

О. С. Кравченко, О. А. Галуза, А. О. Савченко, С. В. Погорелов, А. І. Роговий

Національний технічний університет “Харківський політехнічний інститут”, Харків, Україна

МОДЕЛЮВАННЯ ТОПОГРАФІЇ МІКРОПОДРЯПИН НА ДЗЕРКАЛЬНИХ ПОВЕРХНЯХ

Анотація. Предметом дослідження є моделювання топографії дефекту типу мікроподряпина на плоскій дзеркальній поверхні із застосуванням сучасних алгоритмічних підходів, які забезпечують відтворення гладких профілів дефектів із високою відповідністю реальним даним. **Мета роботи** — розробити алгоритм синтезу топографічних карт для моделювання мікроподряпин із гладкими та реалістичними профілями, що враховує природні флуктуації глибини й області впливу дефекту. **Вирішуються завдання:** 1) розробка математичної моделі, що враховує ключові характеристики мікроподряпин; 2) забезпечення плавного переходу між дискретними точками профілю мікроподряпини; 3) моделювання флуктуації глибини та області впливу дефекту. **Використовуються методи:** алгоритмічне моделювання цифрових карт висот, яке базується на синтезі поперечного перерізу подряпини з заданими параметрами; кубічна сплайнова інтерполяція для забезпечення гладкості профілів і точного відтворення контурів; синусоїдальна модуляція глибини з урахуванням амплітуди і частоти коливань та нелінійні функції затухання (експоненціальне й косинусне) для детального опису розподілу впливу дефекту в просторі. Також застосовано пакетний режим генерації синтетичних даних, що дозволяє варіювати ключові параметри моделі (максимальне заглиблення, ширину області впливу, коефіцієнт амплітуди модуляції, частоту коливань та параметри затухання), що забезпечує отримання широкого спектру варіантів топографії мікроподряпин. **Результати:** синтетичні карти висот показали високу відповідність експериментальним даним, підтверджуючи ефективність моделі в реальних умовах і її переваги для систем автоматичного контролю оптичних поверхонь. **Висновки:** розроблена модель має значний потенціал для інтеграції в системи аналізу дефектів, сприяє підвищенню надійності оптичних пристроїв та є перспективною для подальших досліджень, зокрема, для інтеграції з методами глибокого навчання та подальшої експериментальної валідації.

Ключові слова: моделювання, топографія, мікроподряпини, алгоритм, інтерполяція.

Вступ

У сучасних умовах розвитку прецизійної оптики, де застосовуються дзеркальні поверхні найвищої якості, навіть мікроскопічні дефекти, зокрема мікроподряпини, можуть суттєво впливати на робочі характеристики оптичних систем. Такі пошкодження розмірами в нанометровому чи субмікронному діапазоні викликають розсіювання світла, інтерференційні ефекти, оптичні аберації, погіршення формування зображень, локальний нерівномірний розподіл теплових потоків, що може спричинити перегрів, а також скорочення терміну служби приладів [1, 2]. Це робить детальне вивчення топографії мікроподряпин важливим завданням як із науково-теоретичної, так і з практичної точки зору, особливо для підвищення надійності та довговічності оптичних систем, що використовуються в астрономії, лазерних системах, медичній діагностиці та інших галузях.

Метою цього дослідження є розроблення математичної моделі топографії мікроподряпини, яка дає змогу з високою точністю відтворювати реалістичні розподіли заглиблень і забезпечувати плавні переходи вздовж усієї довжини дефекту. Така модель має враховувати не лише локальні особливості формування мікроподряпини, а й передбачати варіювання параметрів дефекту для відображення різноманітних типів пошкоджень, що виникають на етапі виробництва (наприклад, під час полірування) чи внаслідок експлуатації оптичних приладів [3].

Для досягнення поставленої мети у цій роботі розв'язуються такі завдання:

- Визначити ключові параметри, що впливають на формування топографії мікроподряпини, зокрема максимальну глибину дефекту, ширину зони

впливу та розподіл заглиблень уздовж траєкторії пошкодження.

- Розробити математичний алгоритм, який дозволяє моделювати профіль мікроподряпини з урахуванням реалістичних розподілів заглиблень і плавних переходів між різними ділянками дефекту.

- Обґрунтувати можливість застосування розробленої моделі для створення синтетичних карт висот, придатних для навчання нейромережових систем виявлення дефектів.

Вибір теми дослідження зумовлений необхідністю створення високоякісних синтетичних карт висот мікроподряпин, які адекватно відображають їхні реальні фізичні особливості для подальшої побудови інтерференційних картин таких поверхонь. Ці картини слугуватимуть навчальною вибіркою для нейромережових систем розпізнавання та класифікації дефектів. Традиційні методи моделювання геометричних об'єктів часто обмежуються дискретними підходами, що призводить до різких переходів і недостатньої гладкості профілю дефекту [4]. Тому розроблення математичної моделі, яка враховує реалістичний розподіл заглиблень і забезпечує плавні переходи, є важливим кроком для підвищення точності прогнозування та аналізу пошкоджень дзеркальних поверхонь.

Отже, поставлене завдання спрямоване на розв'язання актуальної проблеми сучасної оптики — моделювання топографії мікроподряпин, що має пряме практичне значення для покращення характеристик оптичних систем і подовження терміну їхньої служби. Надалі розроблена модель буде інтегрована в систему генерації синтетичних даних для тренування моделей глибокого навчання, що дасть змогу автоматизувати процес виявлення та класифікації дефектів у прецизійних оптичних приладах.

1. Аналіз проблеми й наявних методів

Сьогодні цифрове моделювання топографії дзеркальних поверхонь є важливим інструментом для вивчення мікроскопічних дефектів, таких як мікроподряпини, які суттєво впливають на якість оптичних систем. Ця проблема набуває особливої актуальності через зростання попиту на синтетичні дані, необхідні для навчання нейромережових систем, що автоматично виявляють і класифікують дефекти. Розуміння існуючих підходів до такого моделювання допомагає визначити їхні сильні сторони та обмеження, а також обґрунтувати потребу в нових математичних рішеннях, які пропонує ця робота [5].

