

П. Е. Решетнікова, О. Ю. Заковортний

Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», Харків, Україна

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ВЕРТИКАЛЬНИХ КОЛИВАНЬ РУХОМОГО СКЛАДУ, ВИКЛИКАНИХ НЕРІВНОСТЯМИ ЗАЛІЗНИЧНОЇ КОЛІЇ

Анотація. Під час руху поїзда залізничною колією виникають коливання вагонів та їх складових, що призводить до зниження швидкості рухомого складу, зношення його частин та некомфортних та потенційно небезпечних для пасажирів ситуацій. У роботі розглядаються причини та наслідки коливань рухомого складу. Отримано математичну модель вертикальних коливань (підстрибування та галопування) візків та кузова вагона, викликаних вертикальною двогорбою нерівністю колії. Розроблені комплексна математична та імітаційна моделі дозволяють досліджувати залежності цих коливань рухомого складу від швидкості рухомого складу, якості рейок та показників гасників коливань, наявних у поїзді, а також в подальшому можуть бути використані у системах підтримки прийняття рішень (СППР) бортових систем керування на залізничному транспорті України.

Ключові слова: математична модель, система підтримки прийняття рішень, бортові системи керування, рухомий склад, коливальний процес, підстрибування, галопування.

Вступ

Постановка проблеми. Незважаючи на відносно поширеність високошвидкісних магістралей у країнах Європи, середня швидкість пасажирських поїздів України становить приблизно 50 км/год. Найшвидшими є потяги «Інтерсіті» та «Інтерсіті+» з максимальною швидкістю до 160 км/год, хоча в дійсності показники значно нижчі. Середня швидкість складає близько 95 км/год. Лише на деяких напрямках, таких як Київ-Харків та Київ-Львів, інколи швидкість цих поїздів сягає 110 км/год. Низька швидкість руху поїздів викликається здебільшого зношеністю колій, які знаходяться в критичному стані [1, 2].

Під час руху поїзда залізничною колією виникають складні коливальні рухи вагонів та інші нерівномірні рухи інерційних мас, які входять до загальної механічної системи рухомого складу.

Колівання поїзда зумовлюються нерівностями шляху, наявністю зазорів на стикових рейкових з'єднаннях, конусністю поверхні катання колісних пар, а також наявністю нерівностей на цій поверхні, стилями рейок, типом ресорного підвішування та іншими факторами. У сучасних вагонах встановлені механічні гасителі коливань, які виконують функцію зменшення впливу динамічних зусиль і забезпечують більш плавний рух поїзда, проте дія цих збуджень все одно призводить до того, що колісні пари вагона приходять в коливальний стан та передають ці коливання іншим складовим рухомого складу.

Колівальні процеси у свою чергу зумовлюють виникнення динамічних сил, відхилень від положення рівноваги, інерційних перенавантажень. Вони можуть викликати дискомфорт пасажирів, що веде за собою зниження привабливості переміщення залізницею серед користувачів. Безпека – ще одна критична сфера, на яку впливають коливання вагона. Сильні коливання можуть збільшити ризик сходження з рейок, особливо коли поїзди рухаються по кривих або на високих швидкостях. Крім того, повторювані вертикальні навантаження від коливань можуть призвести до втоми та виходу з ладу основних компонентів, тим самим ставлячи під загрозу загальну безпеку поїзда.

Структурна цілісність як рухомого складу, так і колійної інфраструктури також страждає через ці коливання. Підвищений знос від постійних вертикальних рухів прискорює деградацію цих компонентів, що призводить до збільшення витрат на обслуговування та заміну. Це, у свою чергу, може спричинити частіше перебої в обслуговуванні, що ще більше порушить роботу залізниці.

