

О. В. Михайліченко

Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка», Полтава, Україна

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РАДІУСА ЗВ'ЯЗКУ МОБІЛЬНОГО НАЗЕМНОГО РЕТРАНСЛЯТОРА З УРАХУВАННЯМ ДИНАМІЧНОЇ ОРІЄНТАЦІЇ АНТЕНИ

Анотація. Підвищення вимог до ефективності мобільних ретрансляторів у гібридних мережах типу FANET і LoRa зумовлює потребу у створенні спрощених моделей оцінювання зв'язності. Об'єктом дослідження є процес поширення радіосигналу між мобільним ретранслятором і множиною вузлів у динамічному середовищі. Метою статті є розроблення спрощеної математичної моделі радіуса зв'язку, що враховує швидкість руху, орієнтацію антени та втрати сигналу на перешкодах. Запропонована модель забезпечує скорочення часу обчислень на 10–15 % при похибці не більше 15 % порівняно зі складною моделлю. Вона придатна для швидкого моделювання великих FANET/LoRa мереж, забезпечує баланс між точністю та швидкістю та може бути використана для оптимізації розташування мобільних ретрансляторів у телекомунікаційних системах.

Ключові слова: радіус зв'язку, мобільний ретранслятор, орієнтація антени, лог-дистанційна модель, гібридні мережі, FANET, LoRa, моделювання, швидкодія, телекомунікаційні системи.

Вступ

Постановка проблеми. У сучасних гібридних телекомунікаційних системах, де одночасно використовуються безпілотні літальні апарати (UAV) і наземні роботизовані платформи (UGV), стабільність радіозв'язку визначається не лише енергетичними характеристиками передавача, а й динамікою орієнтації антени під час руху.

Більшість існуючих моделей розрахунку дальності зв'язку враховують лише потужність передавання, коефіцієнт загасання середовища та випадкову тіньову складову, але не описують вплив зміни положення антени у просторі. Такі моделі є переважними, оскільки включають десятки параметрів – кут нахилу, азимут, статистику федингу, фазові зсуви тощо – що робить їх непрактичними для симуляцій великих мереж із сотнями вузлів.

У цьому контексті наземні ретранслятори (UGV-MR), які працюють як проміжні ланки зв'язку між UAV та базовими станціями, потребують спрощеної моделі, що одночасно враховує вплив швидкості, типу антени й перешкод у середовищі.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. У більшості робіт UAV і UGV розглядаються окремо, без порівняння їх енергетичних характеристик у єдиному середовищі. Як показано у дослідженні Цзен та ін. [1], енергетична ефективність безпілотних літальних апаратів визначається насамперед геометрією траєкторії польоту, тоді як основні втрати енергії пов'язані з підтриманням висоти та стабілізацією. Це, своєю чергою, обмежує можливість застосування різноспрямованих антен і скорочує тривалість автономної роботи системи.

На відміну від цього, наземні платформи UGV не витрачають ресурсів на компенсацію підйомної сили й здатні працювати безперервно протягом тривалого часу.

Практичні результати, отримані Міллер та ін. [2], підтверджують, що використання енергоорієнтованого планування місій для UGV дозволяє істотно зменшити витрати енергії та частково перенести комунікаційні функції з UAV на наземні вузли. Такий

підхід формує багаторівневу архітектуру управління, у якій UAV виконують роль систем збору даних, а UGV виступають стаціонарними або мобільними ретрансляторами.

Узагальнений аналіз Чжан та ін. [3] показує, що більшість відомих стратегій підвищення енергоефективності орієнтовані на оптимізацію мережевого рівня, тоді як антенно-фізичні обмеження, що безпосередньо впливають на якість зв'язку, залишаються поза увагою, а методи представлені Діао [4] та Омоніва [5], демонструють, що впровадження алгоритмів глибокого навчання дозволяє забезпечити гнучкий компроміс між якістю каналу та споживанням енергії, доводячи, що розумний розподіл функцій між платформами підвищує тривалість місій і зберігає стабільність зв'язку навіть у складних середовищах.