За останні роки оптична наука та інженерія досягли значного прогресу в розробці методів для створення цифрових карт висот поверхонь. Такі карти традиційно отримують експериментально за допомогою методів профілометрії чи атомної силової мікроскопії (AFM), які дозволяють детально відтворювати рельєф із урахуванням найменших нерівностей. Однак ці підходи мають суттєві недоліки, коли йдеться про підготовку великих навчальних вибірок для навчання нейромереж. Профілометрія обмежена повільністю вимірювань і складністю масштабування, тоді як AFM, хоча й високоточний, є вкрай трудомістким і дорогим процесом, що робить його непрактичним для генерації тисяч або мільйонів зразків, необхідних для ефективного навчання нейромереж [6]. Водночас дедалі частіше застосовуються алгоритмічні методи, що синтезують поверхні на основі математичних моделей. Проте традиційні підходи, зокрема дискретні алгоритми, часто стикаються з проблемою різких переходів у профілях дефектів, що не відображає їхньої природної форми, сформованої механічними процесами, такими як полірування чи експлуатація [7].

У класичному підході до моделювання поверхонь базова геометрична модель зазвичай представлена у вигляді дискретного набору точок, полігональної сітки або примітивних елементів, де сусідні точки з'єднуються відрізками [8]. У такій моделі дефект описується як послідовність окремих кроків: для кожної точки траєкторії визначається локальне заглиблення, а спад впливу моделюється за допомогою простої лінійної функції затухання з максимумом у центрі подряпини. Такий підхід є достатньо простим у реалізації, проте недостатньо гнучким, оскільки призводить до різких перепадів між сусідніми точками, що суперечить фізичній природі дефектів, які формуються шляхом неперервних змін під впливом механічних або термічних факторів.

Крім того, ця модель не враховує випадкові або періодичні коливання, характерні для реальних мікроподряпин, що можуть виникати через неоднорідність матеріалів чи інструментів [9].

Ці недоліки стають особливо помітними, коли синтетичні карти висот використовуються для навчання нейромережових систем. Реалістичність таких даних критично впливає на ефективність алгоритмів розпізнавання дефектів, адже ідеалізовані профілі, отримані класичними методами, погано корелюють

із реальними умовами. Дослідження показують, що низька якість синтетичних даних може знизити точність класифікації на 20–30% у реальних оптичних системах [10]. Саме тому виникає потреба в удосконаленні моделі, яка б забезпечувала природніші розподіли заглиблень і плавні переходи.

Для подолання цих обмежень пропонується внести кілька математичних коригувань. По-перше, сплайн-інтерполяція дозволяє побудувати неперервну криву на основі дискретних точок, забезпечуючи гладкість профілю, що відображає реальні фізичні процеси. По-друге, синусоїдальна модуляція глибини додає періодичні коливання, імітуючи природні нерівності, зумовлені механічними впливами. По-третє, нелінійне затухання, наприклад, експоненціальне чи косинусне, моделює плавний спад впливу дефекту від центру до країв, на відміну від жорсткого лінійного спаду.

Отже, аналіз літератури показує, що хоча сучасні методи моделювання мають значний потенціал, їхні обмеження в точності відтворення дефектів потребують нових рішень. Запропоновані коригування відкривають шлях до створення якісніших синтетичних карт висот, які стануть основою для ефективного навчання алгоритмів виявлення мікроподряпин. У наступному розділі буде детально розкрито методологію розроблення цієї моделі, орієнтованої на імітацію реальних пошкоджень оптичних поверхонь.

2. Методологія

Розробка реалістичного алгоритму моделювання мікроподряпин є ключовим етапом у створенні синтетичних карт висот, які можуть ефективно використовуватися для навчання нейромережових систем виявлення дефектів на дзеркальних поверхнях. У цьому розділі детально описано покроковий процес розробки такого алгоритму, включаючи математичні формули та процедури, що дозволяють усунути недоліки традиційних методів і забезпечити природність профілю дефектів [11]. Початок роботи з моделювання передбачає ініціалізацію процесу, де обирається стартова точка на поверхні, наприклад, (0, 0), або генерується випадкова позиція, а також визначається кількість кроків (N) у межах від мінімального N_{min} до максимального N_{max} значення, що задає довжину дефекту.

Далі алгоритм переходить до обчислення профілю дефекту.

Для кожного кроку $i=0,1,\dots,N-1$ розраховується параметр прогресу:

$$progress_i = \frac{i}{N-1}, \quad (1)$$

який змінюється від 0 (початок) до 1 (кінець траєкторії).

На основі цього параметра визначається базовий рівень заглиблення:

$$depth_i = scratch_depth \times fade_factor(progress_i), \quad (2)$$

де $scratch_depth$ – максимальна глибина, а функція затухання $fade_factor(\cdot)$ задає розподіл глибини вздовж траєкторії.

Щоб врахувати локальну зону впливу, яка визначається як область навколо центра подряпини, в межах якої глибина дефекту зменшується від максимального значення до нуля відповідно до заданої функції затухання, причому ширина цієї області визначається параметром *scratch_width*, для кожного кроку визначається коло з центром у поточній позиції та радіусом *scratch_width*.

У межах цього кола обчислюється відстань d від центра подряпини, а коефіцієнт впливу $infl(d)$, який є безрозмірною величиною, що визначає ступінь зменшення глибини дефекту в точці, розташованій на відстані d від центра подряпини, і змінюється від 1 (у центрі подряпини) до 0 (на межі зони впливу) відповідно до обраної функції затухання, розраховується за допомогою двох альтернативних нелінійних функцій затухання:

– косинусне затухання:

$$infl(d) = 0,5 \left[1 + \cos \left(\pi \frac{d}{scratch_width} \right) \right], \quad (3)$$

$$d \leq scratch_width;$$

– експоненційне затухання:

$$infl(d) = \exp \left[-\alpha \left(\frac{d}{scratch_width} \right)^2 \right], \quad (4)$$

$$d \leq scratch_width;$$

де α – параметр, що визначає швидкість затухання.

