. 2025. Vol. 15, no. 13:7072. DOI: <https://doi.org/10.3390/app15137072>
5. Wei Y., Hong T., Kadoch M. Improved Kalman Filter Variants for UAV Tracking with Radar Motion Models. *Electronics*. 2020. Vol. 9, no. 5:768. DOI: <https://doi.org/10.3390/electronics9050768>
6. Akram M. A., Liu P., Tahir M. O., Ali W., Wang Y. A State Optimization Model Based on Kalman Filtering and Robust Estimation Theory for Fusion of Multi-Source Information in Highly Non-linear Systems. *Sensors* 2019. Vol. 19, no.7:1687. DOI: <https://doi.org/10.3390/s19071687>
7. Shaoying Wang, Huajing Fang, Xuegang Tian. Recursive estimation for nonlinear stochastic systems with multi-step transmission delays, multiple packet dropouts and correlated noises. *Signal Processing*. 2015. Vol. 115. P. 164-175. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2015.03.022>
8. T. Kruse, T. Griebel, K. Graichen. Adaptive Kalman Filtering: Measurement and Process Noise Covariance Estimation Using Kalman Smoothing. *IEEE Access*. 2025. Vol. 13. P. 11863-11875. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2025.3528348>
9. Peng D., Xie K., Liu M. Manoeuvre Target Tracking in Wireless Sensor Networks Using Convolutional Bi-Directional Long Short-Term Memory Neural Networks and Extended Kalman Filtering. *Sensors*. 2024. Vol. 24, DOI: <https://doi.org/10.3390/s24134261>
10. Wang X., Li T., Sun S., Corchado J. M. A Survey of Recent Advances in Particle Filters and Remaining Challenges for Multitarget Tracking. *Sensors*. 2017. Vol. 17,. DOI: <https://doi.org/10.3390/s17122707>

Received (Надійшла) 26.01.2026

Accepted for publication (Прийнята до друку) 29.04.2026

Publication date (Дата публікації) 22.05.2026

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ / ABOUT THE AUTHORS

Тарасенко Євген Віталійович – аспірант кафедри системи інформації ім. В.О. Кравця, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», Харків, Україна;

Yevhen Tarasenko – PhD Student, Department of Information Systems named after V. O. Kravets, National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute», Kharkiv, Ukraine;

e-mail: Yevhen.Tarasenko@cit.khpi.edu.ua; ORCID Author ID: <https://orcid.org/0009-0004-0506-6997>;

Scopus Author ID: <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=59552874700>.

Time characteristics of the radar-object channel based on the GERT model

Yevhen Tarasenko

Abstract. Relevance. In modern radar systems operating in conditions of intentional radio-electronic interference, the initial stage of air target tracking is particularly critical - from the moment of initial detection to the formation of a stable track. It is during this interval that decisions are made on confirmation or loss of the target, and errors in the selection of tracking time parameters lead to an increase in false alarms, unstable assessment and loss of trajectory. Traditional methods for setting the sampling step, timeouts and filter parameters are often heuristic in nature and do not rely on a formalized analysis of the time structure of the "radar-object" process, which necessitates the development of an analytically justified approach. **Object of research:** the process of initial tracking of air targets in a radar system in conditions of intentional interference. **Purpose of the article:** development and statistical validation of an integrated method for matching the time-probabilistic model of the radar-object channel, built on the basis of the GERT network, with the parameters of the recursive state estimation (Kalman filter) to ensure reproducible and consistent tracking. **Research results.** The article forms an equivalent transfer function of the GERT network, which describes the stochastic structure of transitions between the detection and confirmation states, and restores the distribution of the time to reach the "stable tracking" state through the analysis of the pole structure. The relationship between the distribution characteristics (mathematical expectation, variance, quantiles) and the tracking path parameters is shown: the sampling step Δt , the initialization of the covariance matrix P_0 , the adaptive process noise profile $Q(t)$, the confirmation and track loss timeouts. A statistical check of consistency was carried out using the NEES and NIS criteria and a comparative analysis of accuracy using the RMSE metric on a series of independent runs. A statistically significant reduction in the estimation error and stabilization of consistency after a short transition section were obtained. **Conclusions.** The proposed approach provides a formalized transition from the analysis of time characteristics in the s-plane to practical engineering settings of recursive tracking, it is based on the pole structure of the equivalent GERT function and statistical validation, which increases the reproducibility and reliability of the radar operation in a jamming environment. Scope of application of the obtained results: air defense radar systems, air traffic control systems, multi-sensor surveillance complexes and other systems of automated tracking of objects in conditions of active jamming.

Keywords: radar system, GERT network, Kalman filter, intentional interference, target tracking, signal filtering, stochastic modeling, noise immunity.