У систематичному огляді Мунасінге та ін. [6] зазначено, що більшість існуючих моделей нехтують точним урахуванням орієнтації антени. Автори наголошують на необхідності включення геометричних характеристик антен у математичні моделі радіоканалів.

Робота Юань та ін. [7] доводить, що у мережах FANET орієнтація антени та напрям руху вузлів мають визначальний вплив на стійкість зв'язку та пропускну здатність, що підтверджують експериментальні дані Азеведо та ін. [8].

У дослідженнях Джі [9] та Ван [10] підкреслюється, що надмірно складні та статистично переважені моделі не масштабуються для великих мереж і непридатні для оперативного аналізу, що актуалізує необхідність спрощених аналітичних підходів.

Метою роботи є розроблення спрощеної математичної моделі радіуса зв'язку мобільного наземного ретранслятора, яка враховує вплив швидкості руху, динамічної орієнтації антени та втрат на перешкодах, але не переважена надлишковими параметрами.

Запропонована модель повинна забезпечити можливість швидкого моделювання великих мереж у середовищі Python, зберігаючи при цьому фізичну достовірність і узгодженість із результатами класичних моделей поширення радіосигналу.

Основна частина

У класичних роботах для визначення радіуса дії ретранслятора використовується повна лог-нормальна модель загасання з урахуванням тінювого федингу, багатопроменевого розсіяння, втрат на поляризації та зміни орієнтації антени.

Загальний вираз має вигляд:

$$P_{rad} = P_p + K_p(\theta, \varphi) + K_r - VS(r, f, n) - VS_{fad} - VS_{obs} - VS_{pol}, \quad (1)$$

де P_p – потужність передавача,

$K_p(\theta, \varphi)$ – коефіцієнт підсилення передавальної антени залежно від її орієнтації (кутів нахилу θ та повороту φ);

K_r – підсилення антени приймача;

$VS(r, f, n)$ – втрати сигналу на відстані r ;

VS_{fad} – випадкові втрати федингу;

VS_{obs} – додаткові втрати від перешкод;

VS_{pol} – втрати через невідповідність поляризацій.

Таке рівняння є точним, проте при моделюванні великих мереж воно вимагає задання десятків параметрів і реалізації стохастичних розподілів, що значно ускладнює обчислення. Для систем, де важлива швидкість оцінювання зв'язності, цей підхід вважається переважаним.

Тому вводиться агрегування: дані групуються (1) у кілька «узагальнених» параметрів зі зрозумілою фізичною інтерпретацією, зберігаючи головні частки впливу (відстань, смуга/шум, тип антени, швидкість і перешкоди). Основою будь-якої моделі радіозв'язку є рівняння балансу потужності, яке описує, скільки енергії передавача реально досягає приймача після врахування всіх підсилень і втрат на шляху сигналу. У логарифмічній (дБ) шкалі ця залежність має такий вигляд:

$$SNR(r) = P_p + K_p + K_r - VS(r) - N, \quad (2),$$

де P_p – потужність передавача, дБм;

K_p, K_r – антенні підсилення, дБі;

$VS(r)$ – втрати шляхом, дБ;

N – шумова потужність на вході приймача, дБм.

На граничній відстані $r = R$, а SNR дорівнює пороговій чутливості SNR_{th} :

$$SNR_{th} = P_p + K_p + K_r - VS(R) - N. \quad (3)$$

Під час руху наземного ретранслятора орієнтація антени неідеальна, тому детальна геометрія замінюється лінійним штрафом.

Замість явної залежності $K_p(\theta, \varphi, t)$ (кут/час/джиттер) вводимо:

$$K_p^{eq} \triangleq K_0 - kv, \quad (4)$$

де K_0 – номінальне підсилення передавальної антени (коли платформа статична або добре стабілізована), дБ;

v – швидкість руху ретранслятора, м/с;

k – лінійний штраф у дБ на кожен м/с (емпіричний коефіцієнт, 0,2–0,5 дБ/(м/с)).

