УДК 681.324

І.П. Саланда[1], О.В. Барабаш[2], А.П. Мусієнко[3], Н.В. Лукова-Чуйко[3]

[1] *Східноєвропейський національний університет імені Лесі Українки, Луцьк*
[2] *Державний університет телекомунікацій, Київ*
[3] *Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ*

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ СТРУКТУРИ РОЗГАЛУЖЕНОЇ ІНФОРМАЦІЙНОЇ МЕРЕЖІ 5 ПОКОЛІННЯ (5G) НА ОСНОВІ ВИПАДКОВИХ ГРАФІВ

В роботі розроблено математичну модель структури інформаційної мережі 5 покоління (5G) на основі теорії випадкових графів. Необхідність автоматичної реструктуризації мереж 5G в умовах підключення та відключення абонентських пристроїв, появи та зникнення ліній зв'язку під впливом перешкод та завад, призвела до того, що розроблена модель відрізняється від існуючих ймовірнісним характером множини зв'язків між елементами мережі, а також множини вузлів (елементів) мережі. Існуюча теорія функціональної стійкості на основі випадкових графів розроблена для обмеження, коли число вузлів мережі детерміновано, а число ліній зв'язку між вузлами є випадковим. В статті запропоновано математичну модель без обмежень на детермінованість множини вузлів мережі. Для оцінки рівня функціональної стійкості запропонованої моделі введено нові показники,які якісно відображають цю властивість та можуть достатньо ефективно обчислюватись.

Ключові слова: *інформаційні мережі, функціональна стійкість, випадкові графи, мережі 5G.*

Вступ

У наш час в якості інформаційних мереж підприємства доцільно використовувати сучасні та перспективні мережі 5 покоління (5G), які є безпровідними, динамічними, самоорганізуючими. До них постійно підключаються та вводяться абонентські пристрої, які не лише є кінцевими, а й виконують функції маршрутизаторів. У зв'язку з цим, дана мережа належить до типу стохастичних мереж. Такі мережі функціонують під впливом перешкод та завад.

Тому увесь час зникають та з'являються лінії зв'язку, підключаються та відключаються вузли. В таких умовах мережа має автоматично реструктуруватись, самостійно налаштовуватись та забезпечувати стійке функціонування.

Дослідження існуючих науково-обґрунтованих підходів забезпечення стійкості функціонування складних технічних систем, до яких повною мірою відносяться й розгалужені інформаційні мережі (РІМ), дозволили зробити висновок про формування за останні роки нового пріоритетного підходу, що пов'язано із забезпеченням системі властивості функціональної стійкості (ФС).

Постановка наукового завдання. Забезпечення функціональної стійкості досягається застосуванням у складній технічній системі різних уже існуючих видів надмірності (структурної, часової, інформаційної, функціональної та ін.) шляхом перерозподілу ресурсів з метою парирування наслідків позаштатних ситуацій.

Разом з тим, нечисленні роботи в галузі забезпечення функціональної стійкості складних технічних систем не дають змоги виробити єдині підходи та започаткувати теоретичні основи забезпечення функціональної стійкості для розгалужених інформаційних мереж.

Проблема полягає у відсутності підходу та відповідних моделей щодо опису структури сучасної розгалуженої інформаційної мережі підприємства на базі технологій 5G, параметрів її елементів та зв'язків.

Аналіз публікацій. Аналіз існуючої теорії функціональної стійкості показав, що у своїх роботах професор Машков О.А. [1] сформулював властивість функціональної стійкості й розробив загальну стратегію її забезпечення для складних технічних систем.

Послідовники наукової школи функціональної стійкості Барабаш О.В., Кравченко Ю.В., Кононов О.А., Неділько С.М., Обідін Д.М. та інші внесли вклад у розвиток понятійного апарату та вирішили проблему забезпечення функціональної стійкості для конкретних технічних систем, що наведено у працях [2, 3].

Особливості принципу роботи сучасних інформаційних мереж 5G дозволили зробити висновок про те, що, незважаючи на серйозні наукові результати теорії функціональної стійкості, досліджувані в них математичні моделі [4–6] не здатні адекватно описати процес функціонування розгалужених інформаційних мереж 5-го покоління.

