

УДК 629.1.07

М.Л. Шуляк

Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства им. П. Василенка

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОМПОНЕНТ УСКОРЕНИЯ АГРЕГАТА ОТНОСИТЕЛЬНО ОСЕЙ ПОВОРОТА, ПРОХОДЯЩИХ ЧЕРЕЗ НЕПОДВИЖНЫЙ АКСОИД СИСТЕМЫ

В работе рассмотрено сложное движение транспортного агрегата, как системы твердых тел закрепленных на некотором расстоянии друг от друга стационарной связью. Предложена теоретическая модель определения компонент ускорения любой точки тракторного агрегата в ее поступательном движении и трех вращательных движений относительно мгновенных осей поворота. Для экспериментального исследования определены условия расположения акселерометров, относительно центра тяжести трактора (сельскохозяйственной машины).

Ключевые слова: динамика агрегата, сложное движение, центр масс, ускорение.

Вступление

Изучение динамической составляющей движения транспортного агрегата (ТА) представляет большой научный интерес и требует дальнейшего развития. Одним из наиболее информативных параметров такого движения, является ускорение агрегата, так как его определение экспериментальным путем упрощается, вследствие применения акселерометров. В тоже время отсутствие методик переноса, полученных ускорений отдельно выбранных точек (мест установки датчиков) к центру масс агрегата снижает возможности применения полученных результатов для серии агрегатов, так как каждый опыт становится не воспроизводимым в других условиях.

Анализ источников информации. В работе [1] определено необходимое число датчиков и рассмотрены различные принципы их установки, однако это сделано для плоскости и не позволяет оценить динамику ТА в пространстве. Для реализации методики предложенной в работах [2 – 4] необходимым условием является определение ускорения центра масс всего агрегата (вне зависимости от количества составных звеньев) при его движении в трехмерном пространстве. Это делает необходимым дальнейшее развитие модели определения ускорения агрегата, предложенной в работе [5].

Цель и постановка задачи. Целью работы является дальнейшее развитие модели теоретического определения вектора полного ускорения агрегата на основе полученных экспериментальным путем ускорений контрольных точек его составных звеньев при свободном расположении акселерометров.

Основная часть

Рассмотрим движение агрегата как движение системы двух абсолютно твердых тел, закрепленных на некотором расстоянии друг от друга стационарной связью. Тогда, при выполнении технологиче-

ского процесса, и при нарушении прямолинейного движения агрегата, каждая i точка трактора ($i = 1, 2$) будет иметь ускорение [5]:

$$\bar{a}_1 = \bar{a}_{01} + \bar{a}_1^n + \bar{a}_1^\tau + \bar{a}_1^b; \quad (1)$$

$$\bar{a}_2 = \bar{a}_{02} + \bar{a}_2^n + \bar{a}_2^\tau + \bar{a}_2^b, \quad (2)$$

где $\bar{a}_0 = \bar{a}_{01} = \bar{a}_{02}$ – ускорение поступательного движения центра вращения трактора – ускорение в поступательном движении точки неподвижного аксоида соответствующего датчика, являющейся мгновенным центром поворота трактора (точка O_1 для датчика 1 и точка O_2 для датчика 2). В неподвижной системе координат $Oxyz$ компоненты данного вектора определяются из таких зависимостей:

$$\bar{a}_{0x} = \frac{dv_{ц.т.}}{dt} \bar{\eta}; \quad \bar{a}_{0y} = \frac{dv_{ц.т.}}{dt} \bar{\lambda}; \quad \bar{a}_{0z} = \frac{dv_{ц.т.}}{dt} \bar{\chi}, \quad (3)$$

где $v_{ц.т.}$ – скорость поступательного движения центра тяжести трактора относительно неподвижной системы координат $Oxyz$.

Для определения остальных слагаемых, рассмотрим движение каждого датчика в пространстве по некоторой кривой как совокупность поступательного движения с ускорением \bar{a}_{0i} (здесь i – номер датчика) и вращательного движения с центром вращения в точке O_i в трех ортогональных плоскостях, определенных ортонормированным подвижным базисом $O'i'k'$, связанным с центром тяжести.

