

М. Д. Кацман<sup>1</sup>, В. І. Мацюк<sup>2</sup>, В. К. Мироненко<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Акціонерне товариство «Українська залізниця», Київ, Україна

<sup>2</sup> Національний університет біоресурсів і природокористування України, Київ, Україна

<sup>3</sup> Державний університет інфраструктури та технологій, Київ, Україна

## МОДЕЛЮВАННЯ НАДІЙНОСТІ ТРАНСПОРТУ В ЕКСТРЕМАЛЬНИХ УМОВАХ ФУНКЦІОНУВАННЯ ЯК СИСТЕМИ МАСОВОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ З ПРІОРИТЕТАМИ

**Анотація.** В статті представлено імітаційну модель системи масового обслуговування з чергою і відносним пріоритетом, яка може використовуватися для управління надійністю транспортних систем в умовах ресурсних обмежень. Розроблена імітаційна модель поєднує агентний та дискретно-подієвий принципи симуляції і дозволяє вивчати системи масового обслуговування в частині встановлення закономірностей: імовірностей (обслуговування, відмови, виштовхування), затримок часу (перебуванням у черзі, під обслуговуванням), розмірів черги, порядку формування черги при надходженні вимог різного пріоритету. В результаті досліджень отримані залежності: імовірності обслуговування вимог вищого пріоритету залежно від інтенсивностей їхнього надходження та обслуговування; імовірності обслуговування вимог нижчого пріоритету залежно від інтенсивності обслуговування та обслуговування вимог вищого пріоритету; імовірності «виштовхування» зі СМО вимог нижчого пріоритету вимогами вищого пріоритету залежно від інтенсивностей обслуговування та надходження вимог високого пріоритету.

**Ключові слова:** транспортна система, агентне моделювання, імітаційне моделювання, системи масового обслуговування, абсолютний пріоритет, інтенсивності обслуговування і надходження, імовірності обслуговування і виштовхування, імовірність обслуговування вимог.

### Вступ

Математична теорія масового обслуговування знайшла широке застосування при моделюванні функціонування реальних систем, інформаційних [1], обчислювальних, енергетичних, медичних [2], біологічних [3], транспортних [4, 5] та інших.

В сфері транспорту застосування методів теорії масового обслуговування є достатньо традиційним, але події агресивної війни росії, яку вона веде проти України протягом 2022-23 років, змушують по-новому формулювати практичні задачі, які розв'язуються з застосуванням цих методів, зокрема в системах масового обслуговування (СМО) з пріоритетами.

Військові дії в Україні неодноразово мали метою руйнування залізничної інфраструктури. З історичних та технологічних причин на українських залізницях для перевезень використовувалося електровозів майже у 4 рази більше, ніж тепловозів. При такій диспропорції тепловози не можуть замінити весь парк електровозів, необхідний для виконання усіх перевезень на електрифікованих лініях, у разі, якщо на цих припиняється електропостачання. Так само, неможливо перевести всі поїзди із зруйнованих електрифікованих ліній на не електрифіковані лінії, у зв'язку з визначеною географією перевезень між відправниками та одержувачами.

Тоді виникали «задачі з пріоритетами» - наприклад, на який маршрут який поїзд відправляти, якщо пропускна здатність маршруту та кількість локомотивів певного типу обмежені. При цьому пріоритетність відправлення поїздів може визначатися за різними критеріями, окремо для пасажирських і вантажних перевезень.

Пріоритети пасажирських перевезень можна визначити, наприклад, як військові перевезення особового складу, першочергову термінову евакуацію, а

решти пасажирських поїздів, можливо, співвідношенням вартості усіх проданих квитків на поїзд до часу, який лишився до часу його прибуття на станцію призначення. При вантажних перевезеннях найвищі пріоритети мають особливо важливі вантажі для державної та оборонної мети, а решту вантажів можна пріоритизувати співвідношенням вартості цих вантажів до часу, який є в наявності для їх доставки до станції призначення. З урахуванням визначених пріоритетів, від вищого до нижчого, повинні прийматися рішення щодо використання обмеженого парку локомотивів для відправлення поїздів відповідних пріоритетів. Обґрунтованість та швидкість цих рішень тільки зростає, якщо застосувати математичний апарат оптимізації СМО з пріоритетами.

У таких СМО, якщо у черзі знаходяться вимоги з різними пріоритетами, то раніше обслуговуються вимоги з вищим пріоритетом. Пріоритети можуть бути абсолютними чи відносними. У СМО з абсолютними пріоритетами обслуговування вимоги нижчого пріоритету перериваються, якщо у цей час надійшла вимога вищого пріоритету. Вимога обслуговування, якою було перервано, повертається у чергу та дообслуговується чи обслуговується заново тільки тоді, коли у черзі не залишається вимоги вищого пріоритету.

У СМО з відносними пріоритетами вимога, яка надійшла у канал обслуговування, завжди обслуговується до кінця, навіть якщо у цей час надійшла вимога з вищим пріоритетом.

Окремої уваги заслуговують СМО, в яких інтенсивності обслуговування і надходження вимог вищого пріоритету малі. Тобто інтервали часу між вимогами у вхідному потоці і терміни часу обслуговування таких вимог великі. Наприклад, при всій їхній непередбачуваності, відомо, що інтервали часу між ударами, що руйнують інфраструктуру, а тривалість

її відновлення відносно великі, порівняно з інтервалами між поїздами та тривалістю перевезень в нормальних, мирних умовах. Тоді пріоритетними стають саме перевезення, пов'язані з відновленням інфраструктури, і саме для забезпечення цих перевезень спрямовуються локомотиви та інші ресурси.