Коригування висоти поверхні в поточній точці розраховується як:

$$\Delta z = depth_i \times infl(d), \quad (5)$$

що дозволяє плавно розподілити ефект дефекту. Після цього поточна позиція оновлюється з урахуванням базового кроку та випадкових зміщень, які генеруються за допомогою Perlin-шумів. Perlin-шуми — це алгоритмічно згенерована псевдовипадкова функція, що забезпечує плавні та природні варіації значень у просторових координатах і широко використовується для моделювання органічних текстур і траєкторій у комп'ютерній графіці та симуляціях [12]. Їхнє застосування додає природної варіативності траєкторії, хоча основна увага в алгоритмі зосереджена на вдосконаленні глибини та зони впливу.

Щоб усунути різкі переходи, характерні для класичного підходу, до моделі інтегрується кубічна сплайн-інтерполяція. На основі отриманих точок $\{(x_i, z_i)\}_{i=0}^{N-1}$, де z_i відображає обчислене значення глибини в точці x_i , будується суцільна крива. Кубічний сплайн будується у вигляді набору поліномів $S_i(x)$ на кожному інтервалі $[x_i, x_{i+1}]$, які задаються так:

$$S_i(x) = a_i + b_i(x - x_i) + c_i(x - x_i)^2 + d_i(x - x_i)^3, \quad (6)$$

при цьому коефіцієнти a_i , b_i , c_i та d_i визначаються таким чином, щоб забезпечити неперервність самої функції $S(x)$ та її перших двох похідних $S'(x)$ і $S''(x)$ на

всій області визначення [13]. Такий підхід дозволяє отримати гладку криву дефекту, що відповідає фізичним умовам формування мікроподряпин і значно підвищує якість моделювання порівняно з класичним дискретним методом.

Реальні мікроподряпини характеризуються природними флуктуаціями глибини, які можуть бути спричинені неоднорідністю матеріалу або випадковими механічними впливами. Для імітації цих ефектів у модель вводиться синусоїдальна модуляція глибини вздовж траєкторії дефекту.

Глибина для кожного кроку тепер визначається за формулою:

$$depth_i = scratch_depth \times fade_factor(progress_i) \times [1 + \epsilon \sin(2\pi f \cdot progress_i + \phi)], \quad (7)$$

де ϵ – коефіцієнт амплітуди модуляції (зазвичай обирається в діапазоні 0.1–0.2), f – частота модуляції, що визначає кількість періодів коливань уздовж дефекту, ϕ – фазовий зсув, який визначає зміщення початкової фази синусоїдальної функції в аргументі, що дозволяє регулювати положення максимального заглиблення вздовж траєкторії.

Введення синусоїдальної модуляції надає профілю дефекту більш природного вигляду, імітуючи дрібні варіації, характерні для реальних мікроподряпин [14].

У класичних моделях стандартно використовується лінійне затухання коефіцієнта впливу в міру віддалення від центра дефекту, що призводить до різких змін на краях зони впливу. Для отримання більш реалістичного розподілу застосовується нелінійне затухання, яке може бути описане функціями експоненційного (4) чи косинусного (3) затухання.

Обидві функції забезпечують максимальне значення коефіцієнта в центрі зони $d \approx 0$ і плавний спад до нуля в міру наближення до межі зони впливу. Застосування нелінійного затухання дозволяє точніше моделювати розподіл заглиблення, наближаючи синтетичні карти до експериментальних даних [15].

Розроблений алгоритм реалізовано у вигляді програмного комплексу, який дає змогу моделювати як окремі мікроподряпини, так і генерувати великі набори даних синтетичних карт висот (пакетний режим) для подальшого навчання нейромережових систем.

Програмна реалізація включає такі ключові компоненти:

- Ініціалізація: вибір стартової точки та генерація випадкового числа кроків N .
- Обчислення профілю: на кожному кроці розраховується базовий рівень заглиблення з урахуванням функції затухання.
- Застосування модуляції: синусоїдальна модуляція вносить варіації в розподіл глибини вздовж траєкторії.
- Розрахунок затухання зони: нелінійне затухання (експоненційне або косинусне) визначає розподіл впливу дефекту від центра до країв.

- Оновлення координат: на основі базового кроку та випадкових зміщень (з використанням Перлін-шумів) відбувається оновлення поточної позиції.

- Перевірка меж: контроль виходу за межі модельованої області та завершення генерації дефекту.

Пакетний режим реалізації дозволяє варіювати ключові параметри моделі, такі як: максимальна глибина *scratch_depth*, радіус зони впливу *scratch_width*, параметри синусоїдальної модуляції ϵ , f , ϕ та швидкість експоненційного затухання α . Такий підхід забезпечує генерацію різноманітних варіантів топографії мікроподряпин, що є суттєвою перевагою під час створення великих навчальних вибірок для систем машинного навчання [16].

Для наочного представлення алгоритму подано блок-схему (рис. 1), яка демонструє послідовність основних етапів.



Рис. 1. Блок-схема алгоритму моделювання мікроподряпини

Ця блок-схема ілюструє модульність алгоритму та послідовне виконання всіх етапів, що дає змогу легко адаптувати модель до різних умов моделювання та оптимізувати процес генерації синтетичних даних.

У сукупності описані методи забезпечують отримання високореалістичних синтетичних карт топографії мікроподряпин, придатних для подальшого аналізу та застосування в системах виявлення дефектів оптичних поверхонь.

