

О. С. Євтушенко, О. Ю. Заковоротний

Національний технічний університет "Харківський політехнічний інститут", Харків, Україна

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ КОЛИВАНЬ РУХОМОГО СКЛАДУ НА КРИВОЛІНІЙНІЙ ДІЛЯНКІ ШЛЯХУ ДЛЯ БОРТОВОЇ СИСТЕМИ ПІДТРИМКИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

Анотація. З точки зору дії, яку коливання чинять на рух поїзда, найбільш впливовим є процес проходження рухомих складом криволінійної ділянки шляху. У статті розглядаються проблеми, пов'язані з динамічними процесами під час руху залізничного транспорту по криволінійним ділянкам шляху. Зокрема, аналізуються коливання виляння та бокового виносу, які мають значний вплив на безпеку руху, комфорт пасажирів та ступінь зношування механічних компонентів. В якості шляху пом'якшення проблеми коливань розглядається доповнення системи підтримки прийняття рішень новим програмним компонентом. У результаті аналізу сучасних наукових досліджень розроблено математичну модель руху дизель-поїзда, що враховує особливості проходження кривих ділянок шляху. Модель дозволяє провести аналіз динамічних характеристик та може бути застосована у якості програмного компоненту у системах підтримки прийняття рішень для бортових систем керування залізничного транспорту України. Визначено, що проходження криволінійної ділянки шляху на високій швидкості значно впливає на безпеку подальшого руху. У зв'язку з цим виявлення критичної швидкості є актуальним завданням та становить напрямок подальших досліджень.

Ключові слова: математична модель, система підтримки прийняття рішень, бортові системи керування, рухомий склад, коливальний процес, криволінійний рух, виляння, боковий винос.

Вступ

Постановка проблеми. Питання подальшого розвитку сучасної галузі вітчизняної залізничної щільно пов'язане з вирішенням наявних проблем, які пов'язані насамперед з експлуатацією залізничного транспорту: підвищення швидкості та безпеки руху, комфорту пасажирів, запобігання зношування залізничного шляху та компонентів рухомого складу. Однією з перешкод, що виникають на шляху вирішення означених проблем є загальний незадовільний стан залізничного полотна та більшості рухомих складів, що призводить до виникнення надмірних коливань та вібрацій залізничного транспорту під час руху [1]. Ці динамічні процеси, в свою чергу, призводять до подальшого погіршення стану рейок та рухомих компонентів поїзда, значного обмеження швидкості рухомого складу [2] та створюють загрозу виникнення непередбачуваних аварійних ситуацій.

З точки зору дії, яку коливання чинять на рух поїзда, найбільш впливовим є процес проходження рухомих складом криволінійної ділянки шляху [4]. Під час руху в кривих контакт колеса і рейки відбувається з ковзанням, що вже спричиняє зношування. Коливання виляння і бокового виносу, які є основними під час криволінійного руху, призводять до підвищених динамічних навантажень у контакті «колесо-рейка», збільшують ковзання і силу тертя, особливо на гребені колеса і бічній поверхні рейки, що значно прискорює знос як колісних пар, так і рейкової колії, що веде до збільшення витрат на обслуговування і ремонт інфраструктури [3]. Зокрема, динамічна нестійкість, яка проявляється у вигляді виляння, є одним з основних чинників, що обмежують максимальну швидкість руху поїздів [2]. Коливання також безпосередньо впливають на комфорт пасажирів. Зниження рівня вібрацій є важливим завданням під час експлуатації пасажирських поїздів [1]. Можливим шляхом пом'якшення негативного впливу коливань під час

криволінійного руху поїзда є розробка програмного компонента для бортової системи підтримки прийняття рішень, який дозволить оптимізувати рух на кривих ділянках шляху.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Криволінійний рух поїзда активно досліджується сучасними науковцями. Відзначається необхідність приділяти особливу увагу кривим, де динаміка рухомого складу змінюється найінтенсивніше, що вимагає точного моделювання взаємодії відцентрових сил, систем підвішування і контакту колеса з рейкою [3]. Досліджується вплив вібрацій та коливань, що виникають під час руху на криволінійній ділянці шляху, на подальший рух [4]. Розглядається вплив зміни швидкості при русі в кривій на виникаючі в процесі коливання [5, 6]. Проводяться дослідження перспектив підвищення загальної швидкості руху поїзда при поточному стані залізничного шляху [2, 6]. Підкреслюється необхідність моделювання процесу руху для його оптимізації та зменшення впливу коливань на механічні компоненти рухомого складу [7, 8].