Метою статті є розробка моделі структури розгалуженої інформаційної мережі 5-го покоління на основі теорії випадкових графів та графових перетворень.

Основна частина

Модель стохастичної інформаційної мережі

Випадкові графи є прийнятною математичною моделлю, що описує процеси в стохастичних інформаційних мережах, до яких належать сучасні мережі 5 покоління (5G). Використовується теоретико-графова термінологія із [7, 8].

Розглядаються графи без петель і кратних ребер. ЯкщоG– граф, тоV(G) позначає множину вершин, аE(G)– множину ребер графа G. В тих випадках, коли це призводить до незрозумілості, замість V(G)будемо використовувати позначенняVі замість E(G) – E. Якщо $V' \subseteq V$, $E' \subseteq E$, то G-(V', E') позначає частину графа G, отриману в результаті видалення із G усіх ребер із E'і всіх вершин із V' разом з інцидентними їм ребрами.

В якості стохастичної інформаційної мережі 5 покоління Sми розглядаємо граф G=(V, E), вершини якого відповідають вузлам комутації мережі S, а ребра – лініям зв’язку.

Вершина $x \in V$ і ребро $u \in E$ графа G інцидентні тоді і лише тоді, коли із вузла комутації, якому відповідає вершина x, виходить лінія зв’язку, яка відповідає ребру u. В подальшому, якщо це призводить до непорозумінь будемо говорити «інформаційна мережа», а не «стохастична інформаційна мережа 5 покоління».

Елементи інформаційної мережі S можуть виходити з ладу.

Припустимо, що елементи мережі S виходять з ладу випадковим чином і незалежно один від одного з деякими заданими ймовірностями.

Моделлю інформаційної мережі S з ненадійними елементами є випадковий граф (G, pv, pe). Формально: нехай задано відображенняpv: $V \to [0, 1]$ і pe: $E \to [0, 1]$.

Випадковим графом (G, pv, pe) називається випадкова величина ξ, значеннями якої є частини G=(V', E')графа G, причому ймовірність того, що (G, pv, pe) набуде значення G-(V', E'), дорівнює

$$P_{\xi}((G, pv, pe) = G - (V', E')) = \prod_{w \in E'} pe(w) \times \\ \times \prod_{w \in E \setminus E'} (1 - pe(w)) \prod_{y \in V'} pv(y) \prod_{y \in V \setminus V'} (1 - pv(y)). \quad (1)$$

Для кожного $y \in V$ параметр pv(y) інтерпретується як імовірність виходу з ладу (несправного стану) вузла мережі, якому відповідає вершина y. Аналогічно інтерпретується pe(w) для $w \in E$.

Випадковий граф (G, pv, pe) можна трактувати як результат випадкового незалежного видалення вершин і ребер із графа G з ймовірностями pv та ревідповідно.

Якщо для всіх $y \in V$ параметр pv(y)=0, то такий випадковий граф будемо позначати (G,pe), він відповідає інформаційній мережі, в якій вузли не виходять з ладу.

Аналогічно, якщо для всіх $w \in E$ параметр pe(w)=0, то такий випадковий граф будемо позначати (G, pv).

Аналіз розробленої математичної моделі структури сучасної РІМ, а також існуючої теорії графів в цілому дозволяє зробити висновок про те, що оцінка рівня функціональної стійкості на отриманому графі пов’язана з певними труднощами. Це викликано тим, що існуюча теорія функціональної стійкості на основі випадкових графів розроблена для моделей з випадковим числом ребер і детермінованим числом вершин.

Проте, запропонована математична модель, крім випадкової кількості елементів множини ребер, характеризується також випадковою кількістю вершин, що дозволяє враховувати ймовірнісний вплив внутрішніх і зовнішніх факторів. У зв’язку з цим, доцільно ввести в розгляд нові показники функціональної стійкості.

Показники функціональної стійкості

1. Нехай на множині частин графа G визначена дійсна функція f.