3. Експериментальна частина

Для оцінки ефективності розробленої моделі моделювання мікроподряпин було проведено серію експериментів, спрямованих на аналіз реалістичності отриманих топографічних карт і впливу запропонованих коригувань на кінцевий профіль дефекту. Основну увагу зосереджено на оцінці трьох ключових удосконалень: кубічної сплайн-інтерполяції, синусоїдальної модуляції глибини та нелінійного затухання зони впливу. Результати порівнювалися з базовою дискретною моделлю, щоб кількісно та якісно продемонструвати переваги нового підходу.

Для проведення експериментів було змодельовано двовимірну область, що являє собою ділянку дзеркальної поверхні.

Розмір симульованої області обрано таким чином, щоб охопити масштаби дефектів, які виникають у реальних умовах. Зокрема, для моделювання поверхні використано область розміром 1024×1024 пікселі з роздільною здатністю 100 нм на піксель, що відповідає фізичному розміру 102.4×102.4 мкм.

У процесі моделювання варіювалися ключові параметри алгоритму, щоб дослідити їхній вплив на профіль мікроподряпини.

Кількість кроків N змінювалася від 50 до 200, визначаючи довжину дефекту.

Максимальна глибина *scratch_depth* обиралася в діапазоні від 100 до 600 нм, що відповідає типовим експериментальним спостереженням.

Ширина зони впливу *scratch_width* варіювалася від 1 до 7 мкм, охоплюючи як вузькі, так і ширші дефекти.

Параметри синусоїдальної модуляції: коефіцієнт амплітуди ϵ – обирався в діапазоні від 0.1 до 0.2, що дає змогу додати помірні флуктуації в профіль; частота f – підбиралася так, щоб на довжині дефекту було від 1 до 3 періодів коливань; фазовий зсув ϕ – генерувався випадковим чином для кожного експерименту. Параметр експоненційного затухання α : значення підбиралися в діапазоні від 2 до 5 для забезпечення плавного спаду впливу від центра дефекту до його країв.

Моделювання виконувалося за чотирма варіантами реалізації алгоритму, щоб порівняти вплив кожного коригування. Перший варіант — базова дискретна модель без удосконалень, яка характеризується різкими переходами між кроками та однорідним розподілом заглиблень. Рис. 2, а ілюструє типовий профіль базової моделі, де чітко видно різкі зміни висоти, що не відповідають реальним топографіям. Другий варіант включав лише сплайн-інтерполяцію, що забезпечує гладкість профілю завдяки неперервності перших двох похідних. Рис. 2, б демонструє приклад такого профілю, де плавність досягається завдяки сплайн-інтерполяції. Третій варіант додавав синусоїдальну модуляцію глибини, дозволяючи відтворити природні флуктуації, спричинені неоднорідністю механічного впливу. Четвертий варіант інтегрував нелінійне затухання зони впливу (експоненційне або косинусне), що забезпечує плавний спад заглиблення від центра до країв.

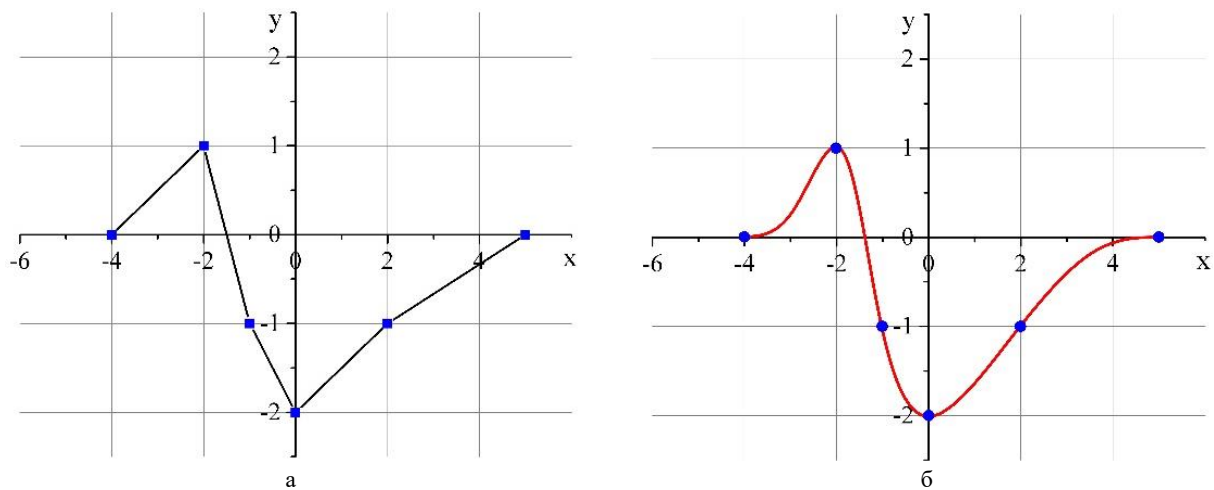


Рис. 2. Профіль дефекту:
для базової дискретної моделі, що демонструє різкі переходи висоти (а),
для моделі з застосуванням сплайн-інтерполяції, що ілюструє плавний перехід висоти (б)

Реалістичність отриманих топографічних карт оцінювалася за кількома критеріями. По-перше, проводилося порівняння з експериментальними даними, отриманими методами атомної силової мікроскопії, таких параметрів як максимальна глибина, ширина дефекту та форма розподілу заглиблень. По-друге, застосовувався статистичний аналіз, зокрема розрахунок показника гладкості профілю як середньоквадратичного відхилення різниць між сусідніми значеннями висоти, а також аналіз розподілу глибин уздовж траєкторії. По-третє, проводився візуальний аналіз 2D- і 3D-візуалізацій для оцінки наявності

різких переходів і неоднорідностей.

Результати візуального аналізу наочно демонструє рис. 3, де представлено 3D-візуалізацію профілю мікроподряпини з двох ракурсів: зверху (а) та знизу (б). На зображенні видно, що застосування сплайн-інтерполяції та синусоїдальної модуляції створює плавний профіль із природними коливаннями глибини, без різких стрибків, характерних для базової моделі. Колірна шкала відображає глибину від 0 (червоний) до -100 нм (синій), підкреслюючи плавний перехід заглиблення та варіативність профілю, що відповідає реальним фізичним умовам.