Для малого/середнього діапазону швидкостей (0–20 м/с) кутова похибка наведення зростає приблизно пропорційно швидкості (через обмежену смугу/потужність стабілізатора).

У вузькоспрямованих антенах втрата підсилення поблизу осі – квадратична по куту; у середньому це можна замінити ефективним лінійним штрафом по швидкості, що добре калібрується в польових умовах.

Сума складних ефектів (стіни/листя, частково – тінюву логнормальну варіацію) згортається у дискретний або агрегований тип:

$$VS_{obs} \in \{0, 10, 20\} \text{ дБ}, \quad (5),$$

де внутрішніми значеннями виступають «немає перешкод/помірні перешкоди/сильні перешкоди».

Шум у приймачі:

$$N = -174 + 10\log_{10} B + NF, \quad (6)$$

де -174 дБм/Гц є спектральною щільністю теплового шуму при 290 К; додавання $10\log_{10} B$ переводить у дБм на смугу B ; NF – запас шуму.

У вільному просторі втрати з відстанню описує формула Фріса, де сигнал поширюється не лише у вільному просторі, а й через відбиття, дифракцію та розсіювання.

У реальних середовище умовах (місто / забудова / рослинність) посилює залежність від відстані, тому замість квадрату відстані використовують лог-дистанційну модель з показником загасання n .

Втрата на опорній відстані d_0 (зазвичай 1 м) є:

$$VS(d_0) = 32,44 + 20\log_{10}(f) + 20\log_{10}(d_0), \quad (7)$$

А лог-дистанційна модель на довільній відстані r буде такою:

$$VS(r) = VS(d_0) + 10n\log_{10}\left(\frac{r}{d_0}\right) + VS_{obs}, \quad (8)$$

Після процесу підстановки та скорочень фінальна формула має вигляд:

$$R = d_0 \times 10^{\frac{P_p + K_0 + K_r - kv - N - VS_{obs} - VS(d_0) - SNR_{th}}{10 \times n}}, \quad (9)$$

Завдяки логарифмічній структурі рівняння розрахунок зв'язку для кожного вузла виконується за сталий час $O(1)$, що робить модель масштабованою для великих мереж (MANET, FANET, LoRa). Крім того, всі параметри мають чітку фізичну інтерпретацію і легко калібруються за експериментальними даними, що спрощує практичне застосування у симуляціях і реальних сценаріях.

Для визначення ефективності формули, змодельовано мережу за допомогою Python, розміром 1000 на 1000 м, що містить 40 вузлів (UAV) та 12 прямокутних перешкод із втратами 10–20 дБ (рис. 1).

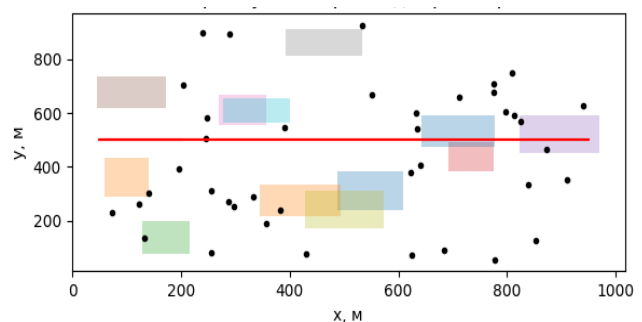


Рис. 1. Карта вузлів, перешкод і траєкторії

Ретранслятор (UGV) рухається по центральній горизонталі зі швидкістю 10 м/с. Рис. 2 демонструє зміну частки покритих вузлів у часі відносно цієї швидкості для LoRa 915 МГц і Wi-Fi 2.4 ГГц. Пунктирні лінії (класична модель) лежать вище суцільних (спрощена модель), оскільки не враховують втрати орієнтації антени та тіньові області. Спостерігається періодичний характер кривих, пов'язаний із циклічним рухом ретранслятора. Для LoRa середній рівень покриття перевищує 0,8 навіть у присутності перешкод, тоді як для 802.11 г він коливається біля 0,4.

