

УДК 510.635

В.А. Лещинский

Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков

О МОДЕЛИ РАВЕНСТВА ПОНЯТИЙ

В работе вводится абстрактный эквивалент алгебры конечных предикатов - алгебра понятий. С помощью алгебры понятий формально описываются закономерности интеллектуальной деятельности человека.

Ключевые слова: алгебра конечных предикатов, алгебра понятий, интеллект, высказывание.

Введение

В публикации [1] была разработана алгебра конечных предикатов (АКП), предназначенная для целей математического описания интеллектуальной деятельности человека и ее закономерностей. В процессе развития формального описания закономерностей интеллектуальной деятельности на языке АКП было обнаружено, что кроме этой алгебры, для теории интеллекта необходим еще и некий абстрактный эквивалент этой алгебры, названный алгеброй понятий.

Выбор такого названия обусловлен тем, что элементы множества – носителя алгебры понятий, как будет показано ниже, естественным образом интерпретируются как понятия интеллекта, вообще – как любые субъективные состояния человека, а операции алгебры понятий над этими элементами – как действия интеллекта над понятиями.

1. Формальное представление понятий

Развивая алгебру понятий, одновременно с этим будем формально описывать закономерности интеллектуальной деятельности человека [2]. Это будет достигаться посредством психологической интерпретации законов алгебры понятий. Правомочность такой интерпретации будет обосновываться в каждом конкретном случае путем экспериментального изучения соответствующих свойств поведения испытуемого. Под испытуемым мы подразумеваем того конкретного человека, интеллектуальная деятельность которого подвергается формализации. В этой работе вводится носитель алгебры понятий. С содержательной точки зрения он представляет собой множество всех понятий испытуемого с заданным на нем предикатом равенства.

В роли прототипа алгебры понятий примем частный случай АКП - алгебру одноместных k -ичных предикатов первого порядка [1]. Дело в том, что при переходе от конкретной алгебры к ее абстрактному эквиваленту частное и общее меняются местами. Поэтому наиболее частный вариант АКП порождает алгебру понятий самого общего вида.

Рассмотрим, к примеру, троичные предикаты ($k=3$), заданные на множестве $A_3 = \{a, b, c\}$. Все возможные такие предикаты $P_0 \div P_7$ представлены в табл. 1. Всего имеется $N_0(3) = 2^3 = 8$ троичных предикатов. Если читать снизу вверх колонку логических констант, соответствующую в табл. 1 предикату $P_i (i \in \{0, 1, 2, \dots, 7\})$, интерпретируя логические константы как двоичные цифры, то каждому предикату можно поставить в соответствие некоторый двоичный код. Число i , соответствующее этому коду, принимаем в качестве номера предиката P_i . Например, предикату P_3 соответствует код 001, представляющий собой число 3. В данном случае в роли множества всех предикатов выступает множество $M_3 = \{P_0, P_1, \dots, P_7\}$.

Таблица 1

Троичные предикаты

x	P_0	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7
a	0	1	0	1	0	1	0	1
b	0	0	1	1	0	0	1	1
c	0	0	0	0	1	1	1	1

Введем биекцию $\Phi: S_k \rightarrow M_k$, устанавливающую взаимно однозначное соответствие между всеми понятиями размерности k и всеми одноместными k -ичными предикатами первого порядка, заданными на множестве A_k . Биекцию Φ можно выбрать многими способами. Всего существует $2^k!$ различных вариантов выбора биекций Φ , заданных на множестве S_k , что соответствует числу всех перестановок из 2^k различных элементов. Например, при $k=3$ существует $2^3! = 40320$ различных вариантов выбора биекции Φ . Предикат $P = \Phi(x)$ будем называть предикатом, соответствующим понятию x , а понятие $x = \Phi^{-1}(P)$ - понятием, соответствующим предикату P .

Под элементами множества S_k будем понимать понятия какого-нибудь конкретного человека, которого в дальнейшем будем именовать испытуе-

мым. Человека, изучающего интеллектуальную деятельность испытуемого, будем называть исследователем. Проводя опыты, исследователь по своему желанию формирует в уме испытуемого ту или иную мысль. Это невозможно сделать непосредственно, поэтому испытуемому для восприятия предъявляется специально подобранный физический сигнал, выполняющий роль имени понятия. Мысль, порождаемую каким-либо именем, будем называть смыслом этого имени.