Взаємодія геометрії кривої, профілів коліс і рейок, характеристик підвішування і динамічних коливань створює складну нелінійну систему. Поведінка поїзда в кривій стає менш передбачуваною за наявності значних коливань. Неконтрольовані коливання, особливо на високих швидкостях або в кривих малого радіуса, можуть значно збільшити ризик сходження рухомого складу з рейок. Розуміння і передбачення цих явищ необхідні для розроблення заходів щодо запобігання аваріям. Таким чином, дослідження криволінійного руху поїзда є важливим завданням у галузі залізничної техніки та експлуатації колії.

Комплексна математична модель дизель-поїзда має враховувати не тільки ті коливання, що виникають на прямолінійних ділянках шляху, але й ті, що пов'язані з рухом у кривій.

Метою статті є розробка математичної її моделі руху дизель-поїзда, яка дозволить провести аналіз

руху поїзда на криволінійній ділянці шляху та будуть враховувати динамічні процеси, що виникають під час руху, такі як коливання вильня та бокового вину, для проведення подальших досліджень та використання у системах підтримки прийняття рішень бортових систем керування на залізничному транспорті України.

Основна частина

Динамічні процеси, що відбуваються під час проходження екіпажем кривої ділянки колії, становлять особливий інтерес, оскільки поряд із раніше розглянутими процесами додаються нові. Це впливає, перш за все, з конструкції колії в кривих ділянках. У кривих ділянках влаштовують піднесення зовнішньої рейки для компенсації відцентрових сил поперечної складової від ваги. Крім того, за нормами утримання в крутих кривих створюють розширення колії для проходження колісних пар без заклинювання.

Традиційно для аналізу якості екіпажу розглядають стійкість на прямих ділянках і максимальні бічні сили в круговій кривій, отримані з умови сталого руху (вписування в криві). Для розгляду більш

загального випадку динамічної поведінки екіпажу необхідно враховувати зміну траєкторії колії та умови взаємодії коліс і рейок у довільній кривій.

Проведемо аналіз факторів, що впливають на проходження кривої ділянки колії. Кругова крива має ділянки сполучення з прямими на вході та виході за допомогою ділянок перехідних кривих. Зазвичай приймають лінійну залежність зміни кривизни і піднесення зовнішньої рейки в перехідній кривій.

Під час проходження кривої виникають значні поперечні та кутові переміщення візків щодо кузова. Сили і моменти, що повертають, а також сили тертя у зв'язках впливають на перерозподіл сил у системі підвішування.

У кривих ділянках колії внаслідок значних переміщень колісних пар у колії збільшуються швидкості ковзання коліс, що змінює умови взаємодії коліс із рейками (рис. 1). Дотичні сили взаємодії колеса і рейки в цьому випадку описуються на основі теорії нелінійного крипа.

Для крутих кривих характерний рух із набіганням коліс на рейки і виникненням напрямних сил на гребені.

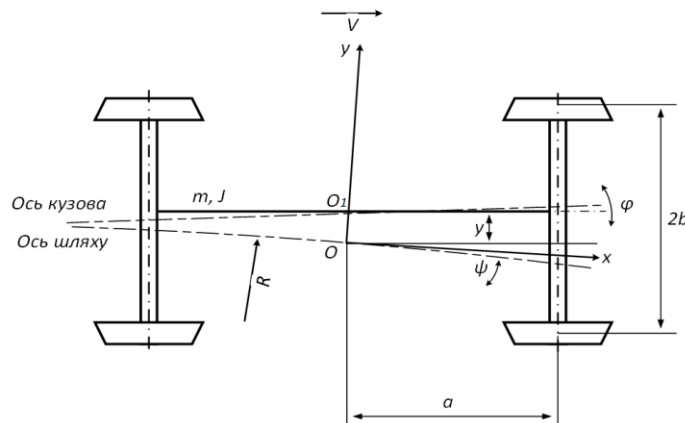


Рис. 1. Схема руху поїзда на кривій ділянці шляху

Під час руху екіпажу в довільній кривій, що має миттєве значення кривизни $\rho(s)$, виникає поздовжнє і поперечне ковзання. Поперечне ковзання колеса відносно рейки визначається переносною швидкістю V і різницею відносних швидкостей колеса і рейки. Для малих коливань, виражаючи через узагальнені координати, отримаємо швидкість поперечного ковзання коліс j -ї колісної пари.

$$u_y = \psi - \frac{1}{V} \left(\dot{\gamma} + (-1)^{j+1} * a(\dot{\psi} + 0.5\dot{\psi}) \right) + (-1)^{j+1} * a * \rho(s),$$

де ψ – кут повороту візка відносно вертикальної осі, рад; V – швидкість руху, м/с; a – напівбаза візка, м.