У кожному пріоритеті може бути окремий список ранжированих вимог і своя черга. Вимоги із списку нижчого пріоритету обслуговуються тільки після останньої вимоги із списку вищого пріоритету. Для усіх вимог передбачається, що процеси надходження вимог незалежні, пуассоновські і не залежать від тривалостей обслуговування.

СМО із пріоритетами достатньо вивчалися протягом тривалого часу. За допомогою апарату перетворень Лапласа отримано залежності щодо визначення характеристик таких СМО для різних дисциплін обслуговування [6]. При дослідженні СМО з різними пріоритетами – пріоритетами без переривання обслуговування і з перериванням обслуговування та дообслуговування – отримано залежності щодо знаходження середнього часу очікування у черзі, середнього часу перебування у системі вимог  $k$ -го пріоритету [7].

У монографії [8] за допомогою середі розробки імітаційних моделей MathLab Simulinc (із бібліотеками SimEvent і StateFlaw) досліджувалась частково модифікована СМО. Показано, що за допомогою динамічних пріоритетів одноразово підвищується пріоритет безпріоритетної заявки, при цьому ймовірність обслуговування цих заявок збільшується. Однак така характеристика СМО як ймовірність обслуговування потоку вхідних заявок зменшується, оскільки безпріоритетні заявки обслуговуються довше за пріоритетні.

За допомогою середі розробки імітаційних моделей (AnyLogic, із бібліотеками Java SE) та інструментів теорії масового обслуговування, агентного і дискретно-подієвого принципів проводились дослідження технологічних ризиків та відмов у транспортних та логістичних системах [9, 10]. У результаті встановлена закономірність впливу кількості каналів обслуговування на середню інтенсивність обслуговування заявок при незмінній сумарній інтенсивності надходження та обробці заявок у системі. Однак у даних дослідженнях не враховувалась пріоритетність заявок.

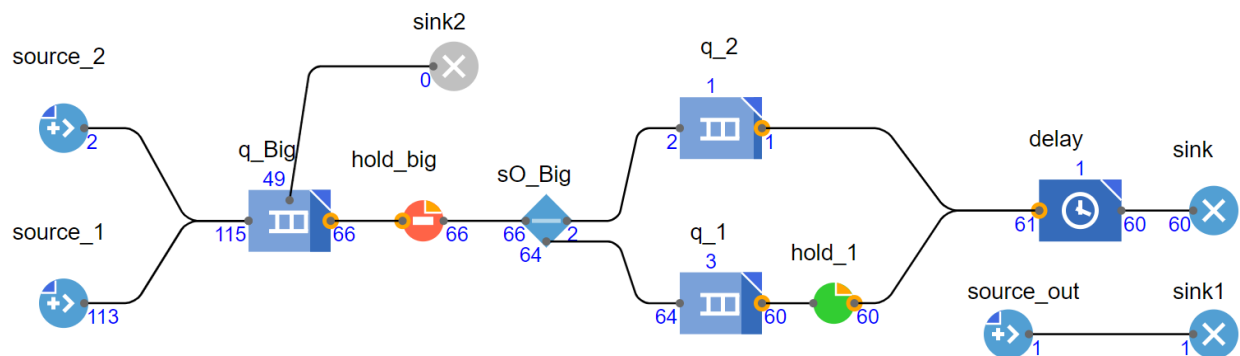


Рис. 1. Головне вікно імітаційної моделі в середовищі AnyLogic

Для можливості формування пріоритетності вимог на основі базового класу агентів *Entity* створено

У роботі [11] запропоновані методи теорії масового обслуговування марковського та немарковського типів для моделювання протидії персоналу охорони зловмисній групі з випадковою кількістю злочинців у групі та різними способами організації дій такого персоналу. А у дослідженнях [12] розглядаються математичні моделі системи масового обслуговування, що моделюють процеси нештатних ситуацій при перевезенні небезпечних вантажів залізничним транспортом, а також процеси ліквідації екологічно небезпечних наслідків таких подій.

У даній роботі досліджується система масового обслуговування з чергою і відносним пріоритетом на вхід якої надходять вимоги вищого і нижчого пріоритетів з інтенсивностями  $\lambda_n, \lambda_L$ , терміни обслуговування вимог показові з інтенсивностями  $\mu_n, \mu_L$ . Вимога вищого пріоритету, яка надійшла у СМО, «виштовхує» вимогу вищого пріоритету після закінчення її обслуговування й займає місце перед нею, якщо вона стоїть у черзі на обслуговування. Вимога нижчого пріоритету, яка була виштовхнута, залишає СМО без обслуговування, якщо у черзі місце немає, а якщо місце є, то вона стає у чергу, якщо місце існує.

Особливістю пропонованого експерименту, проведеного з метою дослідження функціонування моделі є те, що на її вхід надходить потік подій, які мають негативні наслідки, що суттєво впливають на функціонування цієї моделі (наприклад, зменшують інтенсивність обслуговування в системі). Потік цих «негативних» подій (потік вищого пріоритету) має низьку інтенсивність у порівнянні з потоком нижчого пріоритету й потребує значний час для обслуговування вимог цього потоку.