Таким образом, рассматривая суперпозицию рассмотренных вращений можно говорить о том, что трактор совершает в пространстве сложное движение, которое является совокупностью поступательного движения его центра тяжести и вращательного движения всего трактора вокруг мгновенной неподвижной оси вращения или вокруг одной неподвижной точки [5]. Каждую вращательную компоненту вектора ускорения из зависимостей (1) и (2) можно представить в следующем виде:

$$\bar{a}_1^n = \bar{a}_{n1}^{\text{сопр}} + \bar{a}_{n1}^{\text{норм}}, \quad \bar{a}_2^n = \bar{a}_{n2}^{\text{сопр}} + \bar{a}_{n2}^{\text{норм}}; \quad (4)$$

$$\bar{a}_1^\tau = \bar{a}_{\tau 1}^{\text{сопр}} + \bar{a}_{\tau 1}^{\text{спр}}, \quad \bar{a}_2^\tau = \bar{a}_{\tau 2}^{\text{сопр}} + \bar{a}_{\tau 2}^{\text{спр}}; \quad (5)$$

$$\bar{a}_1^b = \bar{a}_{b1}^{\text{спр}} + \bar{a}_{b1}^{\text{норм}}, \quad \bar{a}_2^b = \bar{a}_{b2}^{\text{спр}} + \bar{a}_{b2}^{\text{норм}}. \quad (6)$$

Необходимо отметить, что зависимости (4) – (6) описывают именно те величины, значения которых определяются акселерометрами, установленными на тракторе. Таким образом, полное ускорение датчиков определится из таких зависимостей:

$$\bar{a}_1 = \bar{a}_{01} + \bar{a}_{n1}^{\text{сопр}} + \bar{a}_{n1}^{\text{норм}} + \bar{a}_{\tau 1}^{\text{сопр}} + \bar{a}_{\tau 1}^{\text{спр}} + \bar{a}_{b1}^{\text{спр}} + \bar{a}_{b1}^{\text{норм}}; \quad (7)$$

$$\bar{a}_2 = \bar{a}_{02} + \bar{a}_{n2}^{\text{сопр}} + \bar{a}_{n2}^{\text{норм}} + \bar{a}_{\tau 2}^{\text{сопр}} + \bar{a}_{\tau 2}^{\text{спр}} + \bar{a}_{b2}^{\text{спр}} + \bar{a}_{b2}^{\text{норм}}. \quad (8)$$

Спроектируем векторные зависимости (7) и (8) на оси неподвижной системы координат. Получим:

$$a_{iX} = a_{0iX} + a_{niX}^{\text{сопр}} + a_{niX}^{\text{норм}} + a_{\tau iX}^{\text{сопр}} + a_{\tau iX}^{\text{спр}} + a_{biX}^{\text{спр}} + a_{biX}^{\text{норм}}; \quad (9)$$

$$a_{iY} = a_{0iY} + a_{niY}^{\text{сопр}} + a_{niY}^{\text{норм}} + a_{\tau iY}^{\text{сопр}} + a_{\tau iY}^{\text{спр}} + a_{biY}^{\text{спр}} + a_{biY}^{\text{норм}}; \quad (10)$$

$$a_{iZ} = a_{0iZ} + a_{niZ}^{\text{сопр}} + a_{niZ}^{\text{норм}} + a_{\tau iZ}^{\text{сопр}} + a_{\tau iZ}^{\text{спр}} + a_{biZ}^{\text{спр}} + a_{biZ}^{\text{норм}}; \quad (11)$$

Учитывая особенность движения естественного трехгранника, связанного с каждым датчиком, можно говорить о том, что все проекции в зависимостях (9) – (11) определяются при помощи умножения соответствующего вектора, заданного естественным способом при помощи базиса $O_i j_j k_i$, на матрицу поворота в трехмерном пространстве с учетом угла, описывающего движение трактора. Получим:

$$M_x(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}; \quad (12)$$

$$M_y(\gamma) = \begin{pmatrix} \cos \gamma & 0 & \sin \gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \gamma & 0 & \cos \gamma \end{pmatrix}; \quad (13)$$

$$M_z(\psi) = \begin{pmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (14)$$

где индекс матрицы указывает соответствующую ось поворота, вокруг которой совершается поворот на угол, указанный в скобках.