Як видно з наведеної формули, для прийнятих припущень швидкості ковзання зовнішнього і внутрішнього колеса однієї колісної пари рівні між собою. Для першої та другої колісної пари знак одного зі доданків змінюється на протилежний, що враховується множителем $(-1)^{j+1}$. Поздовжнє ковзання визначається невідповідністю шляхів, що проходять колесами, які мають жорстку посадку на осі.

$$u_x = r_0^{-1} \cdot (\gamma + (-1)^{j+1} * \psi * a) * \gamma + b_s((1/V) * \dot{\psi} - \rho(s)),$$

де r_0 – номінальний радіус бандажа по колу катання, м; γ – поперечне переміщення центру мас візка, м; ψ – показник конусності колісної пари, b_s – половина відстані між колами катання, м; $\rho(s)$ – кривизна шляху. Як видно з наведених виразів, швидкість ковзання колеса рейкою залежить від узагальнених координат, від зміни радіуса кола кочення і від кута нахилу твірної профілю колеса. Дотична сила тертя в точці контакту колеса і рейки визначається в рамках нелінійної теорії крипу

$$F = K / \sqrt{1 + K_s^2 \cdot (u_x^2 + u_y^2)},$$

де K – коефіцієнт крипу, K_s – відносний коефіцієнт крипу. Проекції сили тертя запишемо у вигляді:

$$X = u_x \cdot F, \quad Y = u_y \cdot F.$$

Умови підключення гребеня до напрямку екіпажу запишемо у вигляді нелінійної функції поперечного переміщення колісної пари в колії.

$$Y_n = Cr * (y + \frac{1}{2} \cdot (|y - \sigma(s)| - |y + \sigma(s)|)),$$

де Cr – жорсткість рейки, кН/м; $\sigma(s)$ – зазор колії.

Складемо рівняння коливань візка в кривій довільного радіуса:

$$\begin{cases} m\ddot{y} = 2 \cdot (Y_1 + Y_2) - Y_{n1} - Y_{n2} + (m + m_K) \cdot A_n; \\ I_z \ddot{\psi} = C\varphi \cdot (a_k \cdot \rho(s) - \psi) - B \cdot \dot{\psi} + 2bs \times \\ \times (-X_1 - X_2) + 2a(Y_1 - Y_2) + a(Y_{n2} - Y_{n1}). \end{cases}$$

Реалізація цієї математичної моделі дозволить провести низку експериментів та дослідити вплив швидкості руху поїзда під час проходження кривої на коливання. На рис. 2 та 3 наведено графіки зміни кута виляння та бокового виносу візка вагона рухомого складу в процесі проходження ним кривої з радіусом $R = 600$ м на швидкості $V \approx 80$ км/год при різних значеннях конусності колісної пари, де $\gamma = 0,05$ – стандартна конусність, $\gamma = 0,02$ – збільшена конусність, $\gamma = 0,08$ – зменшена конусність

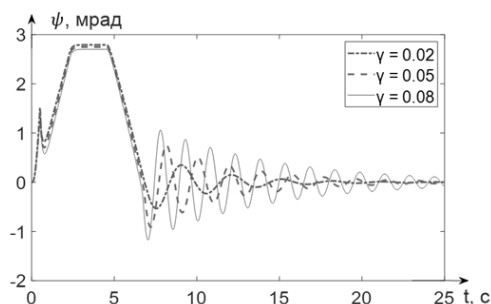


Рис. 2. Графік кута виляння візка вагона рухомого складу при різних показниках конусності

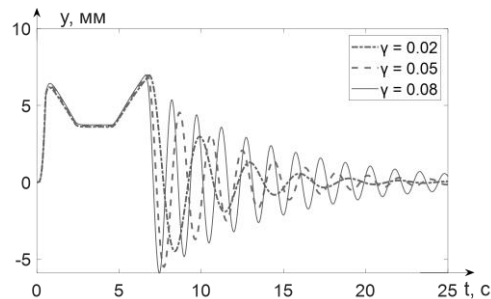


Рис. 3. Графік бокового виносу візка вагона рухомого складу при різних показниках конусності

На зображених графіках помітно, що зміна значення конусності колісної пари на проходження криволінійної ділянки колії впливає незначною мірою, однак водночас амплітуда та частота коливань, що виникають після проходження криволінійної ділянки колії, помітно збільшуються в разі зменшення конусності. На рис. 4, 5 наведено графіки зміни кута виляння та бокового винесення візка вагона рухомого складу в процесі проходження ним криволінійної ділянки колії на трьох різних швидкостях руху. Зображені криві відображають показники кута виляння і бічного виносу візка при швидкостях 30, 60, 90 км/год відповідно. На графіку зміни кута виляння візка вагона поїзда (рис. 4) видно, що збільшення значення швидкості руху поїзда спрощує проходження криволінійної ділянки колії – амплітуда коливань на цій ділянці зменшується.

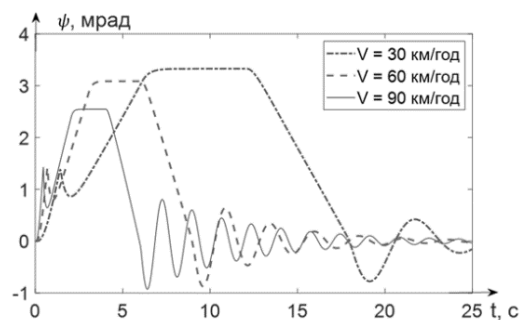


Рис. 4. Графік кута виляння візка вагона рухомого складу при різних показниках швидкості

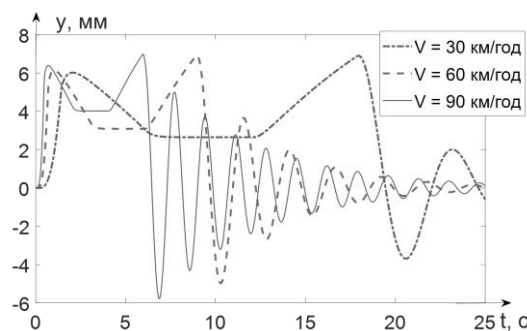


Рис. 5. Графік бокового виносу візка вагона рухомого складу при різних показниках швидкості

Однак при цьому амплітуда коливань, що виникають після проходження криволінійної ділянки колії, збільшуються при збільшенні швидкості. Водночас на графіку зміни бічного відносу візка вагона поїзда (рис. 5) видно, що збільшення значення швидкості руху поїзда практично не впливає на складність проходження криволінійної ділянки колії, проте водночас амплітуда та частота коливань, що виникають після проходження криволінійної ділянки колії, так само збільшуються зі збільшенням швидкості.

На рис. 6 наведено графіки зміни кута виляння та бокового виносу візка вагона рухомого складу в процесі проходження ним криволінійної ділянки шляху на швидкості 120 км/год.

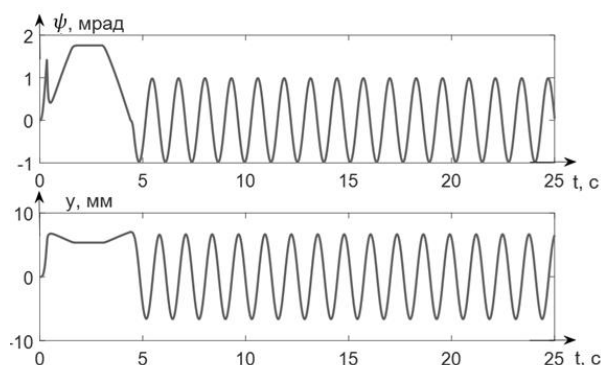


Рис. 6. Графік кута виляння та бокового виносу візка вагона рухомого складу при критичних показниках швидкості

На рис. 6 можна помітити, що під час проходження криволінійної ділянки колії на швидкості 120 км/год, амплітуда коливань, що виникають після

проходження криволінійної ділянки колії, стає постійною. Така швидкість називається критичною і є вагомим чинником у питанні оптимального керування поїздом. Таким чином, проходження криволінійної ділянки шляху на високій швидкості значно впливає на безпеку подальшого руху. У зв'язку з цим виявлення критичної швидкості є актуальним завданням та становить напрямок подальших досліджень.

