УДК 621. 39 + 004.057.4 + 519.21 **doi: 10.26906/SUNZ.2023.4.152**

В. М. Воронець, П. Є. Пустовойтов

Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», Харків, Україна

МОДЕЛЬ ВУЗЛА ЕЛЕКТРОННОЇ КОМУНІКАЦІЇ, ЩО ОБСЛУГОВУЄ TCP-ТРАФІК

Анотація. Важливою актуальною проблемою є аналіз та оцінка ефективності функціонування вузла електронної комунікаційної мережі з урахуванням повторної передачі загублених пакетів. Реальна можливість проведення такого аналізу – побудова адекватної математичної моделі вузла. Метою завдання є відшукання ймовірностей перебування описаної системи на множині станів, знаходження ймовірності відмови системи та ймовірності ініціювання пакету, що стримує трафік. Побудовано модель вузла електронної комунікаційної мережі, яка базується на математичному апараті систем масового обслуговування. Модель враховує зберігання копій переданих пакетів до моменту отримання підтвердження про вдалу доставку, інакше вони знову ставляться у чергу обслуговування. Отримано формули розрахунку ймовірностей станів такої системи.

Ключові слова: електронна комунікаційна мережа, вузол, модель, система масового обслуговування.

Вступ

Розвиток інформаційних технологій зачіпає багато галузей народного господарства, а засобом передачі даних є електронні комунікаційні мережі (ЕКМ). ЕКМ можуть використовувати різну топологію, маршрутизацію, та протоколи передачі даних. Відомі протоколи транспортного рівня TCP та UDP відрізняються тим, що TCP гарантує доставку пакету, а у разі втрати пакету, останній вузол, який зберігає його копію, змушений посилати його повторно, тим самим підвищуючи навантаження на вузол ЕКМ. Підвищення втрат пакетів підвищує трафік за рахунок повторних передач, що, у свою чергу підвищує втрати. Очевидно, що у разі частих невдалих передач копії пакетів будуть накопичуватися, займаючи пам'ять маршрутизатора, що може призвести до ситуації, коли вузол мережі відмовлятиме в прийомі на обслуговування нових пакетів.

Інформацію про те, що пакет даних передався вдало, маршрутизатор дізнається, отримавши від вузла-приймача службовий пакет, що повідомляє про вдале пересилання, тоді копія пакета з пам'яті вилучається, звільняючи місце для пакетів, що надходять [1, 2]. У свою чергу, збільшення пам'яті маршрутизатора знижує кількість відмов, але також призводить до помітного постійного зниження швидкості роботи апарату з передачі пакетів [3].

1. Аналіз літератури та постановка завдання дослідження

Важливою актуальною проблемою є аналіз та оцінка ефективності функціонування вузла електронної комунікаційної мережі з урахуванням повторної передачі загублених пакетів. Реальна можливість проведення такого аналізу – побудова адекватної математичної моделі вузла ЕКМ. Найбільші результати моделювання мереж було отримано з використанням математичного апарату систем масового обслуговування [4].

Розглянемо модель вузла ЕКМ, на вхід якого надходять пакети з джерела з інтенсивністю λ_1. Пакети, що прибули, обслуговуються (передаються наступному вузлу за межами моделі) з інтенсивністю μ_1, а їх копії поміщаються на зберігання у пам’яті вузла ЕКМ до підтвердження про успішну доставку (спеціальний службовий пакет). Після цього пакет із даними видаляється з пам'яті. Задамо інтенсивність видалення пакета з пам'яті у разі успішної передачі - μ_2.

Якщо відправлений пакет не досягає адресата, його резервна копія переміщається у загальну чергу для повторної відправки.

Нехай інтенсивність появи помилок передачі одного пакета дорівнює λ_2.

Пам’ять вузла ЕКМ може вмістити в собі *n* пакетів, серед яких можуть бути як копії вже переданих пакетів, що чекають на підтвердження, так і нові, поставлені до черги на обслуговування (передачу).

Відомо, що інтервали між надходженнями пакетів на вхід вузла, їх передачею, появою помилок та видаленням успішно переданих пакетів, розподілені експонентно [5].

Тоді для аналізу системи може бути використаний математичний апарат систем масового обслуговування [6].

Побудуємо граф станів та переходів описаної системи (рис. 1).

Тут вузлу графу (*i*, *j*) відповідає стан, коли у системі зберігаються *i* копій різних переданих пакетів, що чекають на підтвердження про успішну доставку адресату, та *j* нових пакетів у черзі, що очікують передачі.

Таким чином, метою завдання є відшукання ймовірностей перебування описаної системи на множині станів, знаходження ймовірності відмови системи та ймовірності ініціювання пакету, що стримує трафік [7–9].

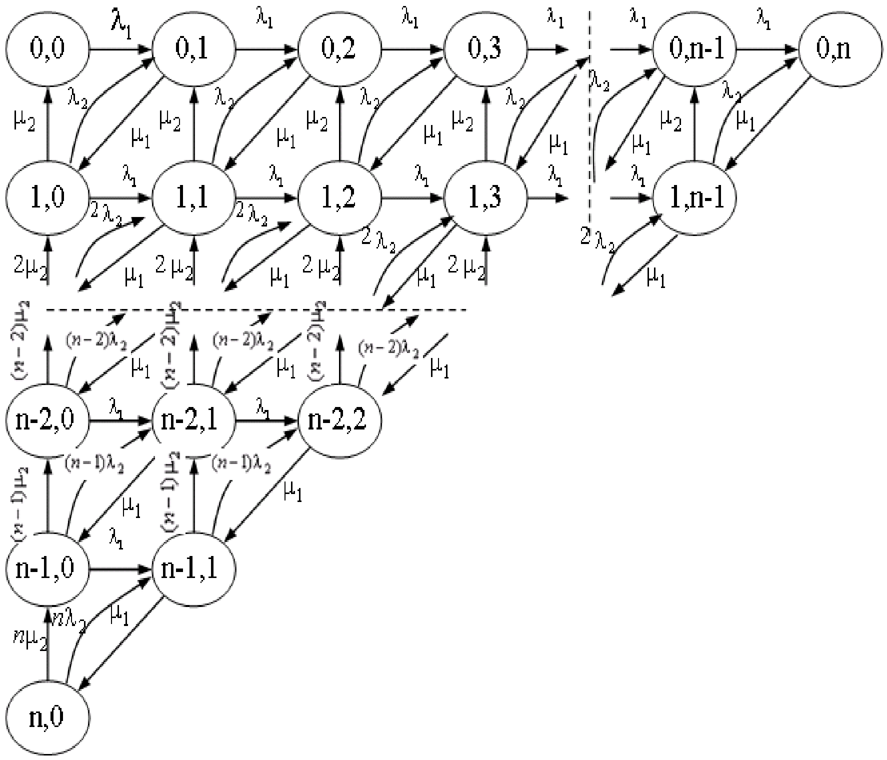

Рис. 1. Граф станів та переходів системи передачі пакетів

2. Основні результати

Розіб'ємо множину станів системи на підмножини в такий спосіб (рис. 2).

У групу E_i потраплять елементи, сума індексів у яких дорівнює i, наприклад,

$$E_0 = \{(0,0)\},\ E_1 = \{(1,0),\ (0,1)\},$$
$$E_2 = \{(2,0),\ (1,1),\ (0,2)\}.$$

Складемо рівняння балансу для отриманого графа:

$$\begin{cases} \mu_{10}P_1 - \lambda_{01}P_0 = 0, \\ \mu_{21}P_2 + \lambda_{01}P_0 - (\lambda_{12} + \mu_{10})P_1 = 0, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \lambda_{n-1,n}P_{n-1} - \mu_{n,n-1}P_n = 0. \end{cases} \quad (1)$$

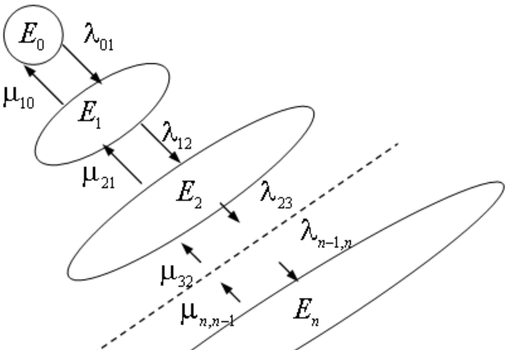

Рис. 2. Граф групованих станів та переходів

Тут P_k - ймовірність перебування системи в груповому стані k, $\mu_{k,k-1}$ - інтенсивність переходів з групового стану k в груповий стан $k-1$, $\lambda_{k,k+1}$ - інтенсивність переходів з групового стану k в груповий стан $k+1$, $k = 0,1,2,...,n$.

Введемо $\hat{P}_{i,k-i}$ - умовну ймовірність перебування системи в i-му стані k-го шару, за умови знаходження в цьому шарі.

Тоді ймовірності переходів між шарами дорівнюють

$$\lambda_{k,k+1} = \sum_{i=0}^{k} \lambda_1 \hat{P}_{i,k-i} = \lambda_1 \sum_{i=0}^{k} \hat{P}_{i,k-i} = \lambda_1, \quad (2)$$

$$\mu_{k,k-1} = \sum_{i=0}^{k} k\mu_2 \hat{P}_{i,k-i} = k\mu_2 \sum_{i=0}^{k} \hat{P}_{i,k-i} = k\mu_2. \quad (3)$$

Перепишемо рівняння балансу з умовою (2)-(3).

$$\begin{cases} \mu_2 P_1 - \lambda_1 P_0 = 0, \\ 2\mu_2 P_2 + \lambda_1 P_0 - (\lambda_1 + \mu_2)P_1 = 0, \\ 3\mu_3 P_3 + \lambda_1 P_1 - (\lambda_1 + 2\mu_2)P_2 = 0, \\ \dots\dots\dots\dots\dots \\ \lambda_1 P_{n-1} - n\mu_2 P_n = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Введемо $z_k = k\mu_2 P_k - \lambda_1 P_{k-1}$.

Виконавши підстановку z_k в (4), отримаємо

$$\begin{cases} z_1 = 0, \\ z_2 - z_1 = 0, \\ z_3 - z_2 = 0, \\ \dots\dots\dots \\ z_n = 0. \end{cases} \tag{5}$$

Звідси знаходимо

$$z_k = k\mu_2 P_k - \lambda_1 P_{k-1} = 0 \,. \tag{6}$$

Використовуючи (6), виразимо ймовірність станів системи через P_0 .

$$P_1 = \frac{\lambda_1}{\mu_2} P_0 \,,$$

$$P_2 = \frac{\lambda_1}{2\mu_2} P_1 = \frac{\lambda_1}{2\mu_2}\frac{\lambda_1}{\mu_2} P_0 = = \frac{\lambda_1^2}{2\mu_2^2} P_0; \,,$$

$$P_3 = \frac{\lambda_1}{3\mu_2} P_2 = \frac{\lambda_1}{3\mu_2}\frac{\lambda_1}{2\mu_2}\frac{\lambda_1}{\mu_2} P_0 = = \frac{\lambda_1^3}{3!\mu_2^3} P_0; \,,$$

. . . .

$$P_k = \frac{\lambda_1}{k\mu_2} P_{k-1} = \frac{\lambda_1^k}{k!\mu_2^k} P_0 , \quad k = 1, 2, ..., n \,.$$

Введемо $\rho = \dfrac{\lambda_1}{\mu_2}$, приведену інтенсивність потоку, що надходить.

За умови нормування $\sum_{i=0}^{n} P_i = 1$ отримаємо

$$P_0 + \rho P_0 + \frac{\rho^2}{2!} P_0 + \frac{\rho^3}{3!} P_0 + ... + \frac{\rho^n}{n!} P_0 = 1 \,,$$

$$P_0 \left(1 + \rho + \frac{\rho^2}{2!} + \frac{\rho^3}{3!} + ... + \frac{\rho^n}{n!} \right) = 1 \,.$$

Оскільки з фізичних міркувань зрозуміло, що $\lambda_1 < \mu_2$ [xx], то для достатньо великого n маємо

$$1 + \rho + \frac{\rho^2}{2!} + \frac{\rho^3}{3!} + ... + \frac{\rho^n}{n!} \approx e^{\rho} \,.$$

Тоді

$$P_0 \approx e^{-\rho} \,.$$

При цьому

$$P_k = \frac{e^{-\rho}\rho^k}{k!} \,,$$

$$k = 0, 1, \; ..., n \,. \tag{7}$$

Таким чином, знайдені ймовірності групових станів системи. Знайдемо тепер розподіл ймовірностей станів усередині кожного шару.

Розглянемо граф станів та переходів для k шару (рис. 3).

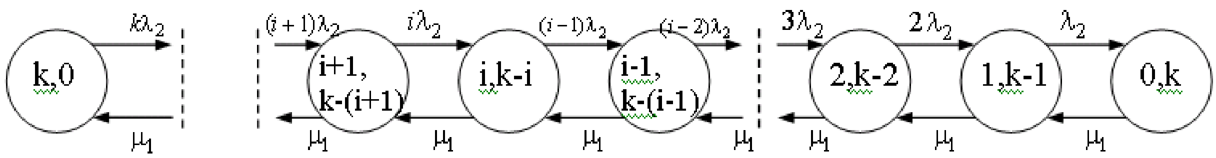

Рис. 3. Граф станів і переходів для *k*-го шару

Складемо рівняння балансу для розглядаємої мережі:

$$\begin{cases} \lambda_2 \hat{P}_{1,k-1} - \mu_1 \hat{P}_{0,k} = 0, \\ 2\lambda_2 \hat{P}_{2,k-2} + \mu_1 \hat{P}_{0,k} - \lambda_2 \hat{P}_{1,k-1} - \\ \qquad - \mu_1 \hat{P}_{1,k-1} = 0, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ (i+1)\lambda_2 \hat{P}_{i+1,k-(i+1)} + \mu_1 \hat{P}_{i-1,k-(i-1)} - \\ \qquad - i\lambda_2 \hat{P}_{i,k-i} - \mu_1 \hat{P}_{i,k-i} = 0, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ k\lambda_2 \hat{P}_{k,0} - \mu_1 \hat{P}_{k-1,1} = 0. \end{cases} \tag{8}$$

Виконаємо підстановку змінних

$$Z_i = i\lambda_2 \hat{P}_{i,k-i} - \mu_1 \hat{P}_{i-1,k-(i-1)} \,,$$

яка систему (8) приводить до вигляду

$$\begin{cases} Z_1 = 0, \\ Z_2 - Z_1 = 0, \\ Z_3 - Z_2 = 0, \\ - - - - - \\ Z_k = 0. \end{cases}$$

Звідси випливає, що $Z_i = 0$, $i = 1,..,k$ і, отже, $i\lambda_2 \hat{P}_{i,k-i} - \mu_1 \hat{P}_{i-1,k-(i-1)} = 0$.

Тоді $\hat{P}_{1,k-1} = \dfrac{\mu_1}{\lambda_2} \hat{P}_{0,k}$,

$$\hat{P}_{2,k-2} = \frac{\mu_1}{2\lambda_2} \hat{P}_{1,k-1} = \frac{\mu_1}{2\lambda_2}\frac{\mu_1}{\lambda_2} \hat{P}_{0,k} = \frac{\mu_1^2}{2!\lambda_2^2} \hat{P}_{0,k}; \,,$$

. . . .

$$\hat{P}_{i,k-i}=\frac{\mu_1}{i\lambda_2}\hat{P}_{i-1,k-(i-1)}=\frac{\mu_1^i}{i!\lambda_2^i}\hat{P}_{0,k};,$$

$$i=1,2,...,k.$$

Введемо $\alpha=\frac{\mu_1}{\lambda_2}$. З умови нормування $\sum_{i=0}^{k}\hat{P}_{i,k-i}=1$ отримаємо

$$\hat{P}_{0,k}+\frac{\alpha}{1!}\hat{P}_{0,k}+\frac{\alpha^2}{2!}\hat{P}_{0,k}+\frac{\alpha^3}{3!}\hat{P}_{0,k}+...+\frac{\alpha^k}{k!}\hat{P}_{0,k}=1,$$

$$\hat{P}_{0,k}\left(1+\frac{\alpha}{1!}+\frac{\alpha^2}{2!}+\frac{\alpha^3}{3!}+...+\frac{\alpha^k}{k!}\right)=1.$$

Аналогічно попередньому, маємо

$$\hat{P}_{0,k}=e^{-\alpha}.$$

При цьому

$$\hat{P}_{i,k-i}=\frac{e^{-\alpha}\alpha^i}{i!},\quad i=1,2\ ...,k.$$

Таким чином, знайдено умовну ймовірність перебування системи в стані $(i,k-i)$ за умови перебування в k шарі.

Тоді безумовна ймовірність знаходження системи може (i,j) дорівнює

$$P_{i,j}=P_{(i+j)}\times\hat{P}_{i,j}=\frac{\rho^{i+j}\alpha^i}{(i+j)!i!}e^{-(\rho+\alpha)}.$$

Висновок

Таким чином, було отримано співвідношення для розрахунку ймовірностей перебування системи на множині станів.

Тоді ймовірність відмови розраховується як ймовірності перебування системи у n шарі

$$P_{від}=\sum_{i+j=n}P_{i,j}=\frac{\rho^n}{n!}e^{-(\rho+\alpha)}\sum_{i=0}^{n}\frac{\alpha^i}{i!}=\frac{\rho^n}{n!}e^{-\rho},$$

а ймовірність викидання вузлом ЕКМ стримуючого пакета [10] дорівнює ймовірності перебування системи в груповому стані, номер якого обчислюється як найменше ціле, яке більше ніж $\lceil 0.8*n\rceil$. Корисно було б запровадити критерій, що визначає середню кількість переданих пакетів в одиницю часу

$$\eta=m(\lambda_1,n)(1-P_{отк}(\lambda_1,\mu_2,n)),$$

де $m(\lambda_1,n)$ - умовна середня кількість пакетів, які вузол потенційно готовий передати за умови відсутності відмови.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. K. Yesmar. TCP/IP and Ethernet Quick Reference Guide: From the OSI Model to port definitions, packet structure and subnetting. 2022. 547p.
2. Larry L Peterson, Lawrence Brakmo, Bruce S Davie. TCP Congestion Control: A Systems Approach. 2022. 138 p.
3. Kamoun, F., Outay, F.: IP/MPLS networks with hardened pipes: service concepts, traffic engineering and design considerations. Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing. 2018. pp. 1-8.
4. Dimitris Bertsimas, David Gamarnik. Queueing Theory: Classical and Modern Methods. 2022. 586p.
5. Ibrahim Hussein, S.A., Zaki, F.W., Ashour, M.M.: Performance evaluation of software-defined wide area network based on queueing theory. IET Netw. 11(3-4), 128–145 (2022). https://doi.org/10.1049/ntw2.12039
6. Harchol-Balter, M. The multiserver job queueing model. *Queueing Syst* 100, 201–203 (2022). https://doi.org/10.1007/s11134-022-09762-x
7. Yang, S., Xu, C., Zhong, L., Shen, J., Muntean, G. M. (2019), "A QoE-Driven Multicast Strategy With Segment Routing–A Novel Multimedia Traffic Engineering Paradigm", IEEE Transactions on Broadcasting, No. 66(1), P. 34-46. DOI: https://doi.org/10.1109/TBC.2019.2932338
8. Petrovska, I. and Kuchuk, H. (2022), "Static allocation method in a cloud environment with a service model IAAS", *Advanced Information Systems*, vol. *6*, *is.* 3, pp. 99–106, doi: https://doi.org/10.20998/2522-9052.2022.3.13.
9. Ткачов В. М., Коваленко А. А., Кучук Г. А., Ні Я. С. Метод забезпечення живучості високомобільної комп'ютерної мережі. *Сучасні інформаційні системи*. 2021. Том 5, № 2. С. 159-165. DOI: https://doi.org/10.20998/2522-9052.2021.2.22
10. Stallings, W. (2015), Foundations of modern networking: SDN, NFV, QoE, IoT, and Cloud, Addison-Wesley Professional, 560 p.

Received (Надійшла) 25.09.2023
Accepted for publication (Прийнята до друку) 29.11.2023

Model of an electronic communication node handling TCP traffic

V. Voronets, P. Pustovoitov

Abstract. An important current problem is the analysis and evaluation of the efficiency of the functioning of the node of the electronic communication network, taking into account the retransmission of lost packets. The real possibility of conducting such an analysis is the construction of an adequate mathematical model of the node. The goal of the task is to find the probabilities of the described system being in multiple states, to find the probability of system failure and the probability of initiating a traffic-blocking packet. It was developed the network node model based on the mathematical tools of the queuing theory. A model takes into account the storage of sent packages copies until the moment of successful delivery confirmation receiving; otherwise they are again enqueued on service. The formulas to estimate the probabilities of system states are got.

Keywords: electronic communication network, node, model, mass service system.