Мысли от одного человека к другому передаются с помощью высказываний. Любое высказывание имеет вид повествовательного предложения или последовательности повествовательных предложений – текста. Мысль, заключенную в том или ином высказывании, будем называть смыслом высказывания. Высказывание выполняет роль имени мысли. Именем мысли может быть не только высказывание, но и любой другой физический сигнал. Например, красный свет семафора передает машинисту электровоза мысль «Путь закрыт». И, тем не менее, высказывания как средства передачи мыслей в некотором смысле незаменимы: человек не сможет понять смысл неречевого сигнала до тех пор, пока ему не объяснят его с помощью высказываний. Так, машинист электровоза должен быть предварительно обучен тому, что красный свет семафора означает запрещение проезда. Если этого не сделать, то красный свет семафора не будет возбуждать в уме машиниста нужной мысли. Как средство передачи мыслей высказывания универсальны. Любую мысль каждый психически здоровый человек может сформулировать в виде высказывания. Если человек этого сделать не может, то у окружающих его лиц может возникнуть убеждение, что данной мысли у него попросту нет. Высказываний больше, чем мыслей. Одну и ту же мысль можно выразить различными высказываниями. Высказывания, выражающие одну и ту же мысль, будем называть тождественными.

Не каждое повествовательное предложение может быть высказыванием. Например, фраза, написанная на непонятном для испытуемого языке, не несет ему никакой мысли. Чтобы повествовательное предложение могло возбудить в уме испытуемого какую-то мысль, оно должно быть им понято. Одно и то же предложение для одного испытуемого может быть понятным, а для другого непонятным. Предложение может оказаться непонятным, даже будучи записанным или произнесенным на языке, которым владеет испытуемый. Это может случиться, если предложение имеет неправильную грамматическую структуру или в нем встречаются непонятные для испытуемого слова. Текст, взятый из руководства по незнакомой области знаний, будет испытуемому непонятен. Но после того, как испы-

туемый освоит эту область знаний, тот же самый текст станет ему понятным. Таким образом, вопрос о том, признать ли данную фразу высказыванием или нет, решается только применительно к конкретному испытуемому, причем на находящемся на вполне определенной стадии своего развития. Вместе с тем, можно говорить, что данное предложение является высказыванием относительно целой группы лиц, но только в том случае, если все они понимают смысл этого предложения, причем одинаково.

У исследователя нет прямого способа удостовериться в том, что мысль испытуемого совпадает с его собственной мыслью. Это обстоятельство может послужить причиной неправильного понимания исследователя испытуемым. Предъявляя фразу, исследователь рассчитывает, что она возбудит в уме испытуемого именно ту мысль, которую он в нее вложил. Но испытуемый может расшифровать фразу как совершенно иную мысль или мысль, не вполне совпадающую с той, которую имел в виду исследователь. О том, что такое возможно, свидетельствует постоянно встречающиеся в жизни случаи неточной передачи мыслей от человека к человеку и проистекающие от этого недоразумения. Одна и та же фраза, в зависимости от меняющихся побочных обстоятельств, может быть воспринята испытуемым по-разному. Так, цитата, вырванная из контекста и вставленная в другой текст, зачастую приобретает совершенно иной смысл. Это явление может нарушить стабильность формирования исследователем мыслей в уме испытуемого.

Проводя эксперименты на испытуемом, исследователь обязан позаботиться о том, чтобы возбуждаемые в уме испытуемого мысли всегда однозначно определялись предъявленным ему высказываниями. Смысл имени всегда должен однозначно соответствовать имени. Выполнение этого требования, назовем его условием повторяемости, совершенно обязательно для доброкачества опытов. Эксперимент не пострадает, если исследователь вызовет в уме испытуемого не ту мысль, которую намеревался получить, лишь бы повторное предъявление высказывания порождало в сознании испытуемого ту же самую мысль. Но опыт не удастся, если при его проведении не будет обеспечена повторяемость при формировании мыслей, т.е. если при различных предъявлениях одного и того же высказывания в сознании испытуемого будут возникать различные мысли. Требование повторяемости предъявляется не только к описываемым здесь психофизическим экспериментам, его выполнение необходимо также и в любом грамотном физическом эксперименте. Если условие повторяемости в экспериментах нарушается, то мысли, предъявляемые испытуемому, становятся неконтролируемыми, а результаты опытов – неопределенными.

Для борьбы с нестабильностью мыслей исследователь должен тщательно учитывать все обстоятельства, сопутствующие высказываниям в момент их предъявления испытуемому, и выяснить те из них, которые приводят к искажению мыслей. Помощь исследователю в этом деле может оказать сам испытуемый, указывая случаи изменения смысла высказывания при появлении того или иного обстоятельства. Например, испытуемый легко обнаруживает изменение смысла фразы, вызванное сменой контекста, сопутствующего этой фразе. Факторы, влияющие на смысл высказывания, должны исключаться из условий опыта или же стабилизироваться. Так, например, фразу можно предъявить, не связывая ее ни с каким контекстом. Если же это по каким-либо причинам неприемлемо, то каждое предъявление данной фразы следует сопровождать одним и тем же контекстом. Стабилизированные в опыте обстоятельства необходимо включать в характеристику высказывания, которому эти обстоятельства сопутствуют.