Природнім чином визначається випадкова величина f(G, pv, pe). Позначимо Mf(G, pv, pe) – математичне сподівання цієї випадкової величини. Його можна інтерпретувати як деякий показник функціональної стійкості певної інформаційної мережі.

Розглянемо деякі конкретні показники ФС[9].

2. Якщо $V_1 \subseteq V$, тоPC(G, V_1)–ймовірність того, що у випадковому графі (G, pv, pe) усі вершини із V_1 поєднані (існує маршрут, що їх сполучає). Очевидно, що для цього показника функціональної стійкості функцію f потрібно визначити таким чином:

а) якщо H – зв’язна частина графа G, то

$$f(H) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } V_1 \subseteq V(H); \\ 0, & \text{якщо } V_1 \not\subset V(H); \end{cases}$$

б) якщо $H_1, \ldots, H_k$ – компоненти зв’язності частини H графа G, то $f(H)=f(H_1)+f(H_2)+\ldots+f(H_k)$.

В тому випадку, коли V_1=V(G), будемо позначати цей показник ФС просто PC(G).

3. Якщо $V_1 \subseteq V$, то NPC(G, V_1) – математичне сподівання числа пар вершин із V_1, поєднаних у випадковому графі (G, pv, pe). Для цього показника функціональної стійкості функція f визначається наступними умовами:

а) якщо H зв’язна частина графа G, то

$$f(H) = \frac{1}{2}\left|V(H)\right| \times (\left|V(H)\right| - 1);$$

б) якщо $H_1, \ldots, H_k$ – компоненти зв’язності частини H графа G, то $f(H)=f(H_1)+f(H_2)+\ldots+f(H_k)$.

Якщо $V_1=V$, будемо позначати цей показник ФС NPC(G).

4. Позначимо через NC(G) – математичне сподівання числа компонент зв'язності випадкового графа (G, pv, pe).

Для цього показника функціональної стійкості функція f визначається наступною умовою: якщо k число компонент зв'язності частини H графа G, то f(H)=k.

Обчислення показників функціональної стійкості

1. Перед тим, як перейти до обчислення показника ФС Mf(G, pv, pe) зауважимо, що для нього виконуються такі умови:

а) для будь-яких зв'язних частин H_1, H_2 графа G, таких, що $V(H_1)=V(H_2)$, справедливо

$$f(H_1)=f(H_2);$$

б) якщо $H_1,\ldots,H_k$ – компоненти зв'язності частини H графа G, то

$$f(H)=f(H_1)+f(H_2)+\ldots+f(H_k).$$

Нехай M – множина зв'язних підграфів графа G:

для $H\in M$, O(H) означає множину вершин із V\V(H), суміжних з вершинами із H;

для $x\in O(H)$ $pe_H(x)$– добуток усіх pe(w), де w=(x, t), $t\in V(H)$;

PC(H) – ймовірність зв'язності випадкового графа(H, pv, pe), у якого ймовірність видалення елементів співпадає з ймовірностями видалення відповідних елементів в графі G[9].

Тоді показник функціональної стійкості Mf(G, pv, pe) обчислюється за формулою, наведеною нижче:

$$\begin{gathered}\mathrm{Mf}(G,pv,pe)=\\ =\sum_{H\in M} f(H)PC(H)(pe_H+pv-pe_H pv)^{O(H)}.\end{gathered}\tag{2}$$

2. Слід зауважити, що формулою (2) можна користуватися в тому випадку, якщо попередньо вдасться знайти всі PC(H).

Розглянемо функції f_1, f_2, f_3, які визначаються нижче:

$$f_1(H)=$$
$$=\begin{cases}1, \text{якщо} \left|V(H)\right|=\left|V(G)\right|, \text{де } H-\text{зв'язний};\\ 0, \text{в протилежному випадку};\end{cases}$$

а) якщо H – зв'язна частина графа G, то можна розрахувати

$$f_2(H)=\begin{cases}\dfrac{V(H)}{V(G)}, \text{якщо} \left|V(H)\right|<\left|V(G)\right|;\\ 0, \text{якщо} \left|V(H)\right|=\left|V(G)\right|;\end{cases}$$

б) якщо $H_1,\ldots,H_k$ – компоненти зв'язності частиниH графа G, то $f(H)=f(H_1)+f(H_2)+\ldots+f(H_k)$.