Колівання також впливають і на загальну продуктивність перевезення залізницею. Щоб пом'якшити вплив вертикальних коливань, можуть бути введені обмеження швидкості, що знижує ефективність і пропускну здатність залізничної мережі. Крім того, необхідність посиленого технічного обслуговування може призвести до більш частих перебоїв у обслуговуванні, спричиняючи затримки та незручності для пасажирів. Нарешті, вертикальні коливання сприяють підвищенню рівня шуму, що може бути проблематичним як для пасажирів, так і для сусідніх громад. Підвищена вібрація також може вплинути на навколишні конструкції, викликаючи проблеми з навколишнім середовищем [3, 4]. Високочастотна вібрація викликає проблеми зі здоров'ям у пасажирів та працівників залізниці.

Таким чином, вертикальні коливання рухомого складу мають багатогранний негативний вплив на рух поїздів, який включає в себе вплив на комфорт пасажирів, безпеку, цілісність конструкції, експлуатаційні характеристики та навколишнє середовище. Вирішення цих проблем відіграє велику роль у підтримці безпечної, ефективної та комфортної залізничної системи.

Комплексна математична модель дизель-поїзда повинна враховувати різні види коливань рухомого складу, зокрема підстрибування та галопування.

Це, у свою чергу, дасть можливість досліджувати на комплексній математичній моделі причини коливань, їх характер і взаємний вплив, а також визначати закони оптимального управління для вирішення завдань оптимізації витрат енергії рухливим складом та визначати умови стійкого та безпечного руху поїзда залізничними перегонами з нерівностями. Крім цього, комплексна математична модель

дозволить проводити описані вище дослідження не лише на швидкостях руху рухомого складу, які прийняті на сьогоднішній день залізницями України (до 100 км/год), а й на швидкостях властивих швидкісному руху поїздів. Це дозволить уточнити для підвищених швидкостей руху поїздів результати досліджень коливань вагонів, які безпосередньо залежать, з одного боку, від швидкості руху рухомого складу, т.к. зі збільшенням маршрутних швидкостей руху поїздів по залізничним перегонам збільшується амплітуда і частота коливань, з другого боку, від якості залізничного покриття.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Розробкою математичних моделей поїздів займається багато вчених. Існуючі математичні моделі дозволяють виконувати на них дослідження руху поїзда у різних його режимах, електромагнітних процесів, які відбуваються у двигунах, а також, у разі представлення поїзда як багатомасової системи, взаємодію між різними частинами рухомого складу [5–7].

Низку робіт було присвячено питанням коливання рухомого складу та його складових [6, 8–12]. Більшість вчених приділяють увагу поперечним коливанням вагона, таким як виляння та бічний винос вагона, які виникають природним шляхом у процесі руху [4, 6–12]. Однак через нерівності залізничного полотна та неідеальність компонентів поїзда виникають також інші види коливань, які зі збільшенням швидкостей перевезення можуть не тільки зменшувати рівень комфорту пасажирів, а й становити загрозу їх життю та безпеці.

Хоча повздовжні та вертикальні коливання іноді і знаходять своє місце у роботах деяких авторів, їх роль у таких публікаціях носить нечисленний, обмежений характер [8, 9].

Метою статті є розробка математичної моделі дизель-поїзда, яка враховує підстрибування та

$$\begin{aligned} m_b \ddot{z}_{b1} - \beta_2 (\dot{z}_k - \dot{z}_{b1} - l_k \dot{\varphi}_k) - c_2 (z_k - z_{b1} - l_k \varphi_k) + 2\beta_1 \dot{z}_{b1} + 2c_1 z_{b1} &= \beta_1 (\dot{\eta}_1 + \dot{\eta}_2) + c_1 (\eta_1 + \eta_2); \\ m_b \ddot{z}_{b2} - \beta_2 (\dot{z}_k - \dot{z}_{b2} - l_k \dot{\varphi}_k) - c_2 (z_k - z_{b2} - l_k \varphi_k) + 2\beta_1 \dot{z}_{b2} + 2c_1 z_{b2} &= \beta_1 (\dot{\eta}_3 + \dot{\eta}_4) + c_1 (\eta_3 + \eta_4); \\ J_{by} \ddot{\varphi}_{b1} + 2l_b^2 \beta_1 \dot{\varphi}_{b1} + 2l_b^2 c_1 \varphi_{b1} &= l_b \beta_1 (\dot{\eta}_1 - \dot{\eta}_2) + l_b c_1 (\eta_1 - \eta_2); \\ J_{by} \ddot{\varphi}_{b2} + 2l_b^2 \beta_1 \dot{\varphi}_{b2} + 2l_b^2 c_1 \varphi_{b2} &= l_b \beta_1 (\dot{\eta}_3 - \dot{\eta}_4) + l_b c_1 (\eta_3 - \eta_4); \\ m_k \ddot{z}_k - \beta_2 (2\dot{z}_k - \dot{z}_{b1} - \dot{z}_{b2}) - c_2 (2z_k - z_{b1} - z_{b2}) &= 0; \\ J_{ky} \ddot{\varphi}_k + \beta_2 l_k (2l_k \dot{\varphi}_k - \dot{z}_{b1} - \dot{z}_{b2}) + c_2 l_k (2l_k \varphi_k - z_{b1} - z_{b2}) &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