Рассмотрим предикат равенства $D_k(P, Q)$, определенный на $M_k \times M_k$. Его можно представить в виде [1]:

$$D_k(P, Q) = \forall x (P(x) \sim Q(x)), \quad (1)$$

справедливым для $\forall P, Q \in M_k$. Здесь выражение $\forall x$ означает квантор общности, который берется по переменной $x \in A_k$. Символ \sim обозначает операцию эквивалентности логических констант. Предикат D_k ставит в соответствие равным предикатам P и Q логическую константу 1, не равным – 0.

В табл. 2 в виде примера приведен предикат равенства предикатов $D_3(P, Q)$, заданный на декартовом квадрате множества $M_3 = \{P_0, P_1, \dots, P_7\}$ всех тричных одноместных предикатов первого порядка. Под символами 0 и 1 понимаются логические константы. Для примера табл. 3 и 4 заданы предикаты равенства понятий D'_3 и D''_3 и биекций Φ' и Φ'' . Предикат $D'_3(x', y')$ определен на множестве $S'_3 \times S'_3$, а предикат $D''_3(x'', y'')$ – на множестве $S''_3 \times S''_3$.

Таблица 2

Предикат равенства предикатов $D_3(P, Q)$

P	Q ₀	Q ₁	Q ₂	Q ₃	Q ₄	Q ₅	Q ₆	Q ₇
P ₀	1	0	0	0	0	0	0	0
P ₁	0	1	0	0	0	0	0	0
P ₂	0	0	1	0	0	0	0	0
P ₃	0	0	0	1	0	0	0	0
P ₄	0	0	0	0	1	0	0	0
P ₅	0	0	0	0	0	1	0	0
P ₆	0	0	0	0	0	0	1	0
P ₇	0	0	0	0	0	0	0	1

Таблица 3

Предикат равенства понятий D'_3 и биекций Φ'

x'	s' ₀	s' ₁	s' ₂	s' ₃	s' ₄	s' ₅	s' ₆	s' ₇
s' ₀	1	0	0	0	0	0	0	0
s' ₁	0	1	0	0	0	0	0	0
s' ₂	0	0	1	0	0	0	0	0
s' ₃	0	0	0	1	0	0	0	0
s' ₄	0	0	0	0	1	0	0	0
s' ₅	0	0	0	0	0	1	0	0
s' ₆	0	0	0	0	0	0	1	0
s' ₇	0	0	0	0	0	0	0	1

Отношение равенства $x=y$ понятий x и y определяем следующим образом: $x=y$ в том и только в том случае, если $\Phi(x)=\Phi(y)$. Можно сказать иначе: отношение $x=y$ задается уравнением $D_k(x, y)=1$. Отношение неравенства понятий $x \neq y$ имеет место в том и только в том случае, когда $\Phi(x) \neq \Phi(y)$. Иными словами, отношение $x \neq y$ задается уравнением $D_k(x, y)=0$.

Таким образом, для $\forall x, y \in S_k$ можно записать:

$$D_k(x, y) = \begin{cases} 0, & \text{если } \Phi(x) \neq \Phi(y), \\ 1, & \text{если } \Phi(x) = \Phi(y). \end{cases} \quad (2)$$

Таблица 4

Предикат равенства понятий D''_3 и биекций Φ''

x''	s'' ₀	s'' ₁	s'' ₂	s'' ₃	s'' ₄	s'' ₅	s'' ₆	s'' ₇
s'' ₀	1	0	0	0	0	0	0	0
s'' ₁	0	1	0	0	0	0	0	0
s'' ₂	0	0	1	0	0	0	0	0
s'' ₃	0	0	0	1	0	0	0	0
s'' ₄	0	0	0	0	1	0	0	0
s'' ₅	0	0	0	0	0	1	0	0
s'' ₆	0	0	0	0	0	0	1	0
s'' ₇	0	0	0	0	0	0	0	1

Предикатам D'_3 и D''_3 , рассмотренным в ранее приведенном примере, соответствуют разные отношения равенства понятий:

$$\{(s'_0, s'_0), (s'_1, s'_1), \dots, (s'_7, s'_7)\},$$

$$\{(s''_0, s''_0), (s''_1, s''_1), \dots, (s''_7, s''_7)\},$$

поскольку эти предикаты заданы на различных множествах $S'_k \times S'_k$ и $S''_k \times S''_k$.

В рассмотренном выше примере предикат D'_3 переводится в предикат D''_3 при помощи биекции Ω , указанной в табл. 4. Биекция Ω выражается через биекции Φ' и Φ'' , введенные ранее, следующим образом: $\Omega(x) = \Phi''^{-1}(\Phi'(x))$.

Встречаются случаи, когда два высказывания с точки зрения исследователя являются логически равносильными, а испытуемый не может установить равенство мыслей, предъявленных этими высказываниями. Так, для испытуемого может быть непосредственно неочевидной логическая равносильность двух достаточно сложных математических утверждений. Неочевидность равенства мыслей может сохраниться даже после того, как испытуемый изучил доказательство логической равносильности соответствующих высказываний.

Итак, наличие доказательства равносильности двух высказываний еще не означает равенства соответствующих мыслей для данного испытуемого. Заключение о равенстве мыслей в конечном счете основывается на ясном и непосредственном свидетельстве сознания испытуемого, удостоверяющего идентичность двух мыслей. Доказательство логической равносильности соответствующих высказываний, конечно, необходимы, но оно может оказаться недостаточным, если испытуемый не способен его осмыслить и усвоить в совершенстве. Математик, владеющий своим предметом, непосредственно, без каких бы то ни было доказательств, «чувствует» логическую равносильность даже самых сложных из относящихся к его компетенции математических утверждений.

Неспособность испытуемого установить идентичность равных (с точки зрения исследователя) мыслей свидетельствует не о неравенстве мыслей, а лишь о том, что эти мысли (по крайней мере, одна из них) не сформировались в его уме достаточно ясно и четко. Иными словами, испытуемый в полной мере не владеет этими понятиями.

Выводы

В заключение обсудим ту роль, которую играет предикат равенства понятий в механизме интеллекта. Роль эта нам представляется фундаментальной и весьма значительной. Тот факт, что человек может удостовериться в равенстве каких-либо двух понятий, означает, что он имеет доступ к мельчайшим деталям этих понятий, способен сравнивать эти детали друг с другом и устанавливать их идентичность.

Таким образом, эффективное действие предиката равенства предполагает полный анализ структуры понятий.

Никакие другие операции над понятиями, сколь бы сложными они ни были, не смогут проникнуть в структуру понятий глубже, чем это способен сделать предикат равенства понятий.

Возможность сравнивать между собой все понятия человека и устанавливать их равенство и неравенство лежит в основании механизма, обеспечивающего единство человеческой личности, единство того, что называют нашим «Я». Представим, что множество всех понятий какой-то личности распалось на две не связанные друг с другом части, и теперь независимо на каждой из них действует свой собственный, предикат равенства. Ясно, что единство этих двух частей нарушится и произойдет то, что в психиатрии называют расщеплением или раздвоением личности. Две различные человеческие личности разделены психологическим барьером именно вследствие того, что каждая из них имеет непосредственный доступ только к своим собственным субъективным состояниям, их понятия не объединяет единый предикат равенства. Допустим, что такой, общий для двух личностей, предикат равенства понятий каким-то образом удалось практически ввести. Наличие такого предиката явилось бы предпосылкой к слиянию двух личностей в одну.

Можно ожидать, что единая в двух телах личность смотрела бы на мир «в четыре глаза», имела бы единую волю и общие мысли.

Список литературы

1. Бондаренко М.Ф. Теория интеллекта. Учебник / М.Ф. Бондаренко, Ю.П. Шабанов-Кушнаренко. – Харьков: СМНТ, 2007 – 576 с.
2. Гильберт Д., Основания математики. Логические исчисления и формализация арифметики / Д. Гильберт, П. Бернайс. – М.: Наука, 1979. – 557 с.

Надійшла до редколегії 26.12.2016

Рецензент: д-р техн. наук, проф. І.В. Шостак, Національний аерокосмічний університет імені М.Є. Жуковського «ХАІ», Харків.

ПРО МОДЕЛЬ РІВНОСТІ ПОНЯТЬ

В.О. Лещинський

У роботі вводиться абстрактний еквівалент алгебри скінченних предикатів – алгебра понять. За допомогою алгебри понять формально описуються закономірності інтелектуальної діяльності людини.

Ключові слова: алгебра скінченних предикатів, алгебра понять, інтелект, висловлювання.

ABOUT CONCEPTS EQUALITY MODEL

V.O. Leshchynskyi

The abstract equivalent of finite predicates algebra - algebra of concepts is in-process entered. By means of concepts algebra conformities to law of intellectual activity of man are formally described.

Keywords: finite predicates algebra, algebra of concepts, intellect, utterance.