

М. Й. Заполовський, М. В. Мезенцев, О. І. Баленко, М. В. Оліфір

Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», Харків, Україна

ОПТИМІЗАЦІЙНА МОДЕЛЬ ТЯГОВОГО АСИНХРОННОГО ЕЛЕКТРОПРИВОДУ ДИЗЕЛЬ-ПОЇЗДА ТА ЇЇ ДОСЛІДЖЕННЯ

Анотація. Розглянуті підходи до побудови систем керування тяговим асинхронним електроприводом дизель-поїздів. Проведено аналіз математичних моделей та вибір методу синтезу управління системи керування електроприводом дизель-поїзда. В основу оптимізаційної математичної моделі електроприводу покладено алгоритм методу векторного керування. Математична модель електроприводу включає в себе модель тягового двигуна, яка представлена в двофазній ортогональній системі координат, орієнтованій за вектором потокозчеплення ротора та математичну модель руху дизель-поїзда. Для синтезу управління запропоновано використання методу варіаційного числення шляхом рішення загальної задачі Лагранжа. Для знаходження невизначених множників Лагранжа запропоновані методики подолання цього недоліку даного методу. Шляхом моделювання отримано види управління у вигляді аналітичних співвідношень як складових рішення диференціального рівняння - однорідного і вимушеного рівнянь. Проведено дослідження запропонованої моделі як з точки зору її адекватності, так і її можливості застосування для цілей синтезу управління. Результати досліджень надано у вигляді графіків процесів характерних фазових змінних та таблиць.

Ключові слова: система керування, асинхронний електропривод, дизель-поїзд, алгоритми векторного керування, математична модель, закони управління, синтез управління, методи оптимізації, задача Лагранжа, невизначені множники Лагранжа, дослідження.

Вступ

Залізничний транспорт є одним із основних видів транспорту України. Його технічний рівень визначає економічну ефективність перевезень. Оновлення залізничного транспорту передбачає вирішення питань підвищення його надійності, економічності, ефективності і довговічності [1]. Основу локомотивів залізничного транспорту, в тому числі і дизель-поїздів, складає тяговий електропривод.

Як слідує із [2 – 7] перспективним видом тягового електроприводу залізничного транспорту, в тому числі дизель-поїздів, є електропривод змінного струму з використанням тягових асинхронних двигунів (ТАД) і системою векторного керування.

Особливе місце при створенні такого виду електроприводу належить питанням розроблення систем керування електроприводу дизель-поїзда та комплексним дослідженням їх ефективності з точки зору експлуатаційних затрат, особливо економії енергоресурсів та створенні систем керування (синтезу управління), які забезпечують цей процес. Синтез керувань, як правило, здійснюється на основі математичних моделей об'єкту, що досліджується, та відповідних методів оптимізації.

Для технологічних процесів, котрі потребують забезпечення високих динамічних показників якості в перехідних режимах та підтримання потрібної швидкості обертання ротора ТАД, а значить і швидкості руху дизель-поїзда, використовують векторну систему керування електроприводом.

Різні варіанти векторного керування застосовані на електровозах BR185.2 (Німеччина), AVE.S102 (Іспанія), Re484 (Швейцарія), TRAXX (Бельгія); тепловозах SD80MAC (США), Di6, ME10 (Німеччина), Dr16 (Фінляндія) та інших [1 – 5].

Основна ідея векторної системи керування асинхронним двигуном полягає в реалізації розділь-

ного керування потокозчепленням та електромагнітним моментом. Використаємо цю ідею і для синтезу системи керування електроприводу з асинхронним двигуном за умови оптимізації енергетичних витрат в процесі розгону дизель-поїзда, як об'єкта керування.

Постановка задачі і аналіз відомих публікацій. За умови, якщо об'єкт керування описується системою диференціальних рівнянь другого порядку, то для синтезу системи керування можливо застосувати методи варіаційного числення, зокрема рішення загальної задачі Лагранжа або принцип максимуму.

Для об'єктів керування більш високих порядків можливо використати, зокрема, метод аналітичного конструювання регуляторів за критерієм узагальненої роботи.

Однак, із аналізу методів варіаційного числення слідує, що при синтезі управління виникають питання щодо знаходження деяких функцій, які складають структуру допоміжного функціоналу. Це потребує розроблення підходів та моделей для їх визначення.

Із [6, 7] відомо, що при рішенні загальної задачі Лагранжа використовується допоміжний функціонал вигляду:

$$J = \int_{t_0}^T [G + \sum_{j=1}^n \lambda_j(t) \phi_j(t)] dt,$$

де G – функціонал, який мінімізується; $\lambda_j(t)$ – невизначені множники Лагранжа; $\phi_j(t)$ – диференціальні рівняння, що описують систему. Управління знаходяться шляхом рішення рівнянь Ейлера, використовуючи допоміжний функціонал.

В методі принципу максимуму допоміжний функціонал має вигляд:

$$H = \sum_{j=1}^n \Psi_j(t) f_j(x_j, U_j),$$

де $\Psi_j(t)$ – допоміжна функція; $f_j(x_j, U_j)$ – функції, що описують математичну модель системи; x_j – фазові координати; U_j – управління.

В загальному плані

$$\dot{x}_j = f_j(x_j, U_j).$$

Як при рішенні загальної задачі Лагранжа, так і при знаходженні управлінь за допомогою принципу максимуму, основні труднощі виникають для визначення $\lambda_j(t)$ і $\Psi_j(t)$, які, як правило, знаходяться із рішення системи диференціальних рівнянь, де невідомим є початкові умови.

Ця проблема має місце і при рішенні задачі синтезу за допомогою методу аналітичного конструювання регуляторів за критерієм узагальненої роботи.

Питання визначення $\lambda_j(t)$ при синтезі управлінь шляхом рішення загальної задачі Лагранжа знаходяться в сукупності з розробкою математичної моделі об'єкту керування.

Визначення поведінки $\lambda_j(t)$ можливо через відомі значення управлінь. Як правило управління являються функціями від $\lambda_j(t)$ та фазових координат, то можемо вирішити зворотню задачу знаходження поведінки $\lambda_j(t)$ за допомогою моделювання через відомі функції управлінь.

