

С.О. Оберемок

Кіровоградська льотна академія Національного авіаційного університету, Кропивницький

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОЦЕСУ КОМУТАЦІЇ В ЗАСОБАХ З ПОВНОЗВ'ЯЗНОЮ ТОПОЛОГІЄЮ В МЕРЕЖАХ АСУ ПОВІТРЯНИМ РУХОМ

Запропонована модель комутації яка дозволяє оцінити пропускну здатність вузлів розподіленої мережі автоматизованої системи управління повітряним рухом. Запропоновано шляхи підвищення ефективності функціонування засобів комутації. В результаті моделювання отримані залежності середнього часу комутації від ймовірності мультиплексування пакетів при різних коефіцієнтах і ймовірності буферизації.

**Ключові слова:** пакет, буферизація, фільтрація, мультиплексування, комутації пакетів, АСУ повітряним рухом, повнозв'язна топологія, буфер, вихідний порт, вхідний порт, максимальне завантаження.

### Вступ

Найбільш актуальним питанням при побудові складних інформаційних мереж АСУ повітряним рухом є визначення максимально важливої пропускну здатності комутаційних вузлів мережі АСУ повітряним рухом при максимальному інформаційному навантаженні. Тому побудова моделей, які дозволяють оцінити ефективність комутації пакетів в різних режимах навантаження є актуальною задачею.

**Постановка задачі і аналіз відомих публікацій.** Найбільш поширено технологію комутації є організація процесу обміну у засобах з повнозв'язною топологією. Аналіз публікацій [1, 2] дозволяє сказати, що у комутаторах з повнозв'язною топологією між будь-яким вхідним і вихідним портом існує єдиний шлях.

Поступаючи на вхідні порти пакети передаються не адресні фільтри всіх вихідних портів. Якщо адреса співпадає з номером вихідного порту, пакет, що поступив, поміщається у вихідний буфер, звідки, згодом, відправляється одержувачу через блок мультиплексорів [3].

У мережах передачі даних АСУ повітряним рухом ймовірність виникнення довготривалих пікових навантажень вельми значна. Зважаючи на це актуальним є завдання аналізу можливості комутації пакетів без втрат в найкоротші терміни.

**Мета статті.** Є оцінка ефективності функціонування комутаційних засобів за максимальних інформаційних навантажень.

### Основна частина

Побудуємо модель процесу комутації. Як початкові дані введемо такі обмеження:

- комутатор працює в режимі пікового завантаження (максимальна інтенсивність надходження пакетів на всі вхідні порти);

- застосовується стратегія випадкового вибору пакетів з проміжних буферів для мультиплексування на вхідний порт;

- передаються кадри мінімального розміру (найгірше поєднання параметрів трафіка) [4].

Процес функціонування  $i$ -го каналу комутації пакетів (вхідний порт  $i$ ) в загальному випадку можна описати послідовністю операцій (рис. 1):

- а) прийом пакета ( $T_{ПРМ}$  – час прийому пакета);

- б) фільтрація ( $T_{Ф}$  – час фільтрації;  $P_A$  – ймовірність відповідності адреси пакета адресою вихідного порту). Якщо адреса пакета не збігається з адресою поточного вихідного порту, він відкидається;

- в) буферизація ( $T_B$  – час запису пакета в буфер;  $P_{B_j}$  – ймовірність буферизації пакета в відповідному полі (позицію) буфера;  $j = \overline{1, K}$ );

- г) рух по черзі (пакет, що знаходиться в  $j$ -й позиції очікує наступного моменту мультиплексування  $T_{ОЧ}$ ; при настанні моменту мультиплексування він переміститься на  $j-1$  позицію з ймовірністю  $P_{ПБ}$  (просування по буферу) в разі мультиплексування і передачі пакета, що знаходиться в 1-й позиції черзі. При цьому зсувається вся черга);

- д) мультиплексування ( $T_M$  – час перемикання мультиплексора на необхідний буфер;  $P_M$  – ймовірність мультиплексування);

- е) передача пакета ( $T_{ПРД}$  – час зчитування пакета з буфера і видачі його через вихідний порт).

При цьому запис в буфери каналів комутації здійснюється з бітовими швидкостями вхідних портів комутатора, а читання і передача через вихідний порт - з бітовою швидкістю вихідного порту. Нові пакети завжди записуються в "хвіст" черги.

Описаний процес можна представити у вигляді ймовірнісно-часового графа (рис. 1)  $i$ -й каналу комутації (вхідний порт  $i$ ) [5].