Складність реалізації аналітичних методів теорії систем масового обслуговування обумовлюють об'ємні форми математичного допису функціонування СМО. Тому при розв'язанні поставленого наукового завдання доцільно використання методів комп'ютерної симуляції.

## 1. Розробка імітаційної моделі СМО із пріоритетними вимогами

Модель розроблено на основі дискретно-подієвого та агентного принципів. При розробці моделі використовувались стандартні блоки бібліотеки *Process Modeling Library*.

популяцію агентів (вимог) *MyAgent* із доданим параметром *priority*.

При моделюванні кожній новій вимозі буде при-  
власнюватись рівень пріоритету:

$priority = 2,0$  – вимоги вищого пріоритету із зна-  
ченням параметру;

$priority = 1,0$  – вимоги нижчого пріоритету із  
значенням параметру.

Симуляція надходження та обслуговування ви-  
мог починається з блоків  $source\_1$  та  $source\_2$ , які фо-  
мують вимоги нижчого та вищого пріоритетів від-  
повідно. При виході згенерованих агентів (вимог) з  
блоків  $source$  параметру  $priority$  присвоюється зна-  
чення рівню пріоритетності вимог:

для агентів (вимог) нижчого пріоритету:

«agent.priority = 1;»;

для агентів (вимог) вищого пріоритету:

«agent.priority = 2;».

Далі агенти (вимоги) потрапляють до загальної  
черги  $q\_Big$ . Даний елемент використовуються для  
формування загальної черги із вимог, що будуть  
прийматись СМО, та обробляться в ній. Черга  $q\_Big$   
не є елементом СМО, що досліджується, і знахо-  
диться за межами СМО.

Черга в елементі  $q\_Big$  формується за загальним  
принципом FIFO («*first in, first out*») із врахуванням  
пріоритетності вимог та модельного часу генерації  
вимоги. Тобто принцип FIFO використовується в ме-  
жах вимог вищого та нижчого пріоритетів. Для вери-  
фікації процесу формування черги вся інформація  
про перебування вимог виводиться у текстове поле:  
чим вище запис у візуальному відображенні форму-  
вання черги (рис. 2), тим ближче знаходиться вимога  
до виходу з блоку  $q\_Big$ . Інформація про всі вимоги  
представлена у вигляді: «*порядковий номер генерації  
вимоги | рівень пріоритету вимоги | модельний час  
генерації вимоги*».

формування черги з вимог вищого пріоритету	59   2.0   46.25755548555329
	62   2.0   48.1663569634813
	63   2.0   48.453920530276484
	65   2.0   49.55600857118395
	66   2.0   50.80820062272476
	67   2.0   51.056665195592
	69   2.0   52.57789533847726
формування черги з вимог нижчого пріоритету	23   1.0   18.74180565204156
	24   1.0   19.891553009613112
	27   1.0   22.500494831050226
	30   1.0   22.946753825482073
	31   1.0   23.632296483761976
	32   1.0   25.13147214439839
	35   1.0   27.67875914479366

Рис. 2. Візуальне відображення формування черги  
у блоці  $q\_Big$

Оскільки в самій СМО кількість місць в черзі  
обмежена, задіяний механізм сепарації вимог за пріо-  
ритетом і формування окремих черг із вимог за ви-  
щим і нижчим пріоритетами відповідно (блоки  $q\_2$  та  
 $q\_1$ ). Сепарація вимог здійснюється елементом  
 $sO\_Big$ . Проходження вимог із загальної черги  $q\_Big$   
до черги СМО здійснюється за допомогою блоку  
типу  $hold$  ( $hold\_big$ , рис. 1). Алгоритм реалізується  
через *Java*-код за допомогою вбудованої функції  
 $fun\_hold\_big()$ :

```
«if ((q_2.size() + q_1.size()) < places){
    hold_big.unlock();
}»
```

Функція  $fun\_hold\_big()$  реалізується при кож-  
ному надходженні будь-якої вимоги до черги  $q\_Big$   
або блоку  $delay$ . Алгоритм функції  $fun\_hold\_big()$  пе-  
ревіряє загальну кількість вимог у черзі СМО, і якщо  
кількість вимог менша за встановлену кількість місць  
у черзі ( $places$ ), то розблоковується блок  $hold\_big$   
(процедура  $hold\_big.unlock()$ ).

В моделі також реалізовано алгоритм прохо-  
дження агентів (вимог) у середину системи «за пріо-  
ритетом» і виштовхування за межі системи агентів  
(вимог) нижчого пріоритету агентами (вимогами) ви-  
щого пріоритету. Зазначений алгоритм реалізовано  
за допомогою блоків типу  $hold$  ( $hold\_1$ ) та додаткової  
функції  $fun\_Logic\_HighPr()$  із *Java*-кодом:

```
«if ((q_2.size() + q_1.size()) =
= places && q_1.size() > 0){
    if (q_Big.size() > 0 &&
    q_Big.get(0).priority == 2){
        q_1.remove(q_1.get(0));
        source_out.inject(1);
        hold_big.unlock();
    }
}»
```

За алгоритмом, у випадку надходження до СМО  
агенту (вимоги) вищого пріоритету та при відсутно-  
сті вільних місць у черзі СМО, агент (вимога) ни-  
жчого пріоритету «виштовхується» із черги СМО  
(блоку  $q\_1$ ) та замінюється відповідним агентом (ви-  
могою) вищого пріоритету з загальної черги (блоку  
 $q\_Big$ ).