Висновки

В роботі розглянуто причини та наслідки виникнення надмірних коливань та вібрацій, особливості

та шкідливий вплив коливань, які виникають під час руху по криволінійній ділянці шляху. Наголошено на необхідності створення додаткового модулю для комплексної моделі поїзда, який дав би можливість проводити розрахунки пов'язані з рухом поїзда в повороті. Розроблена математична модель руху поїзда, яка дозволяє обчислення процесів впливання та бокового виносу під час криволінійного руху поїзда. Розроблена моделі можуть бути використані для проведення подальших досліджень та в якості програмних компонентів бортових комп'ютерних систем залізничного транспорту.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Грушевська Т. М. Стан рухомого складу як фактор і обмеження розвитку систем залізничних перевезень / Т. М. Грушевська // Збірник наукових праць Державного економіко-технологічного університету транспорту. Сер. : Транспортні системи і технології. - 2012. - Вип. 20. - С. 20-28. - Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Znpdetut_tsit_2012_20_5
2. M. B. Kurhan, D. M. Kurhan. Theoretical basis for the introduction of high-speed trains in Ukraine, Dnipro, 2016, 283 p
3. Garg, Vijay Kumar, and Rao V Dukkipati. Dynamics of Railway Vehicle Systems. New York: Academic Press, 1984
4. Zboinski, K.; Golofit-Stawinska, M. Dynamics of a Rail Vehicle in Transition Curve above Critical Velocity with Focus on Hunting Motion Considering the Review of History of the Stability Studies. Energies 2024, 17, 967. <https://doi.org/10.3390/en17040967>
5. Курган Н. Б. Критерії визначення допустимої швидкості руху в кривих // Наука та прогрес транспорту. Вісник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту. 2003. №2. С. 127-132.
6. Ковтун, Павло & Дубровська, Тетяна. (2018). ANALYSIS OF THE INFLUENCE OF AN ABSOLUTE ACCELERATION ON THE SPEED OF MOVEMENT OF PASSENGER TRAINS. Collection of scientific works of the Ukrainian State University of Railway Transport. doi: 10.18664/1994-7852.181.2018.156307.
7. Jesús Otero Yugat, Jordi Martínez Miralles, María De los Santos. Analytical model of wheel-rail contact force due to the passage of a railway vehicle on a curved track. Universidad Politécnica de Cataluña. Departamento de Ingeniería Mecánica. Avenida Diagonal, 647. C.P. 08028. Barcelona, España.
8. Steišūnas, Stasys & Bureika, Gintautas & Gorbunov, Mykola. (2019). EFFECTS OF RAIL-WHEEL PARAMETERS ON VERTICAL VIBRATIONS OF VEHICLES USING A VEHICLE-TRACK-COUPLED MODEL. Transport Problems. 14. 27-40. DOI: 10.20858/tp.2019.14.3.3.

Received (Надійшла) 28.05.2025

Accepted for publication (Прийнята до друку) 20.08.2025

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ / ABOUT THE AUTHORS

Євтушенко Олександр Сергійович – аспірант кафедри "Комп'ютерна інженерія та програмування", Національний технічний університет "Харківський політехнічний інститут", Харків, Україна;

Oleksandr Yevtushenko – PhD student, Department of Computer Engineering and Programming, National Technical University 'Kharkiv Polytechnic Institute', Kharkiv, Ukraine;

e-mail: Oleksandr.Yevtushenko@cs.khpi.edu.ua; ORCID Author ID: <https://orcid.org/0000-0003-3905-4375>.

Заковоротний Олександр Юрійович – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри "Комп'ютерна інженерія та програмування", Національний технічний університет "Харківський політехнічний інститут", Харків, Україна;

Oleksandr Zakovorotnyi - Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Computer Engineering and Programming, National Technical University 'Kharkiv Polytechnic Institute', Kharkiv, Ukraine;

e-mail: Oleksandr.Zakovorotnyi@khpi.edu.ua; ORCID Author ID: <https://orcid.org/0000-0003-4415-838X>;

Scopus Author ID: <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57201613700>.

Mathematical model of rolling stock oscillations on a curved track section for an on-board decision support system

Oleksandr Yevtushenko, Oleksandr Zakovorotnyi

Abstract. From the point of view of the effect that oscillations have on the train movement, the most influential is the process of passing a curved section of the track by the rolling stock. The article deals with the problems associated with dynamic processes during the movement of railway transport along curved sections of track. In particular, the paper analyses the wagging and lateral overrun oscillations, which have a significant impact on traffic safety, passenger comfort and the degree of wear of mechanical components. As a way to mitigate the problem of oscillations, the paper considers supplementing the decision support system with a new software component. As a result of the analysis of modern scientific research, a mathematical model of diesel train movement has been developed that takes into account the peculiarities of passing curved sections of the track. The model allows for the analysis of dynamic characteristics and can be used as a software component in decision support systems for on-board control systems of railway transport in Ukraine. It has been determined that the passage of a curved section of track at high speed significantly affects the safety of further traffic. In this regard, the identification of the critical speed is an urgent task and is the direction of further research.

Keywords: mathematical model, decision support system, on-board control systems, rolling stock, oscillatory process, curvilinear motion, wagging, side-swipe.