Після проведення еквівалентних перетворень вихідного ймовірнісно-часового графа, отримуємо кінцевий граф (рис. 2).

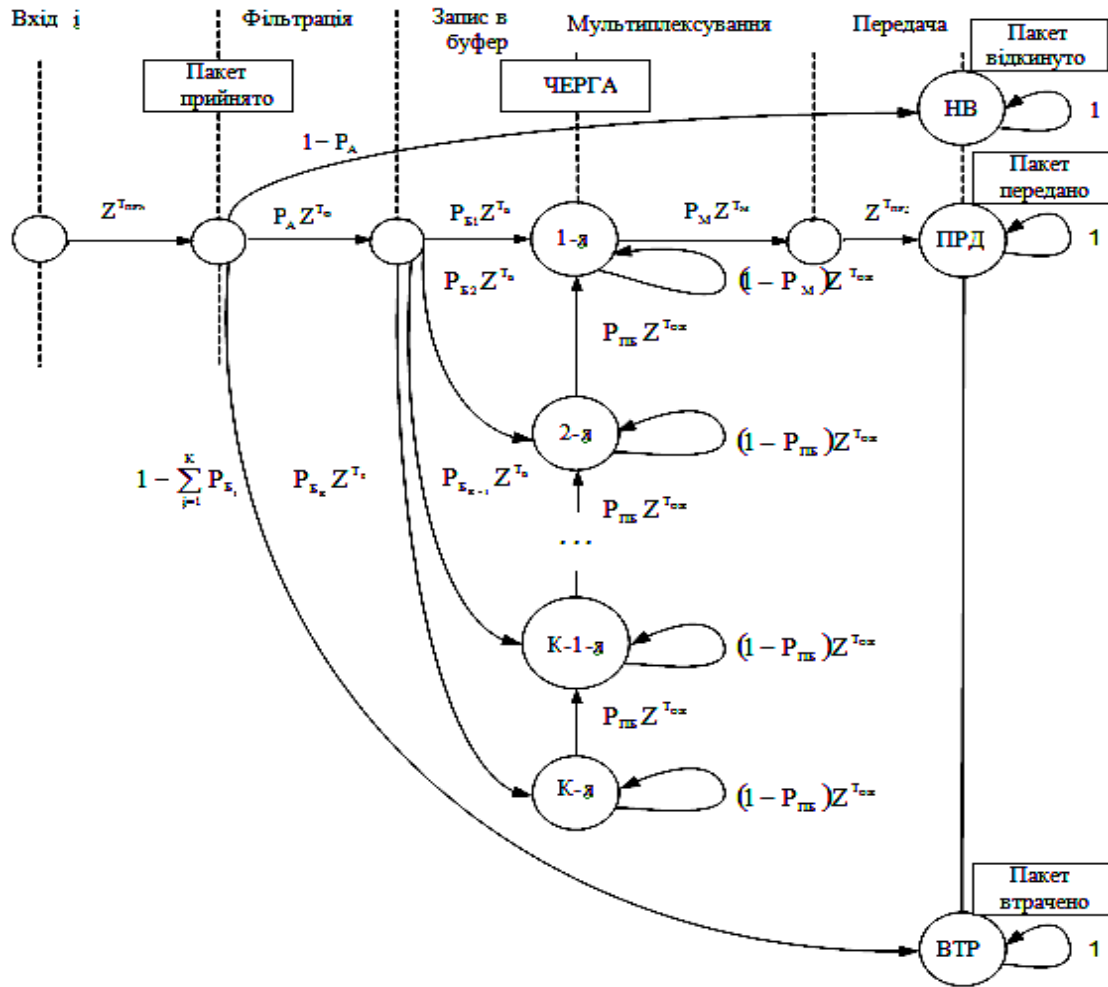


Рис. 1. Імовірісно-часовий граф процесу комутації пакетів i-м каналом комутатора

Функції переходів записується такими виразами:

$$f_1 = Z^{T_{ПРМ}} (1 - P_A); \quad (1)$$

$$f_2 = Z^{T_{ПРМ}} \cdot P_A Z^{T_\phi} \cdot \left[ P_{B_1} Z^{T_B} + P_{B_2} Z^{T_B} \times \left( \frac{P_{ПБ} Z^{T_{Оч}}}{1 - (1 - P_{ПБ}) Z^{T_{Оч}}} \right)^1 + \dots + P_{B_K} Z^{T_B} \times \left( \frac{P_{ПБ} Z^{T_{Оч}}}{1 - (1 - P_{ПБ}) Z^{T_{Оч}}} \right)^{K-1} \right] \cdot \frac{P_M Z^{T_M}}{1 - (1 - P_M) Z^{T_{Оч}}} \times Z^{T_{ПРД}} = Z^{T_{ПРМ}} \cdot P_A Z^{T_\phi} \cdot Z^{T_B} \cdot \frac{P_M Z^{T_M}}{1 - (1 - P_M) Z^{T_{Оч}}} \times \left[ \sum_{j=1}^K P_{B_j} \cdot \left( \frac{P_{ПБ} Z^{T_{Оч}}}{1 - (1 - P_{ПБ}) Z^{T_{Оч}}} \right)^{j-1} \right], \quad (2)$$

$$f_3 = Z^{T_{ПРМ}} \cdot P_A Z^{T_\phi} \cdot \left( 1 - \sum_{j=1}^K P_{B_j} \right). \quad (3)$$

Для випадку максимального завантаження комутатора  $P_A = 1$ .

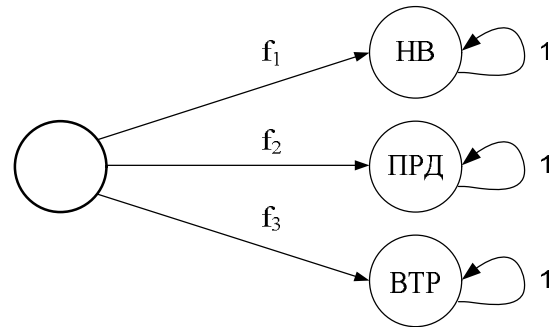


Рис. 2. Кінцевий імовірісно-часовий граф

Прийемо, що на всі входи комутатора надходять пакети однакової довжини в розрядів [6, 7].

Час прийому пакета може бути виражено через його довжину і бітову швидкість вхідного порту:

$$T_{ПРМ} = \frac{m}{B_{ВХ}}. \quad (4)$$

Час фільтрації є апаратно залежним і не залежить від довжини пакету, може бути прийнято рівним нулю.

Час запису пакета в буфер для випадку інтенсивного надходження пакетів мінімальної довжини може бути прийнято рівним нулю.

Ймовірності записи в кожному з позицій буфера вимагають окремого розгляду і можуть бути визначені на основі математичного моделювання черзі комутатора. Ймовірність просування пакета в черзі дорівнює ймовірності мультиплексування:

$$P_{ПБ} = P_M \quad (5)$$

Оскільки якщо вихідний порт "забирає" перший пакет з черги, все решта синхронно зміщуються до початку черги [8].

Будемо вважати, що пакети в черзі встигають листуватися між позиціями буфера за час менше або дорівнює, тобто до моменту початку передачі в вихідний порт черговий пакет вже переміщений на першу позицію черги.

Будь інтервал між можливими змінами позицій в черзі дорівнює:

$$T_{Оч} = T_M + T_{ПРД}, \quad (6)$$

Оскільки наступний момент мультиплексування наступить не раніше, ніж буде закінчена передача попереднього пакету через вихідний порт.

Час мультиплексування також може бути прийнято рівним нулю, тому що і, є апаратно залежним.

Час передачі пакета висловимо через його довжину і бітову швидкість вихідного порту.

$$T_{ПРД} = \frac{m}{V^{ВИХ}} \quad (7)$$

Таким чином, з урахуванням прийнятих припущень:

$$P_A = 1, T_B = 0, T_M = 0, P_{ПБ} = P_M \quad (8)$$

$$T_{Ф} = 0, T_{Оч} = T_M + T_{ПРД} \approx T_{ПРД} \quad (9)$$

Отримаємо спрощений кінцевий граф (рис. 3).

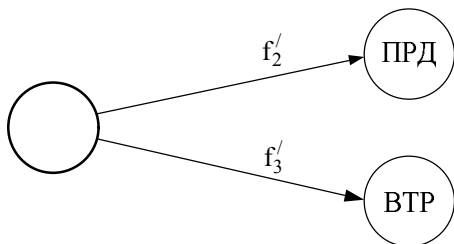


Рис. 3. Кінцевий ймовірнісно-часовий граф

Функції переходів записується таким виразом:

$$f'_2 = Z^{T_{ПРМ}} \times \left[ \sum_{j=1}^K P_{Бj} \left( \frac{P_M Z^{T_{ПРД}}}{1 - (1 - P_M) Z^{T_{ПРД}}} \right)^{j-1} \right] \times \quad (10)$$

$$\times \frac{P_M}{1 - (1 - P_M) Z^{T_{ПРД}}} \cdot Z^{T_{ПРД}}; \quad f'_3 = Z^{T_{ПРМ}} \cdot \left( 1 - \sum_{j=1}^K P_{Бj} \right). \quad (11)$$