Таким образом, суммарное значение ускорений точек трактора, вдоль координатных осей неподвижной системы координат, может быть определено из зависимостей вида:

$$a_{\Sigma X}^{\text{тр}} = \sum_{i=1}^k a_{0iX}^{\text{тр}} + a_{niX}^{\text{тр}} + a_{\tau iX}^{\text{тр}} + a_{biX}^{\text{тр}}; \quad (15)$$

$$a_{\Sigma Y}^{\text{тр}} = \sum_{i=1}^k a_{0iY}^{\text{тр}} + a_{niY}^{\text{тр}} + a_{\tau iY}^{\text{тр}} + a_{biY}^{\text{тр}}; \quad (16)$$

$$a_{\Sigma Z}^{\text{тр}} = \sum_{i=1}^k a_{0iZ}^{\text{тр}} + a_{niZ}^{\text{тр}} + a_{\tau iZ}^{\text{тр}} + a_{biZ}^{\text{тр}}; \quad (17)$$

где k – количество датчиков, установленных на трактор; $a_{0iX}^{\text{тр}}, a_{0iY}^{\text{тр}}, a_{0iZ}^{\text{тр}}$ – проекции ускорения центра вращения трактора на неподвижные оси координат; $a_{\tau iX}^{\text{тр}}, a_{\tau iY}^{\text{тр}}, a_{\tau iZ}^{\text{тр}}$ – проекции показаний датчика, установленного на тракторе, по «внутренней» оси X на оси неподвижной системы координат; $a_{niX}^{\text{тр}}, a_{niY}^{\text{тр}}, a_{niZ}^{\text{тр}}$ – проекции показаний датчика, установленного на тракторе, по «внутренней» оси Y на оси неподвижной системы координат; $a_{biX}^{\text{тр}}, a_{biY}^{\text{тр}}, a_{biZ}^{\text{тр}}$ – проекции показаний датчика, установленного на тракторе, по «внутренней» оси Z на оси неподвижной системы координат.

При рассмотрении сельскохозяйственной машины (рис. 1) по аналогичному алгоритму, можно прийти к выводу, что установка двух датчиков на последней в произвольном положении позволяет определить такие же компоненты ускорений, величины которых определяются из зависимостей вида:

$$a_{\Sigma X}^{\text{маш}} = \sum_{i=1}^k a_{0iX}^{\text{маш}} + a_{niX}^{\text{маш}} + a_{\tau iX}^{\text{маш}} + a_{biX}^{\text{маш}}; \quad (18)$$

$$a_{\Sigma Y}^{\text{маш}} = \sum_{i=1}^k a_{0iY}^{\text{маш}} + a_{niY}^{\text{маш}} + a_{\tau iY}^{\text{маш}} + a_{biY}^{\text{маш}}; \quad (19)$$

$$a_{\Sigma Z}^{\text{маш}} = \sum_{i=1}^k a_{0iZ}^{\text{маш}} + a_{niZ}^{\text{маш}} + a_{\tau iZ}^{\text{маш}} + a_{biZ}^{\text{маш}}; \quad (20)$$

где k – количество датчиков, установленных на сельскохозяйственную машину; $a_{0iX}^{\text{маш}}, a_{0iY}^{\text{маш}}, a_{0iZ}^{\text{маш}}$ – проекции ускорения центра вращения сельскохозяйственной машины на неподвижные оси координат; $a_{\tau iX}^{\text{маш}}, a_{\tau iY}^{\text{маш}}, a_{\tau iZ}^{\text{маш}}$ – проекции показаний датчика, установленного на сельскохозяйственной машине, по «внутренней» оси X на оси неподвижной системы координат; $a_{niX}^{\text{маш}}, a_{niY}^{\text{маш}}, a_{niZ}^{\text{маш}}$ – проекции показаний датчика, установленного на сельскохозяйственной машине, по «внутренней» оси Y на оси неподвижной системы координат; $a_{biX}^{\text{маш}}, a_{biY}^{\text{маш}}, a_{biZ}^{\text{маш}}$ – проекции показаний датчика, установленного на сельскохозяйственной машине по «внутренней» оси Z на оси неподвижной системы координат.

Таким образом, кинематика рассматриваемой динамической системы относительно ортогональной системы координат $Oxyz$, определяется векторной суммой ускорений всех составных частей механической системы.

Рассмотрим динамику каждого элемента данной системы с точки зрения второго закона динамики.

Так, для трактора сум-
ма проекцій всіх сил, дей-
ствующих на последний, на
оси неподвижной системы
координат $Oxyz$ определя-
ется из зависимостей:

$$\sum_{i=1}^n F_{Xi}^{tp} = M^{tp} a_{\Sigma X}^{tp}; \quad (21)$$

$$\sum_{i=1}^n F_{Yi}^{tp} = M^{tp} a_{\Sigma Y}^{tp}; \quad (22)$$

$$\sum_{i=1}^n F_{Zi}^{tp} = M^{tp} a_{\Sigma Z}^{tp}, \quad (23)$$

где F_{Xi}^{tp} , F_{Yi}^{tp} , F_{Zi}^{tp} – про-
екции всех внешних сил, дей-
ствующих на трактор, на
оси неподвижной системы
координат $Oxyz$; M^{tp} –
масса трактора; n – коли-
чество внешних сил, действующих на трактор.