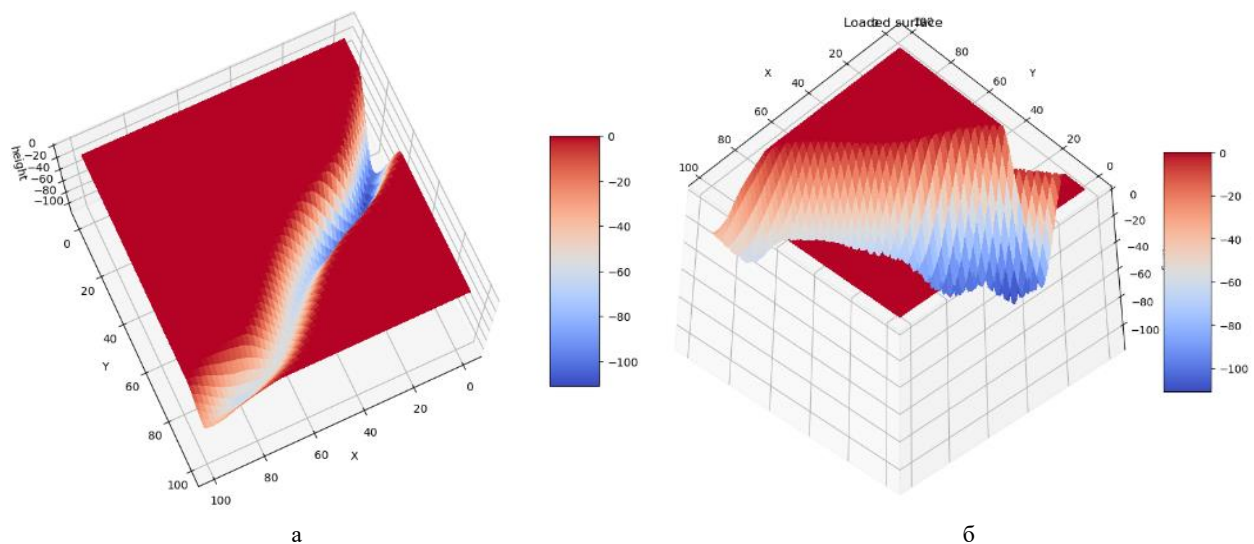


Рис. 3. 3D-візуалізація профілю мікроподряпини:
вид згори (а) та вид знизу (б)

Візуальний аналіз отриманих моделей показав, що базова дискретна модель генерує дефекти з вираженими різкими переходами між послідовними кроками, що не відповідає спостережуваній топографії мікроподряпин у реальних оптичних системах.

Застосування сплайн-інтерполяції суттєво покращує гладкість профілю, усуваючи різкі зміни висоти.

Додатково, синусоїдальна модуляція глибини вносить природні коливання, характерні для мікроподряпин, які утворюються під впливом неоднорідного механічного впливу. Нелінійне згасання зони впливу, у свою чергу, дозволяє створити плавний перехід заглиблення від центра дефекту до його країв, що сприяє отриманню більш реалістичних топографічних карт.

Для об'єктивної оцінки реалістичності моделі було проведено кількісну оцінку. Вона підтвердила візуальні спостереження.

Показник гладкості профілю, визначений як середньоквадратичне відхилення різниць між сусідніми значеннями висоти, знизився на 30% у моделі зі сплайн-інтерполяцією порівняно з дискретною моделлю.

Максимальна глибина в усіх варіантах відповідала заданому параметру *scratch_depth*, але моделі з синусоїдальною модуляцією показали варіації в межах $\pm 10\text{--}15\%$, що відображає природні флуктуації.

Статистичний аналіз розподілу глибин також виявив, що нелінійне затухання зменшує розкид значень у периферійних зонах, забезпечуючи рівномірніший спад заглиблення.

Дослідження впливу параметрів моделі показало, що збільшення амплітуди модуляції ϵ призводить до виражених коливань у профілі, але значення вище 0.2 можуть спричинити нереалістичні стрибки, тому оптимальний діапазон становить 0.1–0.2.

Частота f , яка визначає кількість періодів коливань, при значеннях вище 3 створює надмірну "шумність", тому рекомендується обмежуватися 1–3 періодами.

Параметр α впливає на швидкість експоненційного спаду: діапазон 2–5 забезпечує плавний, але виразний перехід від центра до країв, що узгоджується з експериментальними даними.

Таким чином, експерименти підтвердили, що запропонована модель із застосуванням сплайн-інтерполяції, синусоїдальної модуляції та нелінійного затухання значно підвищує реалістичність синтезованих топографічних карт мікроподряпин.

Отримані профілі не лише відповідають фізичним характеристикам реальних дефектів, а й забезпечують достатню варіативність для створення великих навчальних вибірок, що є необхідною умовою для ефективного навчання нейромережових систем виявлення дефектів у прецизійних оптичних приладах.

Далі буде розглянуто практичне застосування розробленої моделі для аналізу дефектів і її інтеграцію в автоматизовані системи.

4. Застосування моделі в задачах аналізу дефектів

Розроблений алгоритм дозволяє генерувати великі обсяги синтетичних карт висот, на яких детально відтворено топографію мікроподряпин. Завдяки пакетному режиму можливо автоматично змінювати такі ключові параметри моделі, як:

- максимальна глибина *scratch_depth*,
- ширина зони впливу *scratch_width*,
- амплітуда модуляції ϵ ,
- частота f ,
- параметр експоненційного затухання α .