Похідна функція дорівнює  $F(Z) = f'_2 + f'_3$ . Тоді середній час комутації:

$$T_{СР} = \frac{F(Z)}{dZ} \Big|_{Z=1} = T_{ПРМ} + \frac{1}{P_M} \cdot T_{ПРД} \cdot \sum_{j=1}^K j \cdot P_{Бj} \quad (12)$$

Ймовірність втрати пакета через переповнення буфера:

$$P_{(ПОТ)} = f'_3 \Big|_{Z=1} = 1 - \sum_{j=1}^K P_{Бj} \quad (13)$$

Очевидно, що сума

$$\sum_{j=1}^K P_{Бj} \leq 1.$$

Причому, якщо вона дорівнює одиниці, втрати пакетів через переповнення буфера не відбувається, тому що всі вони записуються в вільні комірки.

Середній час зручніше оцінювати числом одиничних посилок (тобто при  $V=1$  біт/с)

З урахуванням того, що

$$T_{ПРМ} = \frac{m}{V^{ВХ}}, \quad T_{ПРД} = \frac{m}{V^{ВИХ}},$$

введемо коефіцієнт:

$$\beta = \frac{V^{ВИХ}}{V^{ВХ}}, \quad (14)$$

$$V^{ВИХ} = \beta V^{ВХ}, \quad V^{ВХ} = \frac{V^{ВИХ}}{\beta} \quad (15)$$

Тоді,

$$T_{ПРМ} = m,$$

$$T_{ПРД} = \frac{m}{\beta}.$$

Відповідно, середній відносний час комутації (виражене в одиничних послітках):

$$T_{СР.ВІД} = \frac{T_{СР}}{m} \Big|_{V=1} = \frac{1}{m} \left[ m + \frac{1}{P_M} \cdot \frac{m}{\beta} \sum_{j=1}^K j P_{Бj} \right] = 1 + \frac{1}{\beta P_M} \sum_{j=1}^K j P_{Бj}.$$

Для попередньої (грубої) оцінки приймемо, що однакові (але при цьому їх сума менше 1) [19].

Як видно з графіків, наведених на рис. 4, основними шляхами скорочення відносного середнього часу комутації в умовах максимального завантаження є:

- підвищення ймовірності мультиплексування пакетів;
- більш висока бітова швидкість вихідного порту по відношенню до вхідного трафіка [9, 10].

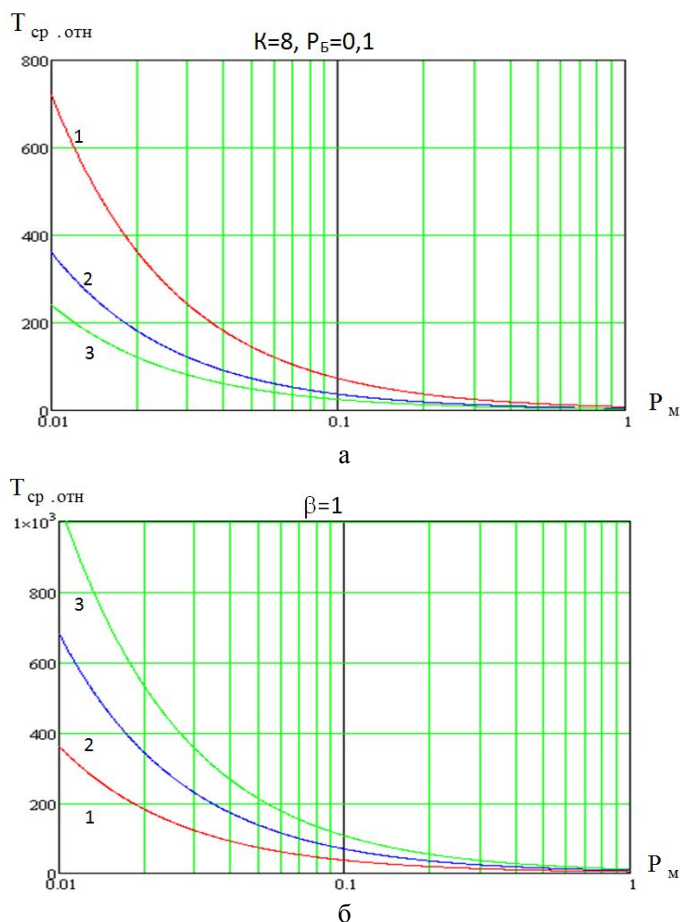


Рис. 4. Оцінка середнього часу комутації  
 а – (1 – при  $\beta=0,5$ ; 2 – при  $\beta=1$ ; 3 – при  $\beta=1,5$ ), б – (1 – при  $K=8, P_b=0,1$ ; 2 – при  $K=16, P_b=0,05$ ; 3 – при  $K=32, P_b=0,02$ )

**Висновки**

Таким чином, необхідно прагнути до забезпечення такого режиму комутації, при якому б підтримувалася мінімально можлива чергу в буферах при заданих параметрах. Особливо це важливо для випадку максимального завантаження, оскільки тільки шляхом недопущення переповнення буфера можна виключити втрату пакетів в комутаторі.

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КОММУТАЦИИ В СРЕДСТВАХ С ПОЛНОСВЯЗНУЮ ТОПОЛОГИИ В СЕТЯХ АСУВОЗДУШНЫМ ДВИЖЕНИЕМ**

С.О. Оберемок

Предложена модель коммутации, которая позволяет оценить пропускную способность узлов распределенной сети автоматизированной системы управления воздушным движением. Предложены пути повышения эффективности функционирования средств коммутации. В результате моделирования получены зависимости среднего времени коммутации от вероятности мультиплексирования пакетов при различных коэффициентах и вероятности буферизации.

**Ключевые слова:** пакет, буферизация, фильтрация, мультиплексирования, коммутации пакетов, АСУ воздушным движением, полносвязная топология, буфер, выходной порт, входящий порт, максимальная загрузка.

**MATHEMATICAL MODEL FOR THE PROCESS OF COMPUTING IN FULL CONTROLLED TOPOLOGIES IN THE NETWORK OF ACSAIR MOVEMENT**

S.O. Oberemok

In the article the switching model is proposed which allows to estimate the bandwidth of nodes of distributed network of automated air traffic control system. The ways of increasing the efficiency of switching facilities functioning are proposed. As a result of simulation, the dependencies of the average switching time on the probability of multiplexing packets with different coefficients and the probability of buffering are obtained.

**Keywords:** package, buffering, filtering, multiplexing, packet switching, air traffic control system, full-fledged topology, buffer, out port, inbound port, maximum download.

**Список літератури**

1. Соломатин А.В. Методы коммутации в вычислительных сетях / А.В. Соломатин // Информационные системы. – Х.: НАНУ, ПАНИ, ХВУ. – 2002.- Вып. 1(2). – С.42-47.
2. Мизин М.Н. Сети коммутации пакетов / Н.А. Мизин, В.А. Богатырев. – М.: Радио и связь, 2000. – 408с.
3. Сигорский В.П. Математический аппарат инженера / В.П. Сигорский – К.: Техника 2000. – 765с.
4. Дружинин В.В. Системотехника / В.В. Дружинин, Д.С. Конторов. – М.: Радио и связь, 1985. – 200 с.
5. Зайченко Ю. П., Гонта Ю. В. Структурная оптимизация сетей ЭВМ. – К.: Техника, 1986. – 168 с.
6. Пасечников И. И. Геометрическое совмещение пространств состояний каналов связи и путевых потоков в информационных сетях // Труды 3-й международной научно-технической конференции «Кибернетика и технологии XXI века». – Воронеж, 2002. – С. 367-379.
7. ITU – T Recommendation Y.1540, IP Packet Transfer and Availability Performance parameters. December 2002.
8. Lee G. M. A survey of multipath routing for traffic engineering // Proc. of LNCS 3391. Springer-Verlag. - 2015. - Vol. 4. - P. 635-661.
9. Tahirramani K. H., Weiss A., Kanwar S., Kalya-Naraman S., Gandhi. A. BANANAS: An evolutionary framework for explicit and multipath routing in the internet // Proc. ACM SIGCOMM Workshop on Future Directions in Network Architecture. Karlsruhe. - 2013. – P. 277-288.
10. EUROCONTROL Standard document for radar data exchange. Part 2a Transmission of monoradar data target reports. SUR.ETI.ST05.2000-STD 02a-01. Edition 1.1,2012

Надійшла до редколегії 29.01.2018

**Рецензент:** д-р техн. наук, доц. М.А. Павленко, Харківський національний університет Повітряних Сил імені І. Кожедуба, Харків.