Тогда, для сельскохозяйственной машины, по-
лучим такие выражения:

$$\sum_{i=1}^m F_{Xi}^{mash} = M^{mash} a_{\Sigma X}^{mash}; \quad (24)$$

$$\sum_{i=1}^m F_{Yi}^{mash} = M^{mash} a_{\Sigma Y}^{mash}; \quad (25)$$

$$\sum_{i=1}^m F_{Zi}^{mash} = M^{mash} a_{\Sigma Z}^{mash}, \quad (26)$$

где F_{Xi}^{mash} , F_{Yi}^{mash} , F_{Zi}^{mash} – проекции всех внешних
сил, действующих на сельскохозяйственную маши-
ну, на оси неподвижной системы координат $Oxyz$;
 M^{mash} – масса сельскохозяйственной машины; m –
количество внешних сил, действующих на трактор.

Учитывая факт движения энергетического
средства вместе с сельскохозяйственной машиной в
качестве динамической системы, запишем условие
движения последней с учетом теоремы о движении
центра масс системы. Получим:

$$\sum_{i=1}^s F_{Xi}^{agr} = M^{agr} a_X^{agr}; \quad (27)$$

$$\sum_{i=1}^s F_{Yi}^{agr} = M^{agr} a_Y^{agr}; \quad (28)$$

$$\sum_{i=1}^s F_{Zi}^{agr} = M^{agr} a_Z^{agr}, \quad (29)$$

где F_{Xi}^{agr} , F_{Yi}^{agr} , F_{Zi}^{agr} – проекции всех внешних сил,
действующих на агрегат, на оси неподвижной сис-
темы координат $Oxyz$; M^{agr} – масса машинно-
тракторного агрегата; S – количество внешних сил,
действующих на машинно-тракторный агрегат;

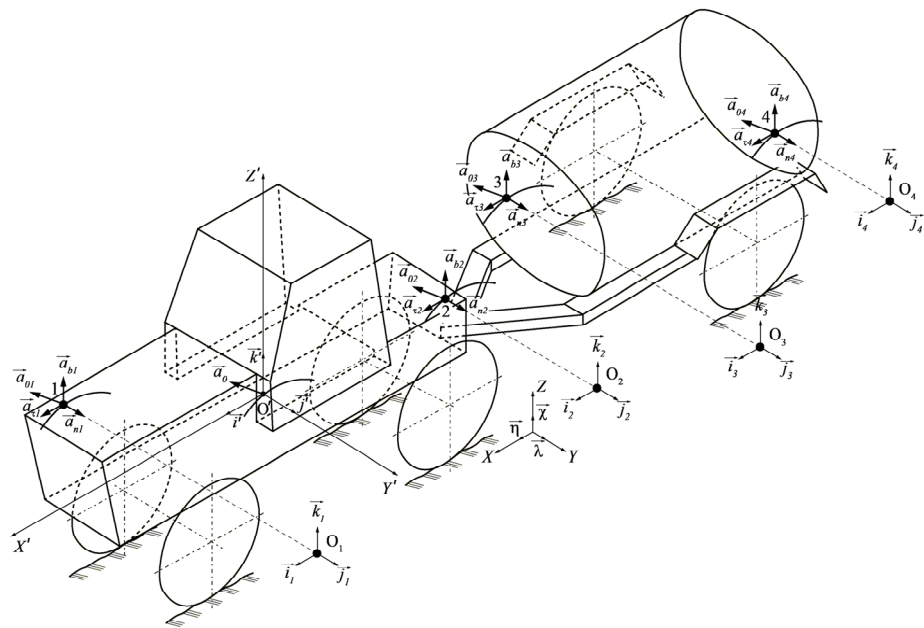


Рис. 1. Кинематическая модель движения тракторного агрегата

a_X^{agr} , a_Y^{agr} , a_Z^{agr} – проекции вектора полного уско-
рения, центра масс динамической системы на оси
неподвижной системы координат $Oxyz$.