Для симуляції обробки агентів (вимог) викорис-  
товується блок  $Delay$  із одним місцем (одним прила-  
дом обслуговування). Агенти (вимоги) вищого пріо-  
ритету обслуговуються в першу чергу та поступають  
одразу з блоку  $q\_2$  до блоку  $Delay$  без затримок.

Надходження агентів (вимог) нижчого пріори-  
тету регулюється функціонально за допомогою  
блоку  $hold\_1$  та функції  $fun\_Logic\_LowPr()$  із *Java*-  
кодом:

```
«if (q_2.size() == 0 && q_1.size() > 0){
    hold_1.unlock();
}»
```

При проходженні агентом (вимогою) блоку  
 $hold\_1$  за допомогою *Java*-коду блок  $hold\_1$  блоку-  
ється:

```
«hold_1.block();»
```

Під час моделювання збираються дані щодо імо-  
вірності обслуговування або виштовхування вимог за  
загальним принципом:

$$\xi = \frac{\sum N_{i,success}}{\sum N_i},$$

де  $\sum N_{i,success}$  – кількість  $i$ -х подій, що були оброб-  
лені в системі, або витиснені із системи;

$\sum N_i$  – загальна кількість  $i$ -х подій, згенерованих  
під час моделювання.

Крім того формується статистична інформація  
щодо середнього розміру черг та часу перебування  
вимог у системі масового обслуговування під обслу-  
говуванням або очікуванням.

## 2. Результати експериментів та обговорення результатів

Для дослідження закономірностей формування черг та імовірностей обслуговування у системі проведено серію експериментів на чутливість моделі, де параметром, що змінюється, є вхідний потік вимог вищого пріоритету ( $\lambda_H \in [0,001; 0,5]$ ) при різних значеннях інтенсивності їхнього обслуговування ( $\mu_H \in [0,001; 0,5]$ ). Інші вихідні дані експериментів подані у табл. 1.

Таблиця 1 – Вихідні параметри експериментів

Параметр моделювання	Умовна позначка	Діапазон значень	Щільність розподілу
Інтенсивність надходження вимог вищого пріоритету (High)	$\lambda_H$	0,001 – 0,5; крок 0,001	експонентний
Інтенсивність надходження вимог нижчого пріоритету (Low)	$\lambda_L$	0,5 – const	експонентний
Інтенсивність обслуговування вимог вищого пріоритету (High)	$\mu_H$	0,001 – 0,5; крок 0,1	експонентний
Інтенсивність обслуговування вимог нижчого пріоритету (Low)	$\mu_L$	0,5 – const	експонентний
Кількість каналів обслуговування		1	
Кількість місць в черзі СМО		4	
Кількість пріоритетів		2	
Одиниця модельного часу		година	
Тривалість модельного часу		6 місяців (4392 години)	

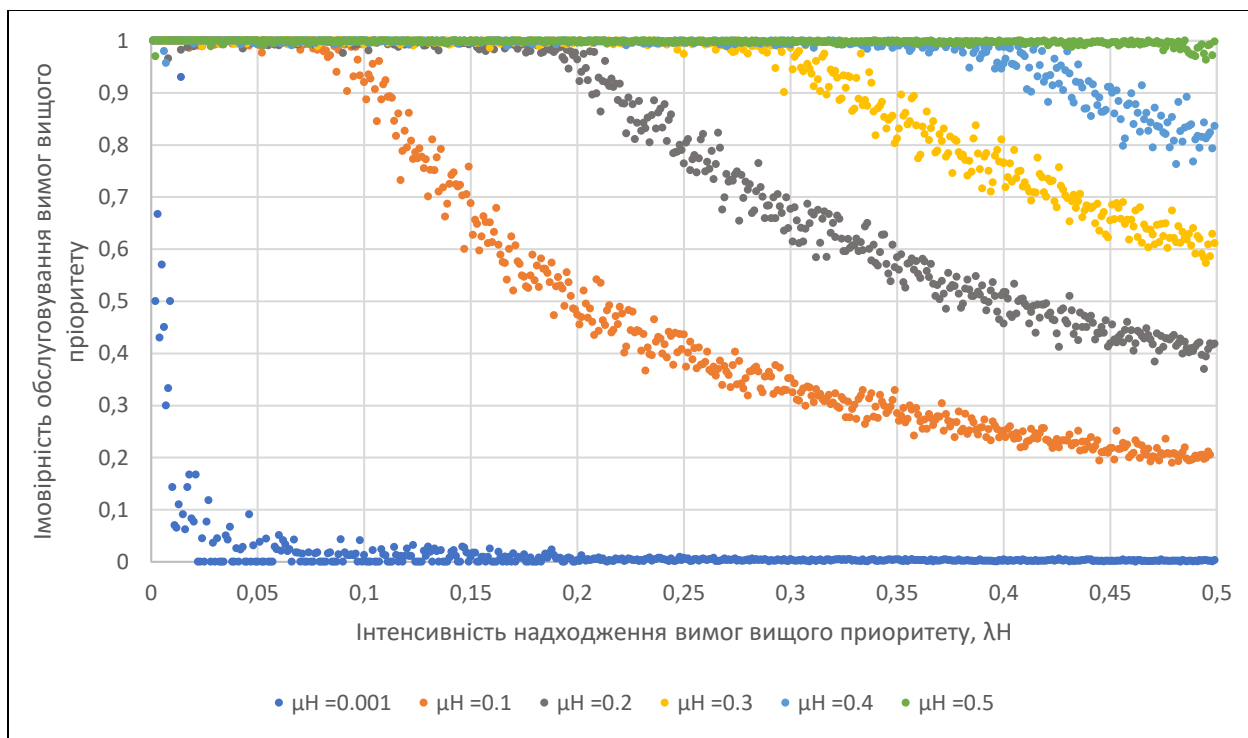


Рис. 3. Імовірність обслуговування вимог вищого пріоритету залежно від інтенсивностей їхнього надходження та обслуговування