Функція f_3 визначається сумою

$$f_3=f_1+f_2.$$

Легко бачити, що

$$Mf_1(G, pv, pe)=PC(G),$$

а для f_3 виконується така умова: якщо H – деяка частина графа G, то

$$f_3(H)=\frac{\left|V(H)\right|}{\left|V(G)\right|}.$$

Вершина y графа G існує з ймовірністю pv(y), відповідно, математичне сподівання числа вершин у випадковому графі (G, pv, pe) дорівнює

$$\sum_{y\in V}(1-pv(y)).$$

Таким чином,

$$Mf_3(G,pv,pe)=\frac{1}{\left|V(G)\right|}\sum_{y\in V}(1-pv(y)).$$

Використовуючи рівності (2) та $f_1=f_3-f_2$, приходимо до виразу

$$\begin{gathered}PC(G)=\frac{1}{\left|V(G)\right|}\left(\sum_{y\in V}(1-pv(y))-\right.\\ \left.\sum_{H\in M\setminus\{G\}}\left|V(H)\right|PC(H)(pe_H+pv-pe_H pv)^{O(H)}\right).\end{gathered}\tag{3}$$

Обчислення PC(H) за цією формулою проводиться таким чином: для всіх 1-вершинних підграфів H графа G вважатимемо $PC(H)=(1\text{-}pv)^{V(H)}$; потім обчислюємо PC(H) для 2-вершинних, 3-вершинних і т.д. під графів H графа G.

3. Розглянемо окремо формулу обчислення показника функціональної стійкості NPCV(G)для випадкового графа(G, pv), тобто для графа, який отримаємо в результаті випадкового видалення із графа G лише вершин:

$$\begin{gathered}NPCV(G)=\frac{1}{2}\sum_{y\in V}(1-pv(y))\sum_{\substack{z\in V\\ z\neq y}}(1-pv(z))-\\ -\frac{1}{2}\sum_{H\in M}\left|V(H)\right|^{\left|O(H)\right|}pv(1-pv)^{\left|V(H)\right|}\times\\ \times\sum_{y\in V\setminus O(H)\setminus V(H)}(1-pv(y)).\end{gathered}\tag{4}$$

Рівності (2)-(4) дозволяють обчислити значення введених показників функціональної стійкості.

Висновки

Дослідження процесу функціонування сучасних інформаційних мереж надали можливість розробити математичну модель PIM 5 покоління, яка заснована на описані структури випадковим графом.

В роботі введено нові показники,які якісно відображають властивість функціональної стійкості розгалуженої інформаційної мережі, з одного боку, та достатньо ефективно обчислюванні – з іншого. Розроблено методи обчислення введених показників.

Необхідність автоматичної реструктуризації мереж 5G в умовах підключення та відключення абонентських пристроїв, а також врахування можливих позаштатних ситуацій, які обумовлені внутрішніми та зовнішніми чинниками, призвела до того, що запропонована модель відрізняється від існуючих ймовірнісним характером як множини зв'язків між елементами мережі, так і множини вузлів (елементів).

Існуюча теорія випадкових графів розроблена для випадків, коли кількість зв'язків мережі випадкова, а кількість вузлів детермінована.

Запропонована математична модель дозволяє при розробці теоретичних основ забезпечення функціональної стійкості розгалужених інформаційних мереж (в тому числі мереж 5G) синтезувати методики виявлення існуючого ресурсу (області надмірності) та методики оптимального використання надмірності.