Учитывая зависимости (21) – (29), получим:

$$\sum_{i=1}^n F_{Xi}^{tp} + \sum_{i=1}^m F_{Xi}^{mash} = M^{tp} a_{\Sigma X}^{tp} + M^{mash} a_{\Sigma X}^{mash}; \quad (30)$$

$$\sum_{i=1}^n F_{Yi}^{tp} + \sum_{i=1}^m F_{Yi}^{mash} = M^{tp} a_{\Sigma Y}^{tp} + M^{mash} a_{\Sigma Y}^{mash}; \quad (31)$$

$$\sum_{i=1}^n F_{Zi}^{tp} + \sum_{i=1}^m F_{Zi}^{mash} = M^{tp} a_{\Sigma Z}^{tp} + M^{mash} a_{\Sigma Z}^{mash}, \quad (32)$$

Если учесть, что сумма сил, действующих на
трактор и сельскохозяйственную машину пред-
ставляет собой сумму всех внешних сил, действующих
на динамическую систему, т.е.:

$$\sum_{i=1}^n F_{Xi}^{tp} + \sum_{i=1}^m F_{Xi}^{mash} = \sum_{i=1}^s F_{Xi}^{agr}; \quad (33)$$

$$\sum_{i=1}^n F_{Yi}^{tp} + \sum_{i=1}^m F_{Yi}^{mash} = \sum_{i=1}^s F_{Yi}^{agr}; \quad (34)$$

$$\sum_{i=1}^n F_{Zi}^{tp} + \sum_{i=1}^m F_{Zi}^{mash} = \sum_{i=1}^s F_{Zi}^{agr}, \quad (35)$$

то приравнявая уравнения (27) – (32) получим:

$$M^{agr} a_X^{agr} = M^{tp} a_{\Sigma X}^{tp} + M^{mash} a_{\Sigma X}^{mash}; \quad (36)$$

$$M^{agr} a_Y^{agr} = M^{tp} a_{\Sigma Y}^{tp} + M^{mash} a_{\Sigma Y}^{mash}; \quad (37)$$

$$M^{agr} a_Z^{agr} = M^{tp} a_{\Sigma Z}^{tp} + M^{mash} a_{\Sigma Z}^{mash}. \quad (38)$$

Если учесть, что сумма $M^{tp} + M^{mash} = M^{agr}$, то,
сокращая массы системы в зависимостях (36) – (38),
получим формулы определения проекций ускорения
центра масс машинно-тракторного агрегата через
проекции ускорений трактора и сельскохозяйствен-
ной машины:

$$a_X^{arp} = a_{\Sigma X}^{tp} + a_{\Sigma X}^{mash}; \quad a_Y^{arp} = a_{\Sigma Y}^{tp} + a_{\Sigma Y}^{mash}; \quad (39)$$

$$a_Z^{arp} = a_{\Sigma Z}^{tp} + a_{\Sigma Z}^{mash}. \quad (40)$$

Либо, окончательно:

$$a_X^{arp} = \sum_{i=1}^k (a_{0iX}^{tp} + a_{piX}^{tp} + a_{tiX}^{tp} + a_{biX}^{tp}) + \sum_{i=1}^k (a_{0iX}^{mash} + a_{piX}^{mash} + a_{tiX}^{mash} + a_{biX}^{mash}); \quad (41)$$

$$a_Y^{arp} = \sum_{i=1}^k (a_{0iY}^{tp} + a_{piY}^{tp} + a_{tiY}^{tp} + a_{biY}^{tp}) + \sum_{i=1}^k (a_{0iY}^{mash} + a_{piY}^{mash} + a_{tiY}^{mash} + a_{biY}^{mash}); \quad (42)$$

$$a_Z^{arp} = \sum_{i=1}^k (a_{0iZ}^{tp} + a_{piZ}^{tp} + a_{tiZ}^{tp} + a_{biZ}^{tp}) + \sum_{i=1}^k (a_{0iZ}^{mash} + a_{piZ}^{mash} + a_{tiZ}^{mash} + a_{biZ}^{mash}). \quad (43)$$

Зная проекции вектора полного ускорения центра масс системы, можно получить модуль данного вектора из зависимости вида:

$$a^{arp} = \sqrt{(a_X^{arp})^2 + (a_Y^{arp})^2 + (a_Z^{arp})^2}. \quad (44)$$

Зная модуль вектора a^{arp} можно определить его основные характеристики – направляющие косинусы относительно неподвижной системы координат Охуз, которые позволят наиболее полно охарактеризовать расположение данного вектора в пространстве и распределение его годографа в виде дискретных точек:

$$\cos \Delta = \frac{a_X^{arp}}{a^{arp}}; \quad \cos \Theta = \frac{a_Y^{arp}}{a^{arp}}; \quad \cos \Omega = \frac{a_Z^{arp}}{a^{arp}}, \quad (45)$$