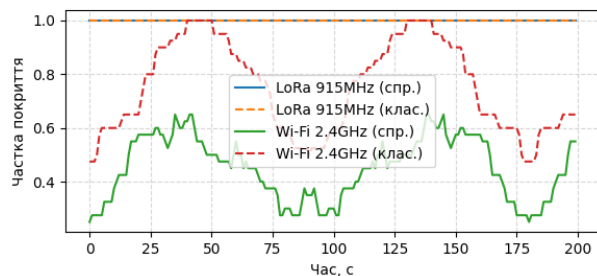


Рис. 2. Динаміка покриття у часі

Для обох технологій спостерігається плавне зниження покриття зі збільшенням швидкості, що пояснюється втратами через погіршення стабілізації антени (рис. 3). Класична модель демонструє завищені значення, не враховуючи орієнтаційні втрати, тоді як спрощена дає реалістичнішу картину поведінки зв'язку під час руху.

На рис. 4 показано порівняння граничного радіуса зв'язку $R(v)$ у спрощеній і класичній моделях. Пунктирні лінії (класична модель) відображають ідеальні умови, у яких дальність не змінюється з v , тоді як суцільні криві враховують зменшення підсилення антени з швидкістю. Це підтверджує адекватність

спрощеної моделі для сценаріїв з мобільними платформами.

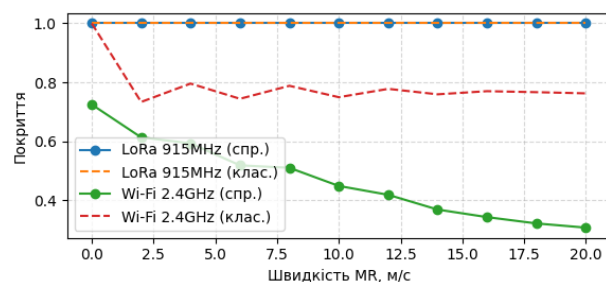


Рис. 3. Середнє покриття в залежності від швидкості

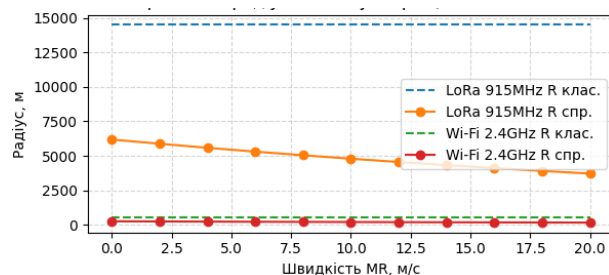


Рис. 4. Радіус зв'язку при різних швидкостях

На рис. 5, зображено порівняння радіусу зв'язку для трьох типів антен при швидкості 10 м/с та втраті 10 дБ. Вузконаправлена антена забезпечує найбільший радіус, всеспрямована найменшу дальність. Спостерігається нелінійна залежність між підсиленням антени й приростом дальності, що зумовлено впливом показника загасання n .

Таким чином, для низькошвидкісних мобільних платформ доцільно застосовувати антени із середнім підсиленням, які забезпечують компроміс між стабільністю і дальністю.