Метою роботи є створення оптимізаційної моделі, що дозволить проводити розроблення системи керування електроприводу дизель-поїзда з використанням методу варіаційного числення шляхом рішення загальної задачі Лагранжа за умови забезпечення заданої якості керування в плані оптимізації енергетичних витрат в процесі його розгону до заданої швидкості за певний час (темпу розгону), а також проведення досліджень та отримання якісних характеристик роботи систем управління в процесі моделювання з використанням пакету MATLAB.

Основна частина

Для розроблення оптимізаційної математичної моделі електроприводу дизель-поїзда використано алгоритм векторного управління асинхронним електроприводом з ТАД, математична модель якого представлена в синхронній системі координат. На відміну від законів формування управлінь – підтримки постійних (заданих) значень потоку і моменту ТАД, як це традиційно використовується в задачах проектування при застосуванні алгоритму векторного управління, в моделі, яка пропонується, знаходяться управління, які мінімізують енергетичні витрати.

Для дослідження синтезованої системи керування використовується математична модель ТАД в синхронній системі координат, яка реалізована заходами пакету MATLAB. Для розрахунку коефіціє-

нтів моделей використано наступні значення параметрів об'єкта керування (дизель-поїзда).

Складеність дизель-поїзда: головних вагонів – 2; причіпних вагонів – 1.

Діаметр колеса по крузі катання – 950 (мм).

Передатне відношення тягового редуктора (i) – 3.69.

Маса порожнього спорядженого вагона: головного дизельного – 70130 кг; причіпного – 40000 кг.

Маса головного вантаженого вагона: при розрахунковому завантаженні – 76030 кг; при номінальному завантаженні – 80000 кг; при максимальному завантаженні – 82000 кг.

Маса причіпного вантаженого вагона: при розрахунковому завантаженні – 54250 кг; при номінальному завантаженні – 59530 кг; при максимальному завантаженні – 63520 кг.

Прискорення вантаженого дизель-поїзда (середнє до швидкості 25 км/год) – 0.5 м/с².

Конструктивна швидкість – 130 км/год.

Параметри тягового електродвигуна АД-906У1:

– максимальна лінійна напруга – 1150 В;

– електромагнітний момент (максимальний) – 4800 Нм;

– фазний пусковий струм (по першій гармонійній), не більш 300 А;

– частота обертання ротора (максимальна) – 2800 хв⁻¹;

Параметри схеми заміщення АД 906У1 при $f_1=50$, Гц;

– індуктивність розсіювання статора ($L_{\sigma s}$) – 1,611*10⁻³ Гн;

– індуктивність розсіювання ротора ($L_{\sigma r}$) – 1,099*10⁻³ Гн;

– активний опір обмотки статора – 0,0831 Ом;

– активний опір обмотки ротора – 0,0676 Ом;

– індуктивність контуру, що намагнічує (L_m) – 0.9172*10⁻³ Гн.

Математична модель ТАД в синхронній системі координат представлена рівняннями електричних кіл статора і ротора в системі координат, що обертається з швидкістю ω_s і приведена у вигляді системи диференціальних рівнянь (1):

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\Psi_{s1}}{dt} = U_{s1} - a_s \Psi_{s1} + a_s k_R \Psi_{r1} + \Psi_{s2} \omega_s, \\ \frac{d\Psi_{s2}}{dt} = U_{s2} - a_s \Psi_{s2} + a_s k_R \Psi_{r2} + \Psi_{s1} \omega_s, \\ \frac{d\Psi_{r1}}{dt} = -a_r \Psi_{r1} + a_r k_s \Psi_{s1} + (\omega_s - \omega) \Psi_{r2}, \\ \frac{d\Psi_{r2}}{dt} = -a_r \Psi_{r2} + a_r k_s \Psi_{s2} - (\omega_s - \omega) \Psi_{r1}, \\ M = \frac{3}{2} p \frac{k_R}{\sigma L_S} (\Psi_{r1} \Psi_{s2} - \Psi_{s1} \Psi_{r2}), \\ \frac{d\omega}{dt} = \frac{p}{J} (M - M_c). \end{array} \right. \quad (1)$$

Тут: ω_s – кутова частота напруги живлення статора ТАД при $p = 1$; ω – кутова швидкість рото-

ра; Ψ_{i1} , Ψ_{s2} , Ψ_{r1} , Ψ_{r2} , U_{s1} , U_{s2} – відповідно проекції векторів потоків статора і ротора та напруги живлення на осі координат; k_s і k_r – коефіцієнти електромагнітного зв'язку відповідно статора та ротора;

$$L_s = L_m + L_{\sigma s}, \quad L_r = L_m + L_{\sigma r}, \quad a_r = \frac{L_m}{L_s}, \quad k_s = \frac{L_m}{L_s},$$

$$k_r = \frac{L_m}{L_r}, \quad \sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r}, \quad T_s = \frac{L_s}{r_1}, \quad T_r = \frac{L_r}{r_2}, \quad a_s = \frac{1}{\sigma T_s},$$

$$a_r = \frac{1}{\sigma T_r}; \quad L_r, L_m, L_s, r_1, r_2 - \text{параметри схеми}$$

заміщення ТАД; T_s і T_r – відповідно електромагнітна постійна часу статора та ротора; δ – повний коефіцієнт розсіювання; p – постійний коефіцієнт ТАД (число пар полюсів); J – момент інерції. Чисельні значення параметрів схеми заміщення ТАД: $L_s = 0,093331$; $L_r = 0,092819$; $k_r = 0,98816$; $k_s = 0,98274$; $T_s = 1,123117$; $T_r = 1,3730621$; $\delta = 0,028896$; $a_s = 30,813233$; $a_r = 25,204152$.

Змінні по осям U_{s1} і U_{s2} визначаються рівняннями (для випадку синусоїдального вигляду напруги на статорі ТАД):

$$U_{s1} = U_M \cos[(\omega_s - \omega_K)t + \phi_K];$$

$$U_{s2} = U_M \sin[(\omega_s - \omega_K)t + \phi_K],$$

де U_M – амплітуда першої гармоніки фазної напруги на статорі ТАД; ω_K – кутова швидкість обертання осей координат; ϕ_K – початкова фаза напруги живлення.