де m_b – маса візка; m_k – маса кузова; J_{by} – приведений момент інерції візка; J_{ky} – момент інерції кузова; $\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4$ – нерівності залізничного полотна під першою та другою колісною парою візка

В якості вихідної нерівності колії було прийнято двогорбу нерівність. Для кожної колісної пари, окрім першої за ходом руху поїзда, вона задана зі зсувом часу виходячи з розмірів баз візків і кузова.

Запис функції, що описує дану нерівність, має вигляд:

$$\eta = a_1 \sin(\omega t + \delta) + a_2 \sin(3\omega t + \delta), \quad (2)$$

де $\omega = \frac{2\pi V}{L_d}$ – частота впливу стиків шляху за швидкості руху вагона, V – швидкість руху поїзда, L_d – довжина хвилі нерівності, a_1, a_2 – амплітуди гармонік двогорбої нерівності.

галоупування візків вагона, що викликані нерівностями залізничної колії.

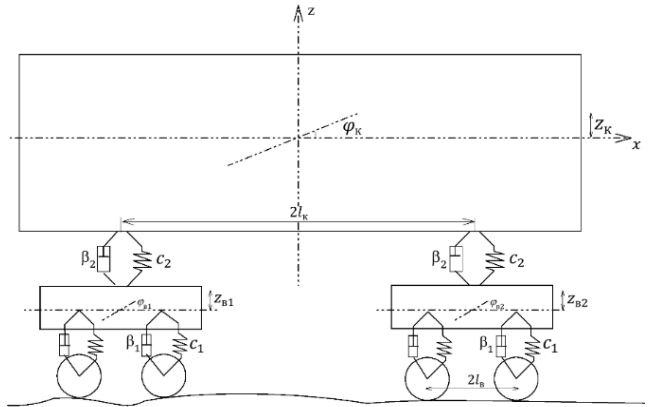


Рис. 1. Розрахункова схема коливань вагона у вертикальній повздовжній площині
 β_1, β_2 – коефіцієнти в'язкого тертя ресорного та центрального підвішування відповідно; c_1, c_2 – жорсткості ресорного та центрального підвішування відповідно; z_{b1}, z_{b2}, z_k – підстрибування візка; $\varphi_{b1}, \varphi_{b2}, \varphi_k$ – галоупування візка та кузова; l_b, l_k – половина відстані між колісними парами візка та між візками кузова

Виклад основного матеріалу

У роботі розглядається коливання вагона пасажирського дизель-поїзда, що має осьову формулу 2–2 та двоступінчасте ресорне підвішування. На рис. 1 наведено приклад розрахункової схеми, яка відповідає коливанням підстрибування та галоупування такого вагона.

Розглянемо цю розрахункову схему як двухмасову систему та запишемо для неї систему диференціальних рівнянь коливань кузова та візків вагона з урахуванням нерівностей колії під кожною з наявних колісних пар.