где Δ – угол между направлением вектора полного ускорения центра масс динамической системы и осью x неподвижной системы Охуз; Θ – угол между направлением вектора полного ускорения центра масс динамической системы и осью y неподвижной

системы Охуз; Ω – угол между направлением вектора полного ускорения центра масс динамической системы и осью Z неподвижной системы Охуз.

Вывод

Таким образом, располагая датчики ускорений, чтобы их «внутренние» оси координат совпадали с базисом, определенным относительно центра тяжести трактора (сельскохозяйственной машины), можно определить компоненты ускорений любой точки тракторного агрегата в ее поступательном движении и трех вращательных движений относительно мгновенных осей поворота, проходящих через точки неподвижного аксоида системы.

Список літератури

1. Артемов Н.П. Метод парциальных ускорений и его приложения в динамике мобильных машин / Н.П. Артемов, А.Т. Лебедев, М.А. Подригало, А.С. Полянский, Д.М. Клец, А.И. Коробко, В.В. Задорожня – Х.: Миськдрук, 2012. – 220 с.
2. Подригало М.А. Оценка дополнительных энергетических потерь при установившемся режиме движения транспортно тяговых машин / М.А. Подригало, Н.П. Артемов, Д.В. Абрамов, М.Л. Шуляк // Механіка та машинобудування. – Х.: НТУ «ХП», 2015. – Вип. № 9. – С. 98 – 107.
3. Шуляк М.Л. Оцінка функціонування сільськогосподарського агрегату за динамічними критеріями / М.Л. Шуляк, А.Т. Лебедев, М.П. Артемов, Є.І. Калінін // Технічний сервіс агропромислового, лісового та транспортного комплексів – 2016. – № 4. – С. 218 – 226.
4. Шуляк М.Л. Область функціонування машинотракторного агрегату, що апроксимована поверхню другого порядку / М.Л. Шуляк // Зб. наук. праць ВНАУ. – Вінниця: ВНАУ, 2016. – Вип. 1(93), т. 1. – С. 28 – 31.
5. Шуляк М.Л. Определение вектора полного ускорения агрегата на основе экспериментальных ускорений его составных звеньев / М.Л. Шуляк // Системи управління, навігації та зв'язку – 2016. – Вип. 2(38) – С. 53 – 56.

Надійшла до редколегії 11.01.2017

Рецензент: д-р техн. наук, проф. А.Т. Лебедев, Харківський національний технічний університет сільського господарства ім. П. Василенка, Харків.

ВИЗНАЧЕННЯ КОМПОНЕНТ ПРИСКОРЕННЯ АГРЕГАТУ ЩОДО ОСЕЙ ПОВОРОТУ, ЩО ПРОХОДИТЬ ЧЕРЕЗ НЕРУХОМУ АКСОІД СИСТЕМИ

М.Л. Шуляк

В роботі розглянуто складний рух транспортного агрегату, як системи твердих тіл закріплених на деякій відстані один від одного стаціонарним зв'язком. Запропоновано теоретичну модель визначення компонент прискорення будь-якої точки тракторного агрегату в її поступальному русі і трьох обертових рухів щодо миттєвих осей повороту. Для експериментального дослідження визначено умови розташування акселерометрів, щодо центра ваги трактора (сільськогосподарської машини).

Ключові слова: динаміка агрегату, складний рух, центр мас, прискорення.

DETERMINING THE ACCELERATION COMPONENT OF THE TRACTOR UNIT, RELATIVELY THE ROTATIONAL AXIS THAT PASSES THROUGH STATIONARY AKSOID OF THE SYSTEM

M.L. Shulyak

In this work considered a complicated movement of the transport unit, a system of rigid bodies fixed at a certain distance from each other by a stationary connection. A theoretical model for determining the acceleration component of any point of the tractor unit in its translational motion and three rotational movements relatively instantaneous axis of rotation. For an experimental research defined the conditions location of accelerometers relative to the vehicle's center of gravity (agricultural machinery).

Keywords: dynamics unit, complicated movement, center of mass, acceleration.