У випадку синхронного обертання осей $\omega_s = \omega_K$ і початкова фаза $\phi_K = 0$, то функції задання напруги – це постійне значення напруги живлення величиною U_M по осі S_1 і нульове по осі S_2 .

Систему рівнянь (1) можливо записати відносно проекцій векторів струмів, якщо врахувати, що:

$$I_{s1} = (a_s \Psi_{s1} - a_s k_R \Psi_{r1}) / R_S; \quad (2)$$

$$I_{s2} = (a_s \Psi_{s2} - a_s k_R \Psi_{r2}) / R_S; \quad (3)$$

$$I_{r1} = (a_r \Psi_{r1} + a_r k_s \Psi_{s1}) / R_R; \quad (4)$$

$$I_{r2} = (a_r \Psi_{r2} + a_r k_s \Psi_{s2}) / R_R. \quad (5)$$

Використовуючи рівняння (2) – (5), які описують проекції струмів через відповідні проекції потоків, систему рівнянь (1) можливо представити в наступному вигляді:

$$\frac{d\Psi_{s1}}{dt} = \Psi_{s2} \omega_k - R_S I_{s1} - U_{s1}; \quad (6)$$

$$\frac{d\Psi_{s2}}{dt} = -\Psi_{s1} \omega_k - R_S I_{s2} - U_{s2}; \quad (7)$$

$$\frac{d\Psi_{r1}}{dt} = (\omega_k - p\omega) \Psi_{r2} - R_R I_{r1}; \quad (8)$$

$$\frac{d\Psi_{r2}}{dt} = -(\omega_k - p\omega) \Psi_{r1} - R_R I_{r2}, \quad (9)$$

де I_{s1} , I_{s2} , I_{r1} , I_{r2} – відповідно проекції векторів струмів обмоток статора і ротора; R_S , R_R – активні опори обмоток статора і ротора.

Рівняння для електромагнітного моменту:

$$M = \frac{3}{2} p \frac{k_R}{\sigma L_S} (\Psi_{r1} \Psi_{s2} - \Psi_{s1} \Psi_{r2}). \quad (10)$$

Процес розроблення оптимізаційної моделі з використанням ідеї алгоритму векторного керування полягає в наступному. Якщо допустити, що швидкість обертання координат співпадає із швидкістю вектору потоку ротора $\omega_k = \omega_\Psi$, то вектор потоку Ψ_r буде на осі 1 (рівняння 8) своїм модулем Ψ_{rm} , а його проекція на вісь 2 (рівняння 5) дорівнює нулю, тобто вектор потокозчеплення ротора буде мати тільки дійсну складову.

Рівняння за умови, що $\omega_k = \omega_\Psi$, приймуть наступний вигляд:

$$\frac{d\Psi_{s1}}{dt} = \Psi_{s2} \omega_\Psi - R_S I_{s1} - U_{s1} \quad (11)$$

$$\frac{d\Psi_{s2}}{dt} = -\Psi_{s1} \omega_\Psi - R_S I_{s2} - U_{s2}; \quad (12)$$

$$\frac{d\Psi_{rm}}{dt} = -R_R I_{r1}; \quad (13)$$

$$(\omega_\Psi - p\omega) \Psi_{rm} + R_R I_{r2} = 0; \quad (14)$$

$$M_d = \frac{mpK_r}{2} \Psi_{rm} I_{s2}. \quad (15)$$

Використовуючи рівняння зв'язку

$$\Psi_r = I_r L_r + I_s L_m; \quad \Psi_s = I_s L_s + I_r L_m, \quad (16)$$

отримаємо:

$$I_r = \frac{1}{L_r} \Psi_r - I_s \frac{L_m}{L_r};$$

$$\Psi_s = I_s L_s + \frac{L_m}{L_r} \Psi_r - I_s \frac{L_m^2}{L_r};$$

$$\Psi_s = I_s L_s' + K_r \Psi_r, \quad (17)$$

$$\text{де} \quad L_s' = L_s - \frac{L_m^2}{L_r}; \quad K_r = \frac{L_m}{L_r}.$$

З урахуванням формул (17) рівняння ТАД приймуть вигляд:

$$\frac{dI_{s1}}{dt} L_s' + K_r \frac{d\Psi_{r1}}{dt} - I_{s2} L_s' \omega_\Psi + R_S I_{s1} + U_{s1} = 0; \quad (18)$$

$$\frac{dI_{s2}}{dt} L_s' + I_{s1} L_s' \omega_\Psi + K_r \Psi_{rm} + R_S I_{s2} + U_{s2} = 0; \quad (19)$$

$$\frac{d\Psi_{rm}}{dt} + \frac{R_r}{L_r} \Psi_{rm} - I_{s1} \frac{L_m R_r}{L_r} = 0; \quad (20)$$

$$\beta \Psi_{rm} - \frac{R_r L_m}{L_r} I_{s2} = 0, \quad (21)$$

де

$$\beta = \omega_p - p\omega.$$

$$M_d = \frac{mpK_r}{2} \Psi_{rm} I_{s2}. \quad (22)$$

В результаті перетворень отримали систему рівнянь, що дозволяє формування електромагнітного моменту ТАД, який є визначальним в системі керування для приведення дизель-поїзда до його руху. Це сукупність рівнянь (20) – (22), яка визначає модуль потокозчеплення і електромагнітний момент, що залежать від управлінь, в якості яких є струми I_{s1} і I_{s2} (проекції вектору струму статорної обмотки ТАД). Крім цього струми I_{s1} і I_{s2} є визначальними для взаємного зв'язку з фазними напругами U_{s1} і U_{s2} . Таким чином отримали математичну модель електроприводу, яка дозволяє виділити управління (струми I_{s1} і I_{s2}) – це рівняння (20) і (22) і окремо модель для формування напруги живлення ТАД в залежності від управлінь (рівняння (18) і (19)). В кінцевому випадку управління – це значення амплітуди і частоти напруги живлення ТАД. Частота напруги живлення визначається на основі рівняння (21) (визначається рівнянням (20) і струмом I_{s2}) і швидкості обертання ротора.

В процесі синтезу управлінь розглядається задача мінімізації енергетичних витрат в процесі розгону дизель-поїзда до заданої швидкості. Для цього використано рівняння швидкості руху V .

За відсутності боксування швидкість руху пропорційна кутовій швидкості обертання ротора двигуна ω . Рівняння руху має вигляд:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{p}{J_T} (M_T - M_o), \quad (23)$$

де M_T – тяговий момент дизель-поїзда; J_T – момент інерції дизель-поїзда; M_o – момент опору руху; $J_T = mR_k^2$; m – маса дизель-поїзда; R_k – радіус колеса.

Тяговий момент дизель-поїзда (утворюють чотири двигуни ТАД):

$$M_T = 4 * M_d * i,$$

де i – передавальне число редуктора.

Момент опору руху згідно правил тягових розрахунків:

$$M_o = R_K W_0 G_H = 9.8 R_K (1.1 + 0.12V) * m. \quad (24)$$

При розрахунковому завантаженні:

$$M_o = 1334.0 + 2.25 \omega. \quad (25)$$

Оскільки тяговий момент формується на виході редуктора, то і швидкість обертання ротора ω_p в математичній моделі повинна враховуватися на виході редуктора в залежності від передавального числа редуктора.

У результаті рівняння руху має вигляд:

$$\begin{aligned} \frac{d\omega_p}{dt} &= \frac{pi}{J_T} (4M_d i - 1334.3 - 2.25\omega_p) = \\ &= 0.0028M_d - 0.00043\omega_p - 0.254. \end{aligned} \quad (26)$$

На рис. 1 – рис. 4 приведені процеси, які характеризують адекватність моделі та динаміку розгону дизель-ПОЇЗДА в продовж часу ($t = 60$ с) в процесі дослідження за умови використання математичної моделі ТАД в синхронній системі координат при відомому законі керування $U/f = \text{const}$ і розрахунковій величині завантаження дизель-поїзда. При цьому фазний струм (рис.1) становив на рівні 250 (А), електромагнітний момент (рис. 2) – 2600 (Нм), ковзання частоти напруги живлення β (рис. 3) – 10 (с^{-1}), модуль потокозчеплення (рис. 4) – 2.2 (В). В процесі розгону дизель-поїзда за час $t = 60$ с при законі управління $U/f = 14$ (В/Гц) досягнута швидкість руху $V = 63$ (км/год) з прискоренням 0.3 ($\text{м}/\text{с}^2$) і величина пройденого шляху становила 497 (м). Ці показники в повній мірі відповідають технічним розрахунковим характеристикам дизель-поїзда, що приведені раніше в даній роботі і дають можливість стверджувати про адекватність моделі і проведення з її допомогою дослідження управлінь в замкнутій системі керування електроприводу на основі ТАД.

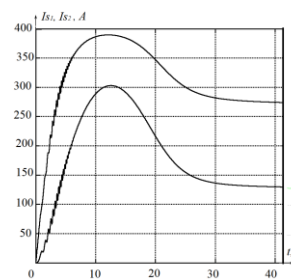


Рис. 1. Графік зміни фазного струму ТАД

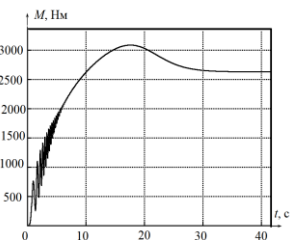


Рис. 2. Графік зміни моменту

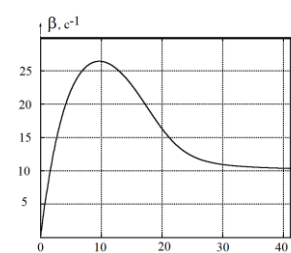


Рис. 3. Графік ковзання частоти напруги живлення

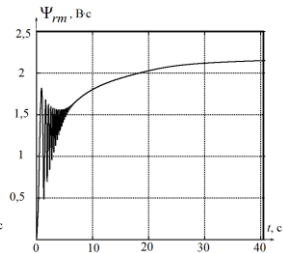


Рис. 4. Графік потокозчеплення

Наступним етапом розроблення оптимізаційної моделі системи керування – це синтез управлінь і їх дослідження. Як слідує із рівняння (26), визначальними змінними для оптимізації процесу розгону дизель-поїзда є електромагнітний момент ТАД, який описується рівнянням (22) та швидкістю обертання ротора (рівняння (26)). В свою чергу електромагнітний момент ТАД визначається через складову струму I_{s2} та модуль вектору потоку Ψ_{rm} , який

можемо вирахувати за допомогою рівняння (20) в залежності від складової струму I_{s1} . Тоді в якості управлінь U_1 і U_2 можемо вибрати складові струму I_{s1} та I_{s2} . Тобто $U_1 = I_{s1}$; $U_2 = I_{s2}$. В результаті математична модель об'єкту управління має вигляд:

$$\frac{d\Psi_{rm}}{dt} + \frac{R_r}{L_r} \Psi_{rm} - U_1 \frac{L_m R_r}{L_r} = 0; \quad (27)$$

$$\frac{d\omega_p}{dt} + 0.00043 \omega_p + 0.254 - 0.0125 \Psi_{rm} U_2 = 0. \quad (28)$$

Із врахуванням значень електричних параметрів схеми заміщення ТАД математична модель електродвигуна представляється у вигляді:

$$\dot{X}_1 + a_1 X_1 - a_2 U_1 = 0; \quad (29)$$

$$\dot{X}_2 + a_3 X_2 + a_4 - a_5 X_1 U_2 = 0, \quad (30)$$

де $\dot{X}_1 = \frac{d\Psi_{rm}}{dt}$; $\dot{X}_2 = \frac{d\omega_p}{dt}$; $X_1 = \Psi_{rm}$; $X_2 = \omega_p$;

$$a_1 = \frac{R_r}{L_r}; \quad a_2 = \frac{L_m R_r}{L_r}.$$

З урахуванням параметрів схеми заміщення ТАД:

$$a_1 = 0.728; \quad a_2 = 0.067; \quad a_3 = 0.00043;$$

$$a_4 = 0.254; \quad a_5 = 0.0125.$$

Оскільки об'єкт керування описується системою нелінійних диференціальних рівнянь другого порядку, де фазовими координатами виступають модуль вектору потокозчеплення ротора тягового двигуна електроприводу та швидкість руху дизель-поїзда, то для знаходження управлінь U_1 і U_2 може бути застосовано метод варіаційного числення шляхом рішення загальної задачі Лагранжа.

Критерій якості (мінімізація енергетичних витрат), як того потребує метод оптимізації, задано у вигляді квадратичного функціоналу.

Фізично управління U_1 , U_2 – це проекції I_{s1} , I_{s2} вектору струму статорної обмотки двигуна на відповідні осі координат.

Функціонал, який мінімізує енергетичні витрати, задається у вигляді:

$$J = \int_{t_0}^T (U_1^2 + U_2^2) dt.$$

Допоміжний функціонал, що включає невизначені множники Лагранжа, записується як:

$$H = (U_1^2 + U_2^2) + \lambda_1 (\dot{X}_1 + a_1 X_1 - a_2 U_1) + \lambda_2 (\dot{X}_2 + a_3 X_2 + a_4 - a_5 X_1 U_2). \quad (31)$$

Використовуючи рівняння Ейлера, управління U_1 і U_2 знаходяться як:

$$U_1 = a_2 \lambda_1 / 2; \quad (32)$$

$$U_2 = a_5 \lambda_2 X_1 / 2, \quad (33)$$

де λ_1 , λ_2 – невизначені множники Лагранжа, які знаходяться із системи диференціальних рівнянь:

$$\dot{\lambda}_1 - a_1 \lambda_1 + (a_5 \lambda_2)^2 X_1 / 2 = 0; \quad (34)$$

$$\dot{\lambda}_2 - a_3 \lambda_2 = 0. \quad (35)$$

Аналіз можливого виду функції λ_1 шляхом рішення рівняння (29) – це сукупність експоненціальних функцій зі своїми постійними інтегрування, які можливо визначити при заданих початкових умовах відповідного диференційного рівняння (в нашому випадку рівняння (29)) – як рішення однорідного рівняння і функції вимушеного рішення рівняння (29), яке визначається видом функції X_1 (модулем потокозчеплення).

В результаті управління U_1 будемо відшукувати в множині суми експоненціальних функцій (складових рішення однорідного рівняння) і складової вимушеного рішення – видом функції X_1 .

Аналіз можливого виду функції λ_2 шляхом рішення рівняння (30) – це сукупність експоненціальних функцій зі своїми постійними інтегрування, які знаходяться із початкових умов диференційного рівняння (30). Тут маємо тільки складову рішення однорідного рівняння (30).

В результаті управління U_2 будемо відшукувати в множині добутку експоненціальних функцій (складових рішення однорідного рівняння) і функції X_1 .

Таким чином управління U_1 і U_2 мають аналогічну структуру. Загальний вид управлінь – це сукупність експоненціальних функцій, які визначаються шляхом рішення відповідного однорідного рівняння, що дає змогу визначити час дії цієї складової, і складової функції X_1 . Це надає нам підстави задати загальну структуру (вигляд) управлінь, не визначаючи шляхом рішення диференціальних рівнянь (29) і (30) функцій λ_1 і λ_2 .

Для вирішення задачі знаходження управлінь пропонується наступний підхід.

Використовуючи математичну модель ТАД, наприклад, в синхронній системі координат, можливо визначити поведінку проекції модуля вектору струму статорної обмотки двигуна згідно відомого закону керування.

Для апробації даного підходу використано закон керування $U/f = \text{const}$ при певному темпі розгону (набору частоти напруги живлення ТАД).

Так, при дослідженні за умови, що $U/f = 15$ В/Гц при темпі набору частоти 1,1 Гц/с, проекції вектору струму на осі координат мають вид, який приведено на рис. 1.

Цей перехідний процес, для кожного із струмів, можливо представити шляхом рішення диференціального рівняння другого порядку:

$$\ddot{y} + b\dot{y} + cy = A,$$

де b , c , A – постійні коефіцієнти.

Результати рішення цього рівняння можливо використовувати як вигляди управлінь U_1 і U_2 в залежності від коефіцієнтів b , c і функції A .

За умови, що

$$y_1 = I_{s1}, \quad y_2 = I_{s2},$$

отримаємо рішення на основі рівнянь:

$$\ddot{y}_1 + b_1 \dot{y}_1 + c_1 y_1 = A_1; \quad (36)$$

$$\ddot{y}_2 + b_2 \dot{y}_2 + c_2 y_2 = A_2. \quad (37)$$

Рішення диференціального рівняння (36):

$$y_1(t) = C_1 e^{k_1 t} + C_2 e^{k_2 t} + y_B,$$

де y_B – вимушена складова рішення диференціального рівняння. В даному випадку вимушена складова знаходиться як (при $A = \text{const}$):

$$y_B = A_1 / c_1.$$

В результаті рішення рівнянь (36) і (37) має вигляд:

$$y_1(t) = e^{-b_3 t} (C_1 e^{-j b_4 t} + C_2 e^{j b_4 t}) + b_5;$$

$$y_2(t) = e^{-b_3 t} (C_1 e^{-j b_4 t} + C_2 e^{j b_4 t}) + b_6,$$

де $b_3 = b_1 / 2$; $b_4 = \sqrt{(b_3 - 4c)}$; $b_5 = A_1 / c_1$;

$$b_6 = A_2 / c_2; \quad b_1 = b_2 = 0.5.$$

В процесі дослідження отримано: $b_1 = b_2 = 0.5$, $c_1 = c_2 = 0.2$; c_1, c_2 – постійні інтегрування, які визначають характер складової рішення однорідного рівняння.

Складові b_5 і b_6 визначають вимушене рішення. За допомогою цих складових задається амплітудне значення управлінь.

В загальному вигляді рішення рівняння (36) визначається як:

$$y_1(t) = b_5 (e^{-b_3 t} \sin(b_4 t) + 1). \quad (38)$$

Аналогічно і для (37).

На рис. 5 і рис. 6 приведено графіки реалізації функції відповідно до рівняння (38) для різних значень складових диференціальних рівнянь (36) і (37).

На рис. 5:

$$y = ((\sin((2 * \pi * t / T_1))) * (D_1 * \exp(-0.25 * t))) + D_2;$$

$$D_1 = D_2 = 100; \quad T_1 = 40.$$

На рис. 6:

$$y = ((\sin((2 * \pi * t / T_1))) * (D_1 * \exp(-0.25 * t))) + D_2;$$

$$D_1 = 300; \quad D_2 = 100; \quad T_1 = 40.$$

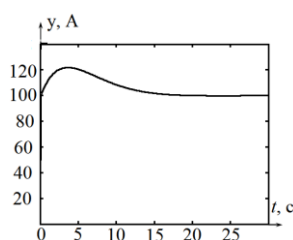


Рис. 5. Графік функції $y(t)$ варіант 1

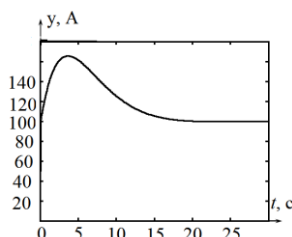


Рис. 6. Графік функції $y(t)$ варіант 2

Значення T_1 визначає період гармонічної функції складової рішення однорідного диференціального рівняння.

Значення D_1 і D_2 визначають вимушені складові рішення диференціальних рівнянь (36), (37) і знаходяться в процесі моделювання за ознакою мінімізації вибраного критерію оптимізації (в нашому випадку мінімізації енергетичних витрат).

Таке представлення управлінь U_1 і U_2 дає можливість проведення оцінки впливу параметрів складових керувань на хід процесу розгону дизель-поїзда.

Оскільки згідно рівняння (38) форма завдання управлінь визначається сумою складових однорідного і вимушеного рішень диференціального рівняння, то результат рішення можливо представити у вигляді:

$$y(t) = B_1 e^{-bt} \sin(\omega t) + B_2 \quad (39)$$

де B_1 , B_2 , b – константи.

При цьому за допомогою B_1 можливо задавати амплітудне значення завдання управління, B_2 – значення вимушеної складової, b – швидкість затухання (визначається з рішення диференціального рівняння).

Крім того при дослідженні можливо задавати і час перехідного процесу однорідної складової, який визначається частотою ω (формула (39)). При програмній реалізації виду сигналу завдання – це представлення однорідної складової як:

$$x = \sin(2\pi / T t),$$

де T – величина можливого періоду протікання перехідного процесу відповідно до складової рішення однорідного рівняння (30).

В нашому випадку при дослідженнях було $T = 40$ с.

При дослідженні системи керування управління U_1 і U_2 формувались шляхом рішення диференціальних рівнянь (31) і (32).

Знаходження λ_1 , λ_2 можливо також і через відомі значення законів управлінь, оскільки закони зміни струмів (управлінь) відповідають і законам зміни множників Лагранжа за умови постійного значення модуля потокозчеплення ротора.

Це дає змогу при такому представленні виділити складові рішення диференціального рівняння (однорідного і вимушеного), а значить і початкові умови для системи диференціальних рівнянь, які описують динаміку поведінки невизначених множників Лагранжа λ_1 і λ_2 .

З іншої сторони закони управління U_1 і U_2 – це проекції I_{s1} і I_{s2} модуля вектору струму на осі координат, використання яких дозволяє визначенню складових модуля вектору напруги живлення U_{s1} і U_{s2} згідно рівнянь (18) і (19). Використання рівняння (21) дає змогу визначити частоту напруги живлення ТАД.

Таким чином, використовуючи можливі зміни проекцій модуля вектору струму згідно рівнянь (31), (32), знаходимо складові модуля вектору напруги живлення ТАД.

Управління, з регулюванням напруги живлення, вимагає формування ортогональних складових вектору напруги (U_M – амплітуда першої гармоніки фазної напруги на статорі ТАД) відповідно до моделі згідно диференційних рівнянь (11) і (12) та її частоти.

Формування складових вектору напруги живлення ТАД виконується з використанням формул (18), (19) за умови стабілізації потоку:

$$U_{s1} = R_s I_{s1} - I_{s2} L_s' \omega_s; \quad (40)$$

$$U_{s2} = R_s I_{s2} + \omega_s \Psi_{rm} \left(\frac{L_s'}{L_m} + K_r \right). \quad (41)$$

Формування частоти ω_s – з (21):

$$\omega_s = A_3 (\beta + p\omega), \quad (42)$$

де $\beta = \frac{R_r L_m}{L_r \Psi_{rm}} I_{s2}$, A_3 – коефіцієнт, за допомогою якого при моделюванні можливо задавати темп набору частоти живлення ТАД.

Сформовані значення частоти напруги живлення і модуль вектору напруги живлення ТАД використовуються як вхідні функції управління в математичній моделі електроприводу дизель-поїзда на основі рівнянь (2) – (6), (21).

Адекватність комп'ютерних моделей на основі системи рівнянь (2) – (6) та математичної моделі з використанням алгоритму векторного керування рівнянь (18) – (22) підтверджується результатами моделювання при використанні закону управління $U/f = \text{const}$ та порівнянні значень характерних змінних (швидкості, прискорення, тягового моменту, фазних струмів та ін.) з розрахунковими при певному завантаженні дизель-поїзда.

Крім того на рис. 7 приведено у вигляді графіків характер процесів зміни електромагнітного моменту M_d .

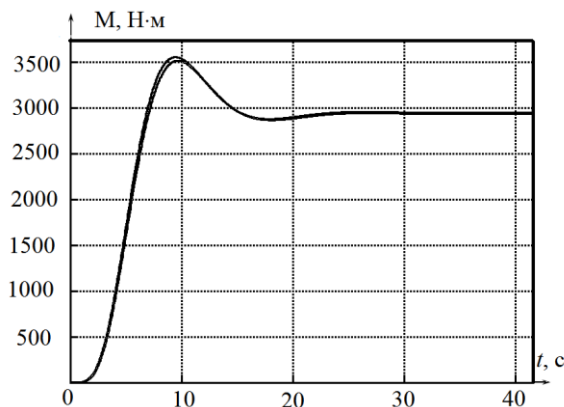


Рис. 7. Графік зміни електромагнітного моменту при дослідженні за допомогою математичних моделей в синхронній системі координат і використанні алгоритму векторного керування

Характер процесів зміни електромагнітного моменту M_d (являється узагальненою характеристикою), формується на основі співвідношення (6) повної (основної) моделі ТАД і співвідношення (18) математичної моделі на основі алгоритму векторного керування.

Графіки практично співпадають, що дає можливість судити про адекватність моделей.

В процесі досліджень характер протікання процесів визначались відповідно до технічних умов за можливою величиною прискорення під час розгону (максимальне прискорення до швидкості 25 км/год становить 0.5 м/с^2). При цьому час розгону $t = 60 \text{ с}$ і кінцева швидкість дизель-поїзда $V = 60 \text{ км/год}$.

В табл. 1 і 2 приведено значення вимушених складових задання управління I_{s1} і I_{s2} згідно виразів (31) і (32), які використані в процесі досліджень.

При цьому $T1 = 40$.

В табл. 2 приведено результати досліджень системи керування за умови використання відповідних управління I_{s1} і I_{s2} в процесі розгону дизель-поїзда в продовж часу, рівному 60 с. Швидкість при цьому не обмежувалась. Порівняння результатів ефективності закону управління оцінювалась значенням величини затраченої енергії на один метр пройденого шляху (P/S). Крім оцінювались отримані значення характерних змінних моделі (швидкість (V), модуль вектору потоку (Ψ_{rm}), ковзання (β), струми (I_{s1}, I_{s2}), електромагнітний момент (M_d), отриманий закон керування (U/f). Згідно такої оцінки (величини затраченої енергії на один метр пройденого шляху) оптимальним варіантом є закон керування (згідно завдання 7), де $I_{s1} = 20 \text{ А}$, $I_{s2} = 210 \text{ А}$. При цьому закон керування в кінцевий момент часу $U/f = 14 \text{ (В/Гц)}$, що не заперечує з відомими результатами натурних досліджень реального об'єкту керування.

В табл. 3 і 4 приведено результати аналогічних досліджень за умови задання управління I_{s1} і I_{s2} , які забезпечують розгін дизель-поїзда до швидкості $V = 60 \text{ км/год}$ та врахування можливого амплітудного значення напруги живлення ТАД.

Згідно технічних умов на ТАД, лінійна напруга живлення U_l становить 1150 В. Амплітудне значення фазної напруги U_f буде становити 940 В, що досягається в кінцевий момент часу ($t = 60 \text{ с}$). Значення величини цієї напруги в табл. 4 відповідає варіанту «б» завдання управління I_{s1} і I_{s2} . При цьому на моделі отримано значення характерних процесів розгону (їх значення, які установились):

- швидкість дизель-поїзда – 60 км/год;
- пройдений шлях – 467 м.;
- модуль вектору потоку – 2.2 (В);
- проекції модуля вектору току статора на відповідні осі координат – 124 А і 268 А;
- електромагнітний момент ТАД – 2621 Н·м;
- використана потужність – $0.778 \cdot 10^7 \text{ (Вт)}$;
- закон розгону $U/f = 14$.

Таблиця 1 – Варіанти завдання управлінь I_{s1} і I_{s2}

Управління	1	2	3	4	5	6	7
I_{s1} (А)	20.0	19.0	20.0	21.0	22.0	22.0	20.0
I_{s2} (А)	220.0	220.0	230.0	220.0	220.0	230.0	210.0

Таблиця 2 – Результати досліджень (темп набору частоти напруги живлення ТАД: $A_3 = 1$)

№ п/п	V, км/год	S, м	Ψ_{rm} , В	β , с ⁻¹	I_{s1} , А	I_{s2} , А	M_d , Нм	P, Вт·с*10 ⁷	P/S * 10 ³
1	66.1	513.7	2.36	9.08	120.0	272.5	2883.0	0.919	17.87
2	62.0	481.8	2.25	9.51	121.8	268.6	2706.0	0.820	17.23
3	68.5	533.2	2.37	9.45	127.4	281.5	2982.0	0.991	18.58
4	70.3	545.9	2.48	8.70	118.9	276.0	3060.0	1.028	18.83
5	74.5	578.4	2.59	8.35	117.7	279.2	3240.0	1.135	19.60
6	77.3	600.3	2.59	8.70	124.5	288.7	3355.0	1.225	20.40
7	63.6	493.9	2.36	8.71	113.2	263.3	2780.0	0.848	17.15

Таблиця 3 – Варіанти завдання управлінь I_{s1} і I_{s2}

Управління	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I_{s1} (А)	18.0	19.0	20.0	21.0	22.0	23.0	24.0	25.0	26.0	30.0
I_{s2} (А)	420	380	348	321	298	278	261	244	231	186

Таблиця 4 – Результати досліджень (V = 60 км/год)

№ п/п	V, км/год	S, м	Ψ_{rm} , В	β , с ⁻¹	I_{s1} , А	I_{s2} , А	M_d , Н·м	P, Вт·с*10 ⁷	U/f, В/Гц
1	60.09	474.0	1.83	18.14	235.5	319.0	2570	0.948	11.90
2	60.06	471.9	1.88	15.09	202.8	309.3	2582	0.892	12.25
3	60.1	470.7	1.95	13.79	177.1	300.0	2598	0.853	12.65
4	60.1	469.5	2.02	12.24	156.0	289.0	2608	0.823	13.10
5	69.01	467.7	2.1	10.94	138.0	278.5	2615	0.797	13.57
6	59.99	466.7	2.19	9.87	124.5	268.5	2621	0.778	14.07
7	60.08	466.6	2.26	8.98	113.5	259.2	2631	0.766	14.58
8	59.99	465.3	2.35	8.20	103.7	250.0	2632	0.751	15.1
9	60.1	465.6	2.44	7.54	96.0	241.7	2641	0.744	15.64
10	58.5	461.7	2.50	5.10	65.0	184.2	2000	0.699	15.0

В процесі досліджень за умови мінімізації енергетичних витрат визначаємо закон керування у вигляді

$$U/f = \text{var}$$

на періоду дії складової рішення однорідного рівняння Y_0 , де

$$Y_0 = \sin(2 \cdot \pi \cdot t / T_1) \cdot (D_1 \cdot \exp(-0.25 \cdot t));$$

$$U/f = \text{const} -$$

в подальшому в процесі розгону, що визначається вимушеною складовою.

Висновки

1. Розглянуті підходи до побудови систем керування тяговим асинхронним електроприводом дизель-поїздів.

Проведений аналіз методів використання систем керування електроприводом з точки зору їх ефективності. Встановлено, що в зв'язку з тим, що найбільш оптимальною з точки зору забезпечення динамічних показників та швидкодії є векторна система керування, то алгоритм методу векторного керування може бути покладено в основу розробки

оптимізаційної математичної моделі електроприводу дизель-поїзда.

2. Проведено аналіз математичних моделей електроприводу з ТАД та розроблення математичної моделі системи управління тяговим електроприводом з векторним керуванням. Отримано математичну модель руху дизель-поїзда за умови ступеня завантаженості в процесі його розгону до заданої швидкості, яку можливо використати для здійснення синтезу управління системи керування.

3. Наведена система диференціальних рівнянь, яка включає в себе математичну модель ТАД в двофазній ортогональній системі координат, орієнтованій за вектором потокозчеплення ротора, та математичну модель руху дизель-поїзда, які надають математичний опис, необхідний для виконання синтезу управління електроприводу змінного струму з використанням сучасних методів оптимізації.

4. Виходячи із структури математичної моделі системи керування для синтезу управління запропоновано використання методу варіаційного числення шляхом рішення загальної задачі Лагранжа. В якості функціонала, що оптимізується, розглядається квадратичний функціонал, який задовольняє вимоги мінімізації енергетичних витрат в процесі розгону дизель-поїзда.

5. У зв'язку з тим, що синтез управлінь за допомогою рішення загальної задачі Лагранжа передбачає знаходження невизначених множників Лагранжа (в загальному плані часових функцій) на основі рішення систем диференціальних рівнянь, в яких невідомі початкові умови, запропоновані методики подолання цього недоліку даного методу.

6. Шляхом моделювання отримано види управління за умови використання відомого закону керування $U/f = \text{const}$, що дало змогу знайти аналітичні співвідношення у вигляді типових складових рішення диференціального рівняння, як рішення однорідного і вимушеного рівнянь і, використовуючи змінні (параметри) співвідношень, знаходити управління шляхом моделювання, які задовольняють вимогам мінімізації енергетичних витрат.

7. Проведено дослідження запропонованої моделі як з точки зору її адекватності, так і її можливості застосування для цілей синтезу управління, що забезпечують мінімізацію енергетичних витрат. Результати досліджень надано у вигляді графіків процесів характерних фазових змінних та таблиць, в яких наведені числові значення характерних змінних системи керування в залежності від структури сигналів управління.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Басов, Г.Г. Развитие электричного моторвагонного рухомого складу. Ч.2. / Г.Г. Басов, С.І. Яцько. – Харків: «Апекс+», 2005. – 248 с.
2. Blaschke, F. The principle of field orientation as applied to the new transvector closed loop control system for rotating field machines / F. Blaschke // Siemens Review. – 1972. – Vol. 34. – P. 217-220.
3. Yatsko, S. Comprehensive approach to modeling dynamic processes in the system of underground rail electric traction / S. Yatsko, B. Sytnik, Y. Vashchenko, A. Sidorenko, B. Liubarskyi, I. Veretennikov, M. Glebova // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2019. – № 1/9 (97). – P. 48-57.
4. Толочко, О.І. Моделювання електромеханічних систем. Математичне моделювання систем асинхронного електроприводу: навчальний посібник / О.І. Толочко. – Київ, НТУУ «КПІ», 2016. – 150 с.
5. Шеремет О. І. Синтез автоматизованих електромеханічних систем на базі дискретного часового еквайзера / О. І. Шеремет // Вісник національного технічного університету «ХПІ». Збірник наукових праць. Серія: Проблеми автоматизованого електроприводу. Теорія і практика. – Х.: НТУ «ХПІ». – 2013. – №36 (1009). – С. 110–111.
6. Заполовський М.Й. Синтез управлінь для оптимізації динамічних процесів електроприводу змінного струму / М.Й. Заполовський, В.В. Скорodelов, М.В. Мезенцев // Системи управління, навігації та зв'язку. – Випуск 4(50). Полтава. 2018. С. 38-41.
7. Заполовський М.Й. Математична модель для синтезу управлінь електроприводом змінного струму / М.Й. Заполовський, В.В. Скорodelов, М.В. Мезенцев // Системи управління, навігації та зв'язку. – Випуск 5(57). Полтава. 2019. С. 16-21.

Received (Надійшла) 23.06.2023

Accepted for publication (Прийнята до друку) 30.08.2023

Optimization model of traction asynchronous electric drive diesel train and its research

M. Zapolovskyi, M. Mezentsev, O. Balenko, M. Olifir

Abstract. Approaches to the construction of control systems for the traction asynchronous electric drive of diesel trains are considered. The analysis of mathematical models and the selection of the method of synthesis of the controls of the electric drive control system of the diesel train were carried out. The optimization mathematical model of the electric drive is based on the algorithm of the vector control method. The mathematical model of the electric drive includes a model of the traction motor, which is presented in a two-phase orthogonal coordinate system, oriented along the vector of the rotor flux coupling, and a mathematical model of the movement of a diesel train. For the synthesis of controls, it is proposed to use the method of variational calculus by solving the general Lagrange problem. Techniques for overcoming this shortcoming of this method are proposed for finding undetermined Lagrange multipliers. By means of modeling, the types of controls in the form of analytical ratios are obtained as components of the solution of the differential equation - homogeneous and forced solutions. The study of the proposed model was carried out both from the point of view of its adequacy and its applicability for the purposes of the synthesis of management. The research results are presented in the form of graphs of processes of characteristic phase variables and tables.

Keywords: control system, asynchronous electric drive, diesel train, vector control algorithms, mathematical model, control laws, control synthesis, optimization methods, Lagrange problem, uncertain Lagrange multipliers, research.