Фазовий зсуви для нерівностей для кожної колісної пари відповідно дорівнюють:

$$\delta_1 = 0, \delta_2 = \frac{2\pi}{L_d} 2l_b, \delta_3 = \frac{2\pi}{L_d} 2l_k, \delta_4 = \frac{2\pi}{L_d} (2l_k + 2l_b).$$

Для перевірки результатів було складено модель, яка включає в себе рівняння підстрибування та галоупування візків та кузова вагона (1), які зазнали простих математичних перетворень, рівнянь нерівності залізничної колії (2), а також модель руху поїзда з одним еквівалентним тяговим двигуном [6].

$$\frac{ds}{dt} = k_1 V;$$

$$\frac{dv}{dt} = k_2 (\Psi_{\alpha 2} \Psi_{\beta 1} - \Psi_{\alpha 1} \Psi_{\beta 2}) - a_0 - a_1 V - a_2 V^2;$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi_{\alpha 1}}{dt} &= U_\alpha - a_s \Psi_{\alpha 1} + a_s k_r \Psi_{\alpha 2}; \quad \frac{d\Psi_{\alpha 2}}{dt} = \\ &= -a_r \Psi_{\alpha 2} + a_r k_s \Psi_{\alpha 1} - k_3 V \Psi_{\beta 2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d\psi_{\beta 1}}{dt} &= U_{\beta} - a_s \psi_{\beta 1} + a_s k_r \psi_{\beta 2}; \quad \frac{d\psi_{\beta 2}}{dt} = -a_r \psi_{\beta 2} + a_r k_s \psi_{\beta 1} - k_3 V \psi_{\alpha 2}; \\
\frac{dz_{B1}}{dt} &= p_{B1}; \quad \frac{dz_{B2}}{dt} = p_{B2}; \quad \frac{d\varphi_{B1}}{dt} = g_{B1}; \quad \frac{d\varphi_{B2}}{dt} = g_{B2}; \quad \frac{dz_K}{dt} = p_K; \quad \frac{d\varphi_K}{dt} = g_K; \\
\eta_i &= a_1 \sin(\omega t + \delta_i) + a_2 \sin(3\omega t + \delta_i), \quad i = \overline{1,4}; \quad \frac{d\eta_1}{dt} = n_1; \quad \frac{d\eta_2}{dt} = n_2; \quad \frac{d\eta_3}{dt} = n_3; \quad \frac{d\eta_4}{dt} = n_4; \quad (3) \\
\frac{dp_{B1}}{dt} &= \frac{1}{m_B} (\beta_1 (n_1 + n_2) + c_1 (\eta_1 + \eta_2) + \beta_2 (p_K - p_{B1} - l_K g_K) + c_2 (z_K - z_{B1} - l_K \varphi_K) - 2\beta_1 p_{B1} - 2c_1 z_{B1}); \\
\frac{dp_{B2}}{dt} &= \frac{1}{m_B} (\beta_1 (n_3 + n_4) + c_1 (\eta_3 + \eta_4) + \beta_2 (p_K - p_{B2} - l_K g_K) + c_2 (z_K - z_{B2} - l_K \varphi_K) - 2\beta_1 p_{B2} - 2c_1 z_{B2}); \\
\frac{dg_{B1}}{dt} &= \frac{1}{J_{By}} (l_B \beta_1 (n_1 - n_2) + l_B c_1 (\eta_1 - \eta_2) - 2l_B^2 \beta_1 g_{B1} + 2l_B^2 c_1 \varphi_{B1}); \\
\frac{dg_{B2}}{dt} &= \frac{1}{J_{By}} (l_B \beta_1 (n_3 - n_4) + l_B c_1 (\eta_3 - \eta_4) - 2l_B^2 \beta_1 g_{B2} + 2l_B^2 c_1 \varphi_{B2}); \\
\frac{dp_K}{dt} &= \frac{1}{m_K} (\beta_2 (2p_K - p_{B1} - p_{B2}) + c_2 (2z_K - z_{B1} - z_{B2})); \\
\frac{dg_K}{dt} &= \frac{1}{J_{Ky}} ((-\beta_2 l_K (2l_K g_K - p_{B1} - p_{B2})) - c_2 l_K (2l_K \varphi_K - z_{B1} - z_{B2})),
\end{aligned}$$