Спадна частина залежності імовірності обслуговування вимог вищого пріоритету (рис. 4) щільно описується ступеневою функцією виду:

$$y = kx^{-c},$$

де  $k$  та  $c$  – коефіцієнти;

$$\begin{aligned} \text{для } \mu_H = 0,1: & y = 0.0994x^{-0.998}, \\ \text{для } \mu_H = 0,2: & y = 0.2032x^{-0.981}, \\ \text{для } \mu_H = 0,3: & y = 0.3067x^{-0.97}. \end{aligned}$$

Основні результати моделювання наведені на рис. 3 – 8. Дані рис. 3 свідчать про те, що імовірність обслуговування вимог вищого пріоритету зменшується із наближенням інтенсивності обслуговування вимог вищого пріоритету до 0,5. Причому «точка перелому» на початку зменшення імовірності з 1,0 починається у момент рівноваги інтенсивностей надходження та обслуговування вимог вищого пріоритету, тобто у цій точці:

$$\lambda_H = \mu_H.$$

Результат апроксимації ступеневиими залежностями періодів падіння імовірності обслуговування вимог вищого пріоритету залежно від інтенсивностей їх обслуговування та надходження подано на рис. 4.

З отриманих на рис. 4 даних можна записати:

$$\begin{cases} P_{\mu_H} = \mu_H \lambda_H^{-1}, & \lambda_H > \mu_H, \\ P_{\mu_H} = 1, & \lambda_H \leq \mu_H. \end{cases}$$



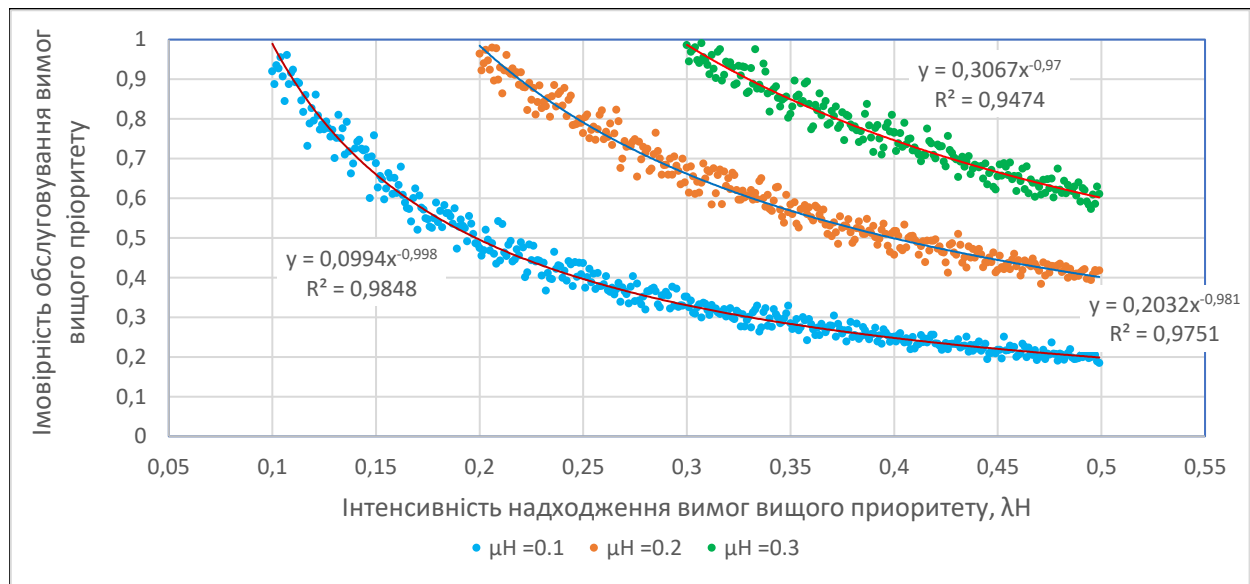


Рис. 4. Апроксимація ступеневими залежностями періодів падіння імовірності обслуговування вимог вищого пріоритету залежно від інтенсивностей їх обслуговування та надходження

Якщо округлити значення  $k$  до десятих, то отримаємо:

$$P_{\mu_H} = \mu_H \lambda_H^{-C}, \lambda_H \geq \mu_H,$$

то остаточно:

$$P_{0,1} = 0,1\lambda_H^{-1}, \lambda_H \in [0,1, \dots, 0,5],$$

$$P_{0,2} = 0,2\lambda_H^{-1}, \lambda_H \in [0,2, \dots, 0,5],$$

$$P_{0,3} = 0,3\lambda_H^{-1}, \lambda_H \in [0,3, \dots, 0,5].$$

Залежність інтенсивності  $\mu_H$  обслуговування вимог вищого пріоритету від імовірності  $P_H$  та інтенсивності  $\lambda_H$  надходження вимог вищого пріоритету подано у табл. 2.