Наприклад, під час генерації набору даних із 10 000 карт висот параметр *scratch_depth* варіювався від 100 до 600 нм, а ϵ набувало значень у межах 0.1–0.2, що дало змогу охопити різні стадії формування дефекту – від початкових мікроподряпин до більш

виражених пошкоджень, які виникають при тривалій експлуатації оптичних приладів. Такий підхід забезпечує отримання синтетичних даних, здатних адекватно відображати різноманітність реальних дефектів.

Різнорозмірність синтетично згенерованих карт висот має важливе значення для підвищення якості навчання нейромереж. Використання широкого спектра варіантів дефектів дозволяє навчальній моделі адаптуватися до різних умов експлуатації оптичних систем.

Попередні дослідження показали, що нейромережа, навчена на синтетичному наборі даних за розробленою моделлю, досягла точності розпізнавання дефектів на рівні 92.3%, що перевищує результати навчання на наборі даних за дискретною моделлю (77.6%).

Покращення якості класифікації зумовлене більш повним охопленням параметричного простору дефектів, що дозволяє моделі успішно обробляти як типові, так і менш поширені варіанти пошкоджень.

Було проведено серію експериментів із навчання згорткової нейромережі (CNN) для автоматичного виявлення мікроподряпин.

Для навчання використовувався синтетично згенерований набір даних, що складався з 10 000 зображень, отриманих за описаним алгоритмом. Короткий підсумок результатів досліджень:

- Точність класифікації: досягнуто точність 92.3% на тестовій вибірці.
- Час навчання: середній час навчання становив близько 3 годин на стандартному GPU.
- Порівняння з експериментальними даними: візуальний і статистичний аналіз показав високу схожість синтетичних карт із вимірними топографіями мікроподряпин, що підтверджує реалістичність згенерованих даних.

Ці результати свідчать про високий потенціал використання синтетично згенерованих даних для навчання нейромережових систем виявлення дефектів, що відкриває нові перспективи для автоматизованого контролю якості оптичних поверхонь.

Рис. 4 ілюструє загальний процес.

На першому етапі синтетичні карти висот генеруються з використанням пакетного режиму, що дозволяє варіювати параметри моделі.

Далі дані проходять стадію передобробки, яка включає нормалізацію, фільтрацію та аугментацію, після чого використовуються для навчання нейромережової моделі, що призводить до підвищення точності та надійності системи виявлення мікроподряпин.

Таким чином, запропонована модель і пакетний режим генерації синтетичних даних дозволяють створювати різноманітні та високореалістичні набори даних, які значно покращують навчання нейромережових систем.

Застосування цього підходу відкриває нові можливості для автоматизованого контролю якості оптичних поверхонь і може стати основою для розроблення складніших систем діагностики дефектів у прецизійній оптиці.



Рис. 4. Схема використання синтетичних даних для навчання моделі глибокого навчання

5. Результати досліджень та їхнє обговорення

У цьому розділі проводиться порівняльний аналіз розробленої моделі з традиційними підходами до моделювання мікроподряпин, обговорюються її переваги, обмеження та перспективи подальших удосконалень.

Переваги запропонованої моделі полягають у значно покращеній гладкості профілю, що досягається завдяки застосуванню кубічної сплайн-інтер-

поляції. Такий підхід забезпечує неперервність першої та другої похідних, усуваючи різкі переходи, притаманні дискретним моделям, і дозволяє отримати фізично обґрунтований плавний профіль дефекту.

Реалістичний розподіл глибини досягається за рахунок упровадження синусоїдальної модуляції вздовж траєкторії, що імітує природні коливання, спричинені неоднорідністю матеріалу та варіативністю механічних впливів.

Застосування нелінійних функцій згущання, таких як експоненційне або косинусне, для опису зони впливу дефекту забезпечує плавний спад заглиблення від центра до периферії, що є важливим для точного відтворення реальної топографії пошкоджень.

Проте розроблена модель не позбавлена певних спрощень. Зокрема, для спрощення розрахунків не враховуються складні фізико-хімічні процеси, такі як динаміка корозії, поверхневі хімічні реакції або мікроструктурні зміни, що виникають у матеріалі внаслідок тривалого впливу навантажень. Також відсутня інтеграція впливу зовнішніх факторів, наприклад, температурних і вологісних умов, що може обмежувати застосування моделі в деяких специфічних сценаріях.

Ці обмеження, однак, сприймаються як відправна точка для подальших досліджень, спрямованих на розширення параметричного простору моделі та її адаптацію до реальних умов експлуатації оптичних систем.

Наглядне порівняння основних характеристик дискретної моделі та запропонованої вдосконаленої моделі представлено в табл. 1 нижче.

Таблиця 1 – Порівняння характеристик дискретної моделі та розробленої моделі

Характеристика	Дискретна модель	Вдосконалена модель
Гладкість профілю	Низька, наявні різкі переходи	Висока, неперервні зміни завдяки сплайн-інтерполяції
Реалістичний розподіл глибини	Однорідний розподіл із лінійним згущанням	Нелінійний розподіл із синусоїдальною модуляцією та нелінійним згущанням
Урахування випадкових флуктуацій	Мінімальне врахування шуму	Ефективне моделювання випадкових коливань за рахунок синусоїдальної модуляції
Застосовність для навчання нейромережі	Обмежена, не охоплює всі реальні сценарії	Висока, генеруються різноманітні синтетичні дані, наближені до експериментальних

Аналіз представлених даних дозволяє зробити висновок, що запропонована модель має значний потенціал для інтеграції в системи автоматизованого контролю якості оптичних поверхонь.

Отримані синтетичні карти висот характеризуються високим ступенем реалістичності, що суттєво підвищує якість навчальних вибірок для нейромережових систем виявлення та класифікації мікроподряпин.

Перспективи подальших досліджень пов'язані з розширенням параметричного простору моделі за рахунок урахування динаміки зношування та впливу зовнішніх умов, а також із інтеграцією розробленого

підходу з методами глибокого навчання для автоматизації процесу виявлення дефектів. Таким чином, незважаючи на деякі припущення та обмеження, запропонована модель демонструє значний прогрес порівняно з традиційними методами та становить перспективну основу для подальших розробок у галузі аналізу та контролю якості оптичних систем.

Висновки

У результаті проведеного дослідження було розроблено математичну модель топографії мікроподряпини, призначену для синтезу реалістичних цифрових карт висот дзеркальних поверхонь з дефектами.

Основний внесок роботи полягає у значному покращенні гладкості профілю дефекту порівняно зі класичними підходами, що досягається завдяки застосуванню кубічної сплайн-інтерполяції. Такий підхід забезпечує неперервність першої та другої похідних, що дозволяє усунути різкі переходи між дискретними точками та отримати фізично обґрунтований плавний профіль мікроподряпини.

Додаткове підвищення реалістичності моделі досягається за рахунок введення синусоїдальної модуляції глибини вздовж траєкторії дефекту. Це рішення імітує природні флуктуації, зумовлені неоднорідністю матеріалу та варіативністю механічних впливів, що суттєво підвищує схожість синтетично згенерованих профілів із реальними дефектами.

Застосування нелінійних функцій затухання, таких як експоненційне та косинусне, для опису розподілу впливу дефекту дає змогу змодельовати плавний спад заглиблення від центра дефекту до його країв, що є важливим для адекватного відтворення реальної топографії пошкоджень.

Практична значущість розробленої моделі полягає в її здатності генерувати високоякісні синтетичні дані, придатні для навчання нейромережових систем, призначених для автоматичного виявлення та класифікації мікроподряпин. Можливість пакетного ре-

жиму генерації, що дозволяє варіювати ключові параметри моделі, забезпечує отримання різноманітних варіантів дефектів, які охоплюють широкий спектр реальних сценаріїв пошкоджень.

Це, у свою чергу, сприяє підвищенню точності та надійності оптичних систем, оскільки навчені на таких моделях нейромережі зможуть ефективніше виявляти навіть незначні дефекти, що впливають на якість роботи приладів.

Перспективи подальших досліджень пов'язані з інтеграцією розробленої моделі з методами глибокого навчання, що дозволить розробляти та навчати нейромережові системи на основі синтетичних даних із подальшою експериментальною валідацією.

Крім того, планується розширення параметричного простору моделі за рахунок уключення додаткових факторів, таких як динаміка зношування та вплив зовнішніх умов, що може суттєво підвищити точність відтворення складних фізичних процесів, які відбуваються на оптичних поверхнях.

Таким чином, запропонована модель демонструє високий потенціал для підвищення надійності оптичних систем завдяки точнішому виявленню дефектів і становить перспективну основу для подальших досліджень у галузі автоматизованого контролю якості в прецизійній оптиці.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Stover J. C. (2012), "Optical Scattering: Measurement and Analysis", SPIE Press, Bellingham, WA. <https://doi.org/10.1117/3.975276>
2. [Zhongkai Liu, Jincheng Wang, Rongkuan Leng, Xiaokun Wang, Min Zhang, Jing Wang, Mengxue Cai, Wenhan Li, Bin Liu, Lingzhong Li, Qiang Cheng, Longxiang Li, Xiao Luo, Xuejun Zhang. Impact of mirror local defects on system scattering in telescopes // Results in Physics. – 2024. – Vol. 56. – 107265. <https://doi.org/10.1016/j.rinp.2023.107265>
3. Cao H., Peng X., Shi F., Tian Y., Kong L., Chen M., Hao Q. Advances in Subsurface Defect Detection Techniques for Fused Silica Optical Components: A Literature Review // Journal of Materials Research and Technology. – 2025. – Vol. 35. – P. 809-835. <https://doi.org/10.1016/j.jmrt.2025.01.045>
4. Galuza A., Shkoda M., Tevyasheva O., Belyaeva A., Savchenko A., Kolenov I. Modeling and Synthesis of Monochrome Interference Patterns of Flat Optical Surfaces with Typical Defects for Automatic Surface Quality Control // 2020 10th International Conference on Advanced Computer Information Technologies (ACIT): Conference Proceedings, Deggendorf, Germany, 16-18 Sept. – 2020. – P. 344-347. <https://doi.org/10.1109/ACIT49673.2020.9208908>
5. Monnet J., Petrovic O., Herfs W. Investigating the generation of synthetic data for surface defect detection: A comparative analysis // Procedia CIRP. – 2024. – Vol. 130. – P. 767–773. <https://doi.org/10.1016/j.procir.2024.10.162>
6. [Mei L., Guan G. Profilometry and atomic force microscopy for surface characterization // Nano TransMed. – 2023. – Vol. 2, Issue 1. – e9130017. <https://doi.org/10.26599/NTM.2023.9130017>
7. Gutierrez P., Luschkova M., Cordier A., Shukor M., Schappert M., Dahmen T. Synthetic training data generation for deep learning based quality inspection // Proc. of SPIE. – 2021. – Vol. 11794. – 1179403. <https://doi.org/10.1117/12.2586824>
8. Discrete Geometry for Computer Imagery / Ed.: Couprie M., Cousty J., Kenmochi Y., Mustafa N. – Springer, Cham, 2019. – 496 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-14085-4>
9. Bosch C., Pueyo X., Mérillou S., Ghazanfarpour D. A Physically-Based Model for Rendering Realistic Scratches // Computer Graphics Forum. – 2004. – Vol. 23, Issue 3. – P. 361-370. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8659.2004.00767.x>
10. Shorten C., Khoshgoftaar T. M. A Survey on Image Data Augmentation for Deep Learning // Journal of Big Data. – 2019. – Vol. 6, No. 1. – P. 60. <https://doi.org/10.1186/s40537-019-0197-0>
11. H. Müser M. H., Nicola L. Modeling the surface topography dependence of friction, adhesion, and contact compliance // MRS Bulletin. – 2022. – Vol. 47. – P. 1221-1228. <https://doi.org/10.1557/s43577-022-00468-2>
12. Lagae A., Lefebvre S., Cook R., DeRose T., Drettakis G., Ebert D.S., Lewis J.P., Perlin K., Zwicker M. A Survey of Procedural Noise Functions // Computer Graphics Forum. – 2010. – Vol. 29, Issue 8. – P. 2579-2600. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8659.2010.01827.x>
13. Lyche T., Manni C., Speleers H. Foundations of Spline Theory: B-Splines, Spline Approximation, and Hierarchical Refinement. In: Lyche T., Manni C., Speleers H. (eds) Splines and PDEs: From Approximation Theory to Numerical Linear Algebra. Lecture Notes in Mathematics, vol 2219. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-94911-6_1
14. Pawlus P., Reizer R. Profilometric measurements of wear scars: A review // Wear. – 2023. – Vol. 534–535. – 205150. <https://doi.org/10.1016/j.wear.2023.205150>