де S – відстань, що проходить рухомий склад; t – час; $k_1, k_2, k_3, a_s = \frac{1}{\sigma T_s}, k_r = \frac{L_m}{L_r}, a_r = \frac{1}{\sigma T_r}, k_s = \frac{L_m}{L_s}, \sigma = 1 - k_r k_s, T_s = \frac{L_s}{r_1}, T_r = \frac{L_r}{r_2}, L_r, L_s, r_1, r_2$ – сталі коефіцієнти, які враховують параметри еквівалентного двигуна дизель-поїзда; a_0, a_1, a_2 – сталі коефіцієнти, які характеризують момент навантаження; $\psi_{\alpha 1}, \psi_{\beta 1}$ – проекції на осі α та β потокозчеплень статора еквівалентного двигуна поїзда; $\psi_{\alpha 2}, \psi_{\beta 2}$ – проекції на осі α та β потокозчеплень ротора еквівалентного двигуна поїзда; U_{α}, U_{β} – проекції на осі α та β напруги обмоток статора еквівалентного двигуна поїзда; p_{B1}, p_{B2}, p_K – проміжні змінні для похідних коливань підстрибування візків та кузова вагона; g_{B1}, g_{B2}, g_K – проміжні змінні для похідних галопування візків та кузова вагона; η_i ($i = \overline{1,4}$) – нерівності під колісними парами вагона; n_1, n_2, n_3, n_4 – проміжні змінні, що описують похідні нерівності залізничної колії.

Моделювання моделі коливань (3) проводилося у середовищі MATLAB Simulink з використанням чисельного метода Рунге-Кутта із кроком, що обирається автоматично, та за використання реальних параметрів дизель-поїзда ДЕЛ-02.

На рис. 2, 3 наведено результати моделювання вертикальних коливань візків вагона на швидкості 60 км/год. На рис. 4–5 результати моделювання підстрибування та галопування кузова вагона за різної швидкості рухомого складу, а саме на швидкостях 30, 60 та 90 км/год.

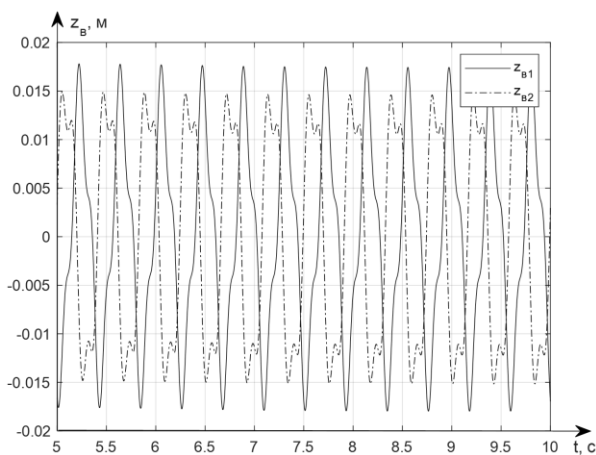


Рис. 2. Графіки підстрибування візків вагона

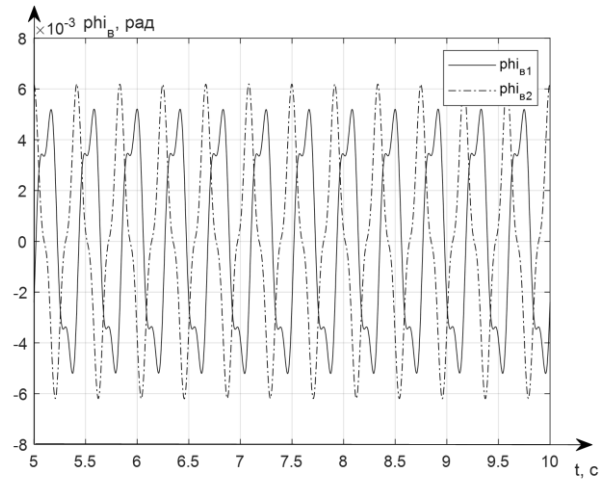


Рис. 3. Графіки галопування візків вагона

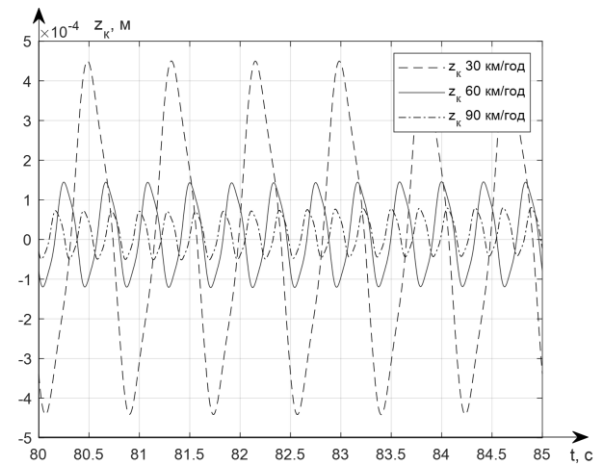


Рис. 4. Графік підстрибування кузова вагона

На рис. 4 видно, що найбільша амплітуда коливань підстрибування спостерігається на швидкості 30 км/год. Зі збільшенням швидкості амплітуда суттєво зменшується, але при цьому частота коливань зростає. Із рис. 5 видно, що за підвищення швидкості руху поїзда амплітуда зміни куту повороту кузова вагона (галопування) також зменшується. При цьому частота коливань зростає і є найбільшою на швидкості 90 км/год. Результати моделювання показали, що амплітуда та частота вертикальних коливань рухомого складу дійсно залежать від швидкості рухомого складу.

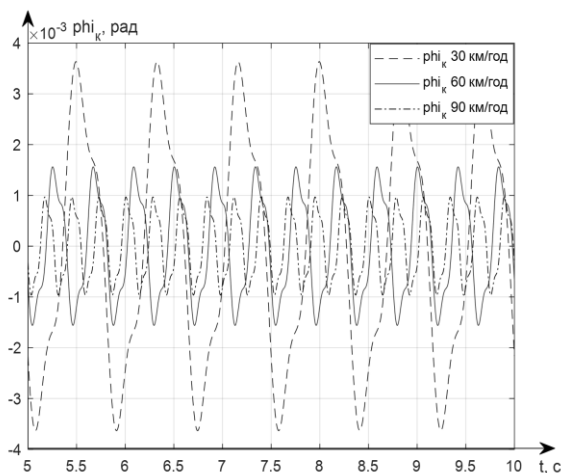


Рис. 5. Графік галопування кузова вагона

Розроблені комплексні математична та імітаційна моделі можуть бути використані для подальшого проведення на ній досліджень коливальних процесів у дизель-поїзді ДЕЛ-02, а також використані у СППР бортових систем керування у поїздах українських залізниць.

Висновки

У статті розглянуто причини виникнення та наслідки вертикальних коливань рухомого складу, а також їх роль проблемі підвищення швидкостей руху поїздів українських залізниць. Підкреслено необхідність доповнення комплексної математичної моделі поїзда моделлю коливань рухомого складу для більш точного проведення на ній розрахунків оптимальних керувань для підвищення комфорту пасажирів, безпеки руху поїздів та оптимізації витрат паливно-енергетичних ресурсів. У роботі розроблено комплексну математичну модель, яка включає в себе роботу еквівалентного двигуна поїзда, вертикальних переміщень (підстрибування) та кутів повороту (галопування) візків та кузова вагона, які залежать від нерівності залізничної колії. На отриманій математичній та імітаційній моделях можна виконувати дослідження залежності коливань рухомого складу від швидкості рухомого складу, якості рейок та показників гасників коливань, наявних у поїзді. В подальшому розроблені моделі можуть бути використані у СППР бортових систем керування у поїздах українських залізниць.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Deutsche Welle. Чи зможуть потяги в Україні розганятись до 350 км на годину URL: <https://www.dw.com/uk/chy-zmozhut-potiahy-v-ukraini-rozghaniatys-do-350-km-na-hodynu/a-56373921>
2. Дмитрієнко В. Д., Заковоротний О. Ю., Мезенцев М. В. Проблеми забезпечення високошвидкісного перевезення пасажирів залізничним транспортом України. Інформатика, управління та штучний інтелект, Харків – Краматорськ, 2021. С. 33-34. URL: <https://repository.kpi.kharkov.ua/items/f6165e73-5cc6-4594-9c3b-05cf4d3b9db2>
3. Сокол Э. Н. Сход с рельсов подвижного состава в прямом участке железнодорожного пути // 36. наук.-практ. матеріалів «Перспективи впровадження технічних засобів безпеки руху на залізницях України». – Судак, 2005. С. 41–42
4. Сокол Э. Н. Крушение железнодорожных поездов (Судебная экспертиза). Монография. – К.: Феникс, 2007. – 355 с.
5. Заковоротный А. Ю. Синтез автоматизированной системы управления подвижным составом на основе геометрической теории управления и нейронных сетей: дис. ... д-ра техн. наук : спец. 05.13.07 Нац. техн. ун-т "Харьков. политехн. ин-т". – Харьков, 2017. – 433 с. URL: <https://repository.kpi.kharkov.ua/handle/KhPI-Press/28330>
6. Заковоротный А.Ю. Моделирование и оптимизация процессов управления движением дизель-поездов / В.Д. Дмитриенко, А.Ю. Заковоротный. – Харьков: НТМТ, 2013. – 248 с. URL: <https://repository.kpi.kharkov.ua/handle/KhPI-Press/45623>
7. Гейко Г. В. Моделі, методи та програмні компоненти бортової комп'ютерної системи дизель-поїзда: дис. ... канд. техн. наук : спец. 05.13.05 : НТУ "ХП". – Харків, 2019. – 135 с. – URL: <https://repository.kpi.kharkov.ua/handle/KhPI-Press/40881>
8. Костриця С. А. Математична модель вагона дизель-поїзда ДПКр-2 / С. А. Костриця, Ю. Г. Соболевська, А. Я. Кузишин, А. В. Батіг // Вісн. Дніпропетр. нац. ун-ту залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна. 2018. – № 1 (73). – С. 15–25.
9. Кузишин А. Я. Удосконалення методів визначення основних динамічних показників моторвагонного рухомого складу на стадії проектування: дис. Доктор філософії : спец. 273 Залізничний транспорт : ДНУЗТ, Дніпро, 2019. – 144 с.
10. Garg, Vijay Kumar, and Rao V Dukkipati. Dynamics of Railway Vehicle Systems. New York: Academic Press, 1984.
11. João Pombo, Jorge A.C. Ambrósio, Miguel T. Silva. A new wheel-rail contact model for railway dynamic.Vehicle systems dynamics. – 2007. – P. 31-49.
12. Wang, X., Lu, Z., Wen, J. et al. Kinematics modelling and numerical investigation on the hunting oscillation of wheel–rail nonlinear geometric contact system. Nonlinear Dyn 107, 2075–2097 (2022). <https://doi.org/10.1007/s11071-021-07103-w>

Received (Надійшла) 05.09.2024

Accepted for publication (Прийнята до друку) 13.11.2024

Mathematical model of vertical oscillations of rolling stock caused by railway track irregularities

Polina Reshetnikova, Oleksandr Zakovorotnyi

Abstract. During the movement of the train along the railway track, the carriages and their components vibrate, which leads to a decrease in the speed of the rolling stock, wear and tear of its parts, and uncomfortable and potentially dangerous situations for passengers. The paper examines the causes and consequences of rolling stock oscillations. A mathematical model of vertical oscillations (jumping and galloping) of the trolleys and the car body caused by the vertical two-humped unevenness of the track was obtained. The developed complex mathematical and simulation models make it possible to study the dependence of these rolling stock fluctuations on the speed of the rolling stock, the quality of the rails and the indicators of the vibration dampers available in the train, and can also be used in the future in decision support systems (DSS) of on-board control systems in railway transport of Ukraine.

Keywords: mathematical modelling, decision support systems, on-board control systems, rolling stock, oscillatory process, jumping, galloping.