Таблиця 2 – Залежність величини  $\mu_H$  від величин  $P_H$  та  $\lambda_H$

$P_H$	$\lambda_H$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
1.00	$\mu_{H1,0}$	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50
0.90	$\mu_{H0,9}$	0.09	0.18	0.27	0.36	0.45
0.80	$\mu_{H0,8}$	0.08	0.16	0.24	0.32	0.40
0.70	$\mu_{H0,7}$	0.07	0.14	0.21	0.28	0.35
0.60	$\mu_{H0,6}$	0.06	0.12	0.18	0.24	0.30
0.50	$\mu_{H0,5}$	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25
0.40	$\mu_{H0,4}$	0.04	0.08	0.12	0.16	0.20
0.30	$\mu_{H0,3}$	0.03	0.06	0.09	0.12	0.15
0.20	$\mu_{H0,2}$	0.02	0.04	0.06	0.08	0.10
0.10	$\mu_{H0,1}$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05

Графіки залежності величин  $\mu_H$  від  $P_H$  та інтенсивності  $\lambda_H$  для  $P_H = 1,0$ ;  $P_H = 0,7$ ;  $P_H = 0,5$  та  $P_H = 0,3$  представлено на рис. 5. З табл. 2 і рис. 5 видно, що для збільшення величини  $P_H(\lambda_H, \mu_H)$  необхідно збільшення величин  $\mu_H$ . Так, для збільшення  $P_H$  на 0,1 необхідне збільшення  $\mu_H$  на 1% при  $\lambda_H = 0,1$ , при  $\lambda_H = 0,2$  – на 2% й т.п., при  $\lambda_H = 0,5$  збільшення становить 5% від попередніх значень  $\mu_H$ .

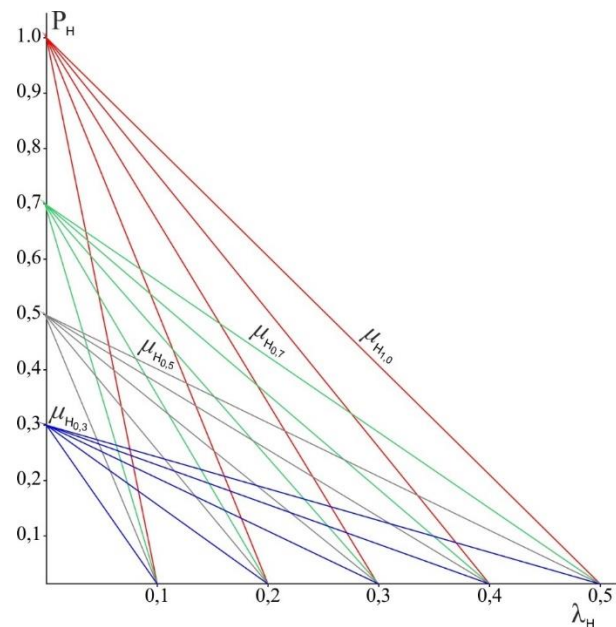
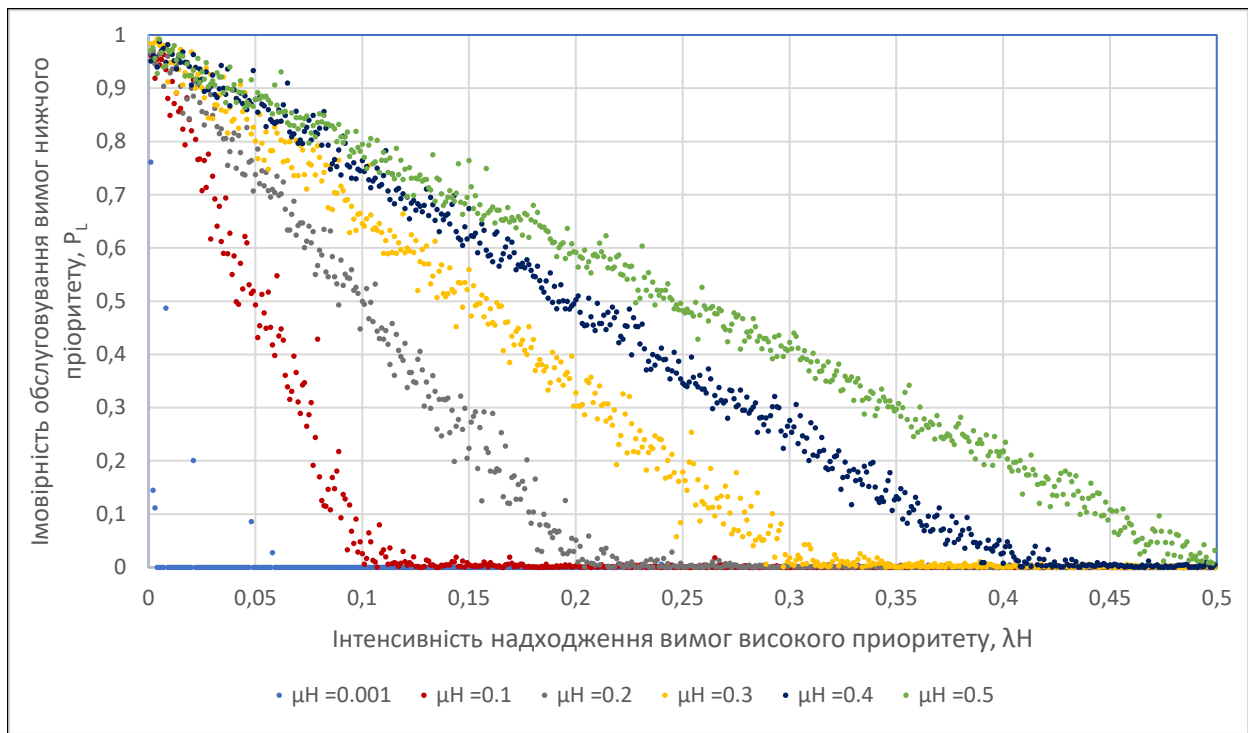