15. Kwon T.-Y., Ramachandran M., Park J.-G. Scratch formation and its mechanism in chemical mechanical planarization (CMP) // Friction. – 2013. – Vol. 1, Issue 4. – P. 279–305. <https://doi.org/10.1007/s40544-013-0026-y>
16. Zhang J. Classification and Comparison of Data Augmentation Techniques // Transactions on Computer Science and Intelligent Systems Research. – 2024. – Vol. 6. – P. 180–187. <https://doi.org/10.62051/7e91md96>

Received (Надійшла) 11.02.2025

Accepted for publication (Прийнята до друку) 21.05.2025

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ / ABOUT THE AUTHORS

Кравченко Олександр Сергійович – аспірант кафедри комп'ютерної математики і аналізу даних, Національний технічний університет “Харківський політехнічний інститут”, Харків, Україна;

Oleksandr Kravchenko – PhD Student of the Department of Computer Mathematics and Data Analysis, National Technical University “Kharkiv Polytechnic Institute”, Kharkiv, Ukraine;

e-mail: Oleksandr.Kravchenko@cs.khpi.edu.ua; ORCID Author ID: <https://orcid.org/0000-0002-6169-1250>.

Галуза Олексій Анатолійович – доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри комп'ютерної математики і аналізу даних, Національний технічний університет “Харківський політехнічний інститут”, Харків, Україна;

Oleksii Haluza – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Professor at the Department of Computer Mathematics and Data Analysis, National Technical University “Kharkiv Polytechnic Institute”, Kharkiv, Ukraine;

e-mail: Oleksii.Haluza@khpi.edu.ua; ORCID Author ID: <https://orcid.org/0000-0003-3809-149X>;

Scopus ID: <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6603590390>.

Савченко Алла Олександрівна – кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри фізики, Національний технічний університет “Харківський політехнічний інститут”, Харків, Україна;

Alla Savchenko – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Physics, National Technical University “Kharkiv Polytechnic Institute”, Kharkiv, Ukraine;

e-mail: Alla.Savchenko@khpi.edu.ua; ORCID Author ID: <https://orcid.org/0000-0001-9309-1797>;

Scopus ID: <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=56637062400>.

Погорєлов Станіслав Вікторович – доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри комп'ютерної математики і аналізу даних, Національний технічний університет “Харківський політехнічний інститут”, Харків, Україна;

Stanislav Pohorielov – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Professor at the Department of Computer Mathematics and Data Analysis, National Technical University “Kharkiv Polytechnic Institute”, Kharkiv, Ukraine;

e-mail: Stanislav.Pohorielov@khpi.edu.ua; ORCID Author ID: <https://orcid.org/0000-0002-0189-8655>;

Scopus ID: <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=9270293800>.

Роговий Антон Іванович – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри управління проєктами в інформаційних технологіях, Національний технічний університет “Харківський політехнічний інститут”, Харків, Україна;

Anton Rogovyi – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Project Management in Information Technology Department, National Technical University “Kharkiv Polytechnic Institute”, Kharkiv, Ukraine;

e-mail: Anton.Rogovyi@khpi.edu.ua; ORCID Author ID: <https://orcid.org/0000-0002-8178-4585>;

Scopus ID: <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57196221255>.

Modeling the topography of microscratches on mirror surfaces

Oleksandr Kravchenko, Oleksii Haluza, Alla Savchenko, Stanislav Pohorielov, Anton Rogovyi

Abstract. The subject of the study is the modeling of the topography of a microscratch-type defect on a flat mirror surface using modern algorithmic approaches that ensure the reproduction of smooth defect profiles with high fidelity to real data. **The aim of the work** is to develop an algorithm for synthesizing topographic maps to model microscratches with smooth and realistic profiles, taking into account natural depth fluctuations and the defect's area of influence. **The tasks addressed** include: 1) developing a mathematical model that accounts for the key characteristics of microscratches; 2) ensuring a smooth transition between discrete points of the microscratch profile; 3) modeling depth fluctuations and the defect's area of influence. **The methods used** include: algorithmic modeling of digital height maps based on the synthesis of a scratch cross-section with specified parameters; cubic spline interpolation to ensure profile smoothness and accurate contour reproduction; sinusoidal depth modulation considering amplitude and oscillation frequency, as well as nonlinear attenuation functions (exponential and cosine) for a detailed description of the defect's influence distribution in space. A batch mode for generating synthetic data was also employed, allowing variation of key model parameters (maximum depth, width of the influence area, modulation amplitude coefficient, oscillation frequency, and attenuation parameters), which enables the generation of a wide range of microscratch topography variants. **Results:** The synthetic height maps demonstrated high correspondence with experimental data, confirming the model's effectiveness in real-world conditions and its advantages for automated optical surface inspection systems. **Conclusions:** The developed model holds significant potential for integration into defect analysis systems, contributes to improving the reliability of optical devices, and is promising for further research, particularly for integration with deep learning methods and subsequent experimental validation.

Keywords: modeling, topography, microscratches, algorithm, interpolation.