Список літератури

1. *Машков О.А. Топологічні критерії та показники функціональної стійкості складних ієрархічних систем / О.А. Машков, О.В. Барабаш // Моделювання та інформаційні технології: Збірник наукових праць. – К.: ІПМЕ НАН України, 2003. – Вип. 25. – С. 29 – 35.*
2. *Барабаш О.В. Построение функционально устойчивых распределенных информационных систем /О.В. Барабаш. – К.: НАОУ, 2004. – 226 с.*
3. *Кравченко Ю.В. Функціональна стійкість – властивість складних технічних систем / Ю.В. Кравченко, О.В. Барабаш // Збірник наукових праць НАОУ. – К.: НАОУ, 2002. – Бюл. №40. – С. 225 – 229.*
4. *Кучук Г.А. Управление ресурсами инфотелекоммуникаций: монография / Г.А. Кучук, Р.П. Гахов, А.А. Пашнев. – М.: Физматлит, 2006. – 220 с.*
5. *Кучук Г.А. Інформаційні технології управління інтегральними потоками даних в інформаційно-телекомунікаційних мережах систем критичного призначення: монографія / Г.А. Кучук. – Х.: Харківський університет Повітряних Сил, 2013. – 264 с.*
6. *Неділько С.М. Математична модель структури автоматизованої системи управління повітряним рухом на основі випадкових графів / С.М. Неділько, Г.Л. Баранов // Авиационно-космическая техника и технология. – Х.: НАУ "ХАІ", 2011. – №8 (85). – С. 218 – 221.*
7. *Зыков А.А. Теория конечных графов /А.А. Зыков. – Новосибирск: Наука, 1969. –354 с.*
8. *Колчин В.Ф. Случайные графы / В.Ф. Колчин. – М.: Физматлит, 2004. – 256 с.*
9. *Попков В.К. Математические модели живучести сетей связи/В.К. Попков. – Новосибирск: Вычислительный центр СО АН СССР, 1990. –235 с.*

Надійшла до редколегії 27.10.2017

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Ю.В. Кравченко, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СТРУКТУРЫ РАЗВЕТВЛЕННОЙ ИНФОРМАЦИОННОЙ СЕТИ 5 ПОКОЛЕНИЯ (5G) НА ОСНОВЕ СЛУЧАЙНЫХ ГРАФОВ

И.П. Саланда, О.В. Барабаш, А.П. Мусиенко, Н.В. Лукова-Чуйко

Разработана математическая модель структуры информационной сети 5 поколения (5G) на основе теории случайных графов. Необходимость автоматической реструктуризации сетей 5G в условиях подключения и отключения абонентских устройств, появления и исчезновения линий связи под воздействием помех, привела к тому, что разработанная модель отличается от существующих вероятностным характером множества связей между элементами сети, а также множества узлов (элементов) сети. Существующая теория функциональной устойчивости на основе случайных графов разработана для ограничения, когда число узлов сети детерминировано, а число линий связи между узлами случайно. В статье предложена математическая модель без ограничений на детерминированность множества узлов сети. Для оценки уровня функциональной устойчивости предложенной модели введены новые показатели, которые качественно отражают это свойство и могут достаточно эффективно исчисляться.

Ключевые слова: *информационные сети, функциональная устойчивость, случайные графы, сети 5G.*

MATHEMATICAL MODEL OF THE STRUCTURE OF THE 5TH GENERATION (5G) BRANCHED INFORMATION NETWORKON THE BASIS OF RANDOM GRAPHS

I.P. Salanda, O.V. Barabash, A.P. Musienko, N.V. Lukova-Chuyko

A mathematical model of the structure of the 5-generation information network (5G) is developed based on the theory of random graphs. The need for automatic restructuring of 5G networks in conditions of connection and disconnection of subscriber devices, the appearance and disappearance of communication links due to interference, has led to the fact that the developed model differs from the probabilistic nature of the set of connections between network elements, as well as the number of nodes (elements) of the network. The existing theory of functional stability based on random graphs is designed with limit, that the number of nodes of the network is deterministic, and the number of communication links between nodes is random. The article proposes a mathematical model without restrictions on the determinism of the set of nodes of the network. To assess the level of functional stability of the proposed model, new indicators have been introduced that qualitatively reflect this property and can be effectively calculated.

Keywords: *information networks, functional stability, random graphs, 5G networks.*