Рис. 5. Графік залежності величин  $\mu_H$  від величин  $\lambda_H$  при  $P_H = 1,0$ ;  $P_H = 0,7$ ;  $P_H = 0,5$  та  $P_H = 0,3$

Графік імовірностей  $P_L$  обслуговування вимог нижчого пріоритету залежно від інтенсивностей обслуговування  $\mu_H$  та надходження  $\lambda_H$  вимог вищого пріоритету подано на рис. 6.

З рис. 6 видно, що імовірність обслуговування вимог нижчого пріоритету має спадний характер, причому «різкість» характеру падіння обернено пропорційна інтенсивності обслуговування вимог вищого пріоритету.

Розглянемо функцію  $P_L(t)$  залежно від інтенсивності  $\mu_H$  і часу  $t_H = 1 / \lambda_H$  інтервалу між вимогами вищого пріоритету вхідного потоку. Функція  $P_L(t)$  є функцією імовірності безвідмовного обслуговування вимог нижчого пріоритету, яка має лінійний характер. Середній час безвідмовного обслуговування цих вимог дорівнює площі, що обмежена лінією  $P_L(t)$  і осями координат  $P_L(t)$  та  $t_H$ .



**Рис. 6.** Імовірність обслуговування  $P_L$  вимог нижчого пріоритету залежно від інтенсивності обслуговування та обслуговування вимог вищого пріоритету

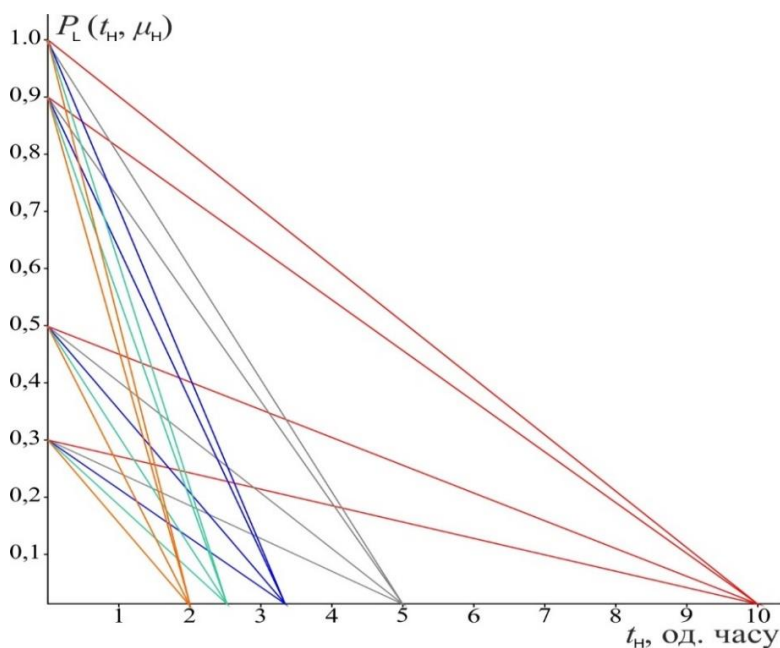
Залежність величини імовірності  $P_L(t)$  обслуговування вимог нижчого пріоритету від інтенсивності  $\mu_H$  обслуговування вимог вищого пріоритету і тривалості інтервалу часу  $t_H$  між цими вимогами у вхідному потоці подано на рис. 7. Дійсно, із збільшенням величини  $\mu_H$  зменшується середня тривалість обслуговування, одночасно з цим із збільшенням величини  $\lambda_H$  зменшується інтервал між вимогами у вхідному потоці вимог вищого пріоритету, що призводить до збільшення середньої кількості таких вимог, отже й до більшого завантаження каналу обслуговування, що у свою чергу, перешкоджає надходженню у канал

обслуговування вимог нижчого пріоритету й зменшує ймовірність  $P_L$  їхнього обслуговування.

З рис. 7 видно, що при зменшенні величини  $t_H$  при  $P_L(t_H, \mu_H) = \text{const}$ , чи величини  $P_L(t_H, \mu_H)$  при  $t_H = \text{const}$  величина  $\bar{t}_L 0.5 P_L(t_H, \mu_H) t_H$  зменшується.

Для збільшення величини  $P_L(t_H, \mu_H)$  при певному значенні  $t_H$  необхідно збільшення величини  $\mu_H$ , тобто більш інтенсивне обслуговування вимог вищого пріоритету.

На рис. 8 відображено графіки залежності ймовірності виштовхування  $P_{LB}$  вимог нижчого пріоритету.