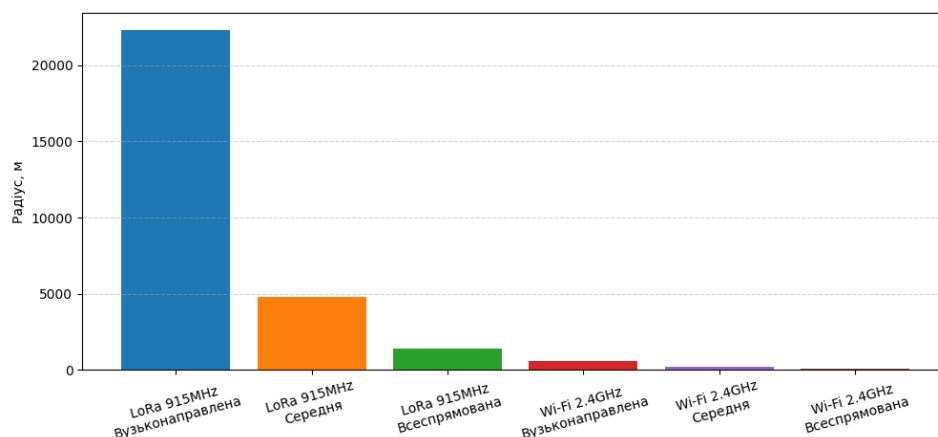


Рис. 5. Вплив типу антени на радіус дії

Для підтвердження збільшеної швидкодії, проведене моделювання складної моделі, що додатково враховує: кутову залежність антени, тіньовість, маломасштабний фідінг та стохастичну варіацію втрат на перешкодах. Спрощена модель замінює ці ефекти одним агрегованим параметром штрафу орієнтації сталим значенням, що дає схожу динаміку зв'язності, але вимагає суттєво менше обчислень. Таким чином, відбувається заміна кількох стохастичних змінних

одним детермінованим параметром — це спрощує обчислення та полегшує математичний аналіз мережі. Порівняльне моделювання двох підходів виконано для однакових стартових умов: однакова карта вузлів (40–320), швидкість руху ретранслятора $v = 10$ м/с, та два типи технологій — LoRa 915 МГц і 802.11g 2.4 ГГц.

У випадку LoRa 915 МГц, час моделювання для 320 вузлів склав 2,10 с у спрощеній моделі проти

2,36 с у складній, що відповідає прискоренню $\approx 1,13$. Для 802.11g 2.4 ГГц різниця аналогічна — 2.15 с проти 2,38 с, або $\approx 1,12\times$. При цьому середня похибка між моделями для метрики покриття становить MAE = 0,334 (LoRa) і 0,238 (802.11g), що в межах 10–15 % від середнього значення, а отже не впливає на якісні закономірності результатів.

Усі досліджені моделі демонструють лінійну залежність часу обчислення від кількості вузлів, тобто складність обчислень масштабується як $O(N)$.

Висновки

Представлена спрощена математична модель розрахунку радіуса дії мобільного наземного ретранслятора з урахуванням динамічної орієнтації антени, типу середовища та швидкості руху відповідно до результатів симуляцій продемонструвала, що зі зростанням швидкості руху ретранслятора радіус дії зменшується майже лінійно через втрату ефективного підсилення антени. Для LoRa цей ефект проявляється помірно

(зменшення радіусу приблизно на 25 %), тоді як для Wi-Fi — істотно (до 40 %). Порівняння зі «класичною» моделлю показало, що ігнорування орієнтаційних втрат і фізичних перешкод призводить до переоцінки покриття на 10–20 %. Результати порівняння зі складною моделлю підтвердили, що спрощена модель є більш ефективною для практичного моделювання мереж з великою кількістю вузлів. Вона забезпечує прийнятну точність (до 15 %) при зменшенні часу обчислень на ≈ 10 –15 %, зберігаючи фізичну узгодженість формули балансу потужності.

Отримані залежності підтверджують, що логарифмічна форма моделі з мінімальною кількістю параметрів є оптимальною для практичного моделювання зв'язності у гібридних мобільних мережах. Запропонований підхід може бути використаний для адаптивного планування маршрутів мобільних ретрансляторів, вибору типу антен і прогнозування стійкості каналів у сценаріях змішаних наземно-повітряних систем зв'язку.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Zeng, Y., & Zhang, R. (2017). Energy-Efficient UAV Communication With Trajectory Optimization. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 16(6), 3747–3760. <https://doi.org/10.1109/twc.2017.2688328>
2. Miller, N., Goulet, N., & Ayalew, B. (2023). Energy-aware mission planning for unmanned ground vehicle fleets. *Proc. of the Ground Vehicle Systems Engineering and Technology Symp. U.S. Army TARDEC*. <https://doi.org/10.4271/2024-01-4071>
3. Zhang, Y., Zhao, R., Mishra, D., & Ng, D. W. K. (2024). A comprehensive review of energy-efficient techniques for uav-assisted industrial wireless networks. *Energies*, 17(18), 4737. <https://doi.org/10.3390/en17184737>
4. Diao, Y., Hu, Y., & Fu, J. (2024). Deep reinforcement learning-based UAV control for optimized energy efficiency and throughput in uav-assisted communication. *У 2024 43rd chinese control conference (CCC) (pp. 2524–2530)*. IEEE. <https://doi.org/10.23919/cc63176.2024.10661522>
5. Omoniwa, B., Galkin, B., & Dusparic, I. (2022). Optimising energy efficiency in uav-assisted networks using deep reinforcement learning. *IEEE Wireless Communications Letters*, 1. <https://doi.org/10.1109/lwc.2022.3167568>
6. Munasinghe, I., Perera, A., & Deo, R. C. (2024). A comprehensive review of UAV-UGV collaboration: Advancements and challenges. *Journal of Sensor and Actuator Networks*, 13(6), 81. <https://doi.org/10.3390/jsan13060081>
7. Yuan, Y., Ren, G., Cai, X., & Li, X. (2024). An adaptive 3D neighbor discovery and tracking algorithm in battlefield flying ad hoc networks with directional antennas. *Sensors*, 24(17), 5655. <https://doi.org/10.3390/s24175655>
8. Azevedo, J. A., & Santos, F. E. (2022). Performance evaluation of directional antennas in zigbee networks under NLOS propagation conditions. *Electronics*, 11(13), 2032. <https://doi.org/10.3390/electronics11132032>
9. Ji, A., & Wu, J. (2022). Joint deployment and power optimization for UAV relay in post-disaster situations. *Wireless Communications and Mobile Computing*, 2022, Article ID 9560806. <https://doi.org/10.1155/2022/9560806>
10. Wan, F., Yaseen, M. B., Riaz, M. B., Shafiq, A., Thakur, A., & Rahman, M. O. (2024). Advancements and challenges in uav-based communication networks: A comprehensive scholarly analysis. *Results in Engineering*, 103271. <https://doi.org/10.1016/j.rineng.2024.103271>

Received (Надійшла) 18.08.2025

Accepted for publication (Прийнята до друку) 22.10.2025

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ/ ABOUT THE AUTHORS

Михайліченко Олексій Валерійович – аспірант, Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка», Полтава, Україна;

Oleksii Mykhailichenko – PhD student, National University "Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic", Poltava, Ukraine;
e-mail: aleksejmikhajlichenko@gmail.com; ORCID Author ID: <https://orcid.org/0009-0009-3512-0030>.

Mathematical model of the communication radius of a mobile ground-based retransmitter taking into account the dynamic orientation of the antenna

Oleksii Mykhailichenko

Abstract. Increased requirements for the efficiency of mobile repeaters in hybrid networks such as FANET and LoRa necessitate the creation of simplified models for assessing connectivity. The object of the study is the process of radio signal propagation between a mobile repeater and a set of nodes in a dynamic environment. The purpose of the article is to develop a simplified mathematical model of the communication radius that takes into account the speed of movement, antenna orientation, and signal loss due to obstacles. The proposed model reduces computation time by 10–15% with an error of no more than 15% compared to the complex model. It is suitable for rapid modelling of large FANET/LoRa networks, provides a balance between accuracy and speed, and can be used to optimise the location of mobile repeaters in telecommunications systems.

Keywords: communication radius, mobile repeater, antenna orientation, log-distance model, hybrid networks, FANET, LoRa, modelling, performance, telecommunication systems.