**Рис. 7.** Графіки залежності імовірності  $P_L(t_H, \mu_H)$  від величин  $\mu_H$  і  $t_H$

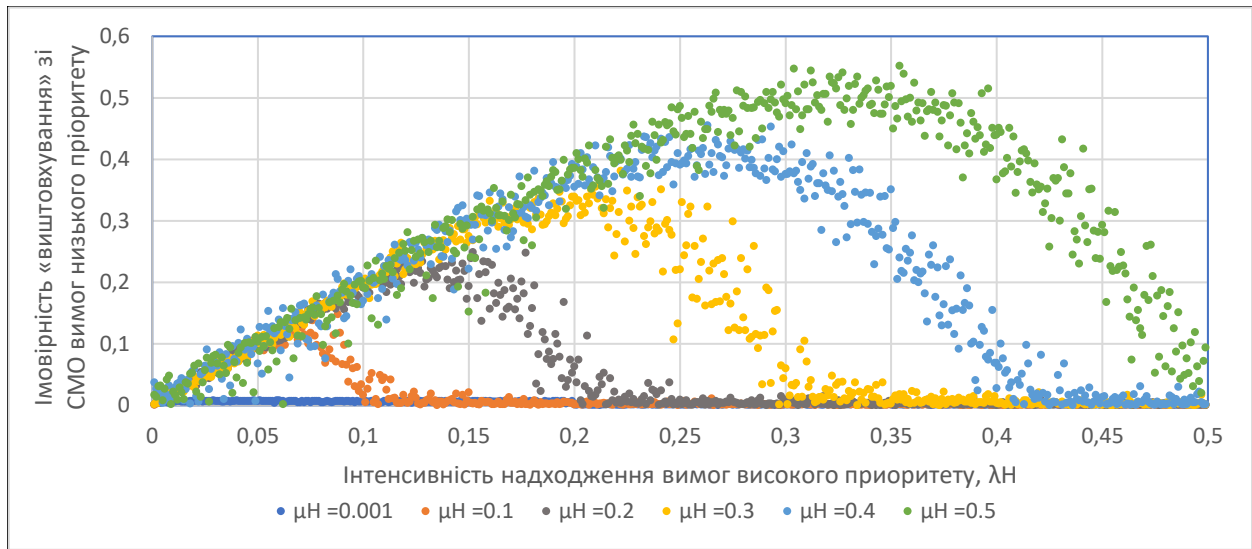


Рис. 8. Імовірність  $P_{LB}$  «виштовхування» зі СМО вимог нижчого пріоритету вимогами високого пріоритету залежно від інтенсивностей обслуговування та надходження вимог високого пріоритету

Процеси, які пов'язані із збільшенням  $P_{LB}$ , детально описані вище, зменшення  $P_{LB}$  після досягнення її максимуму, пов'язано із зменшенням кількості вимог нижчого пріоритету і завантаженості каналу обслуговування. Максимальному значенню  $P_{LB}$  відповідає величина  $\lambda_{H,екстр}$ . Для визначення величини

$\lambda_{H,екстр}$  отримані залежності ймовірності  $P_{LB}$ , апроксимовано поліномом шостого ступеню, виду :

$$y = a_6x^6 + \dots + a_1x + C.$$

Коефіцієнти поліномів, що апроксимують ймовірності  $P_{LB}$  величини  $\lambda_{H,екстр}$  представлено в табл. 3.

Таблиця 3 – Коефіцієнти поліномів, що апроксимують ймовірності «виштовхування» СМО вимог низького пріоритету

Коефіцієнт полінома	$\mu_H=0.1$	$\mu_H=0.2$	$\mu_H=0.3$	$\mu_H=0.4$	$\mu_H=0.5$
$a_6$	-1767609	97550.53	4593.061	1980.917	983.323
$a_5$	431830.5	-54236	-3453.6	-2276.31	-1392
$a_4$	-42096	10862.98	857.173	966.0881	721.876
$a_3$	1791.001	-1046.51	-114.584	-212.099	-184.777
$a_2$	-34.143	48.5078	8.249455	23.6418	23.30407
$a_1$	2.292621	1.042772	1.748402	0.770417	0.615751
$a_0$	-0.00172	0.004007	-0.0002	0.017116	0.019575
Екстремум, $\lambda_{H,екстр}$	0.071	0.135	0.198	0.2628	0.328

Знання екстремумів ймовірностей виштовхування вимог нижчого пріоритету та відповідних ним інтенсивностей вхідного потоку та обслуговування вимог вищого пріоритету має прикладне значення, наприклад, для прийняття рішень щодо розподілу потіздів різних пріоритетів (відбудовних, пасажирських, вантажних, інших видів) по різних вузлах та маршрутах транспортної мережі.

### Висновки

1. З урахуванням практичного досвіду функціонування та забезпечення надійності залізничної транспортної системи в екстремальних умовах воєнних дій, руйнувань та відновлення інфраструктури, дефіциту часу і парку транспортних засобів, запропоновано формалізувати функціонування цієї системи як СМО з пріоритетами, із змінними параметрами вхідних

потоків та обслуговування вимог вищого та нижчого пріоритетів, що дозволяє приймати більш обґрунтовані рішення для управління подібними системами.

2. Доведена необхідність використання, поруч з аналітичними методами, інструментів імітаційного моделювання, зокрема розроблена та реалізована імітаційна модель, яка поєднує агентний та дискретно-подієвий принципи симуляції і дозволяє вивчати системи масового обслуговування при надходження вимог різного пріоритету, а саме в частині встановлення закономірностей:

- ймовірностей (обслуговування, відмови, виштовхування),
- затримок часу (перебуванням у черзі, під обслуговуванням),
- порядку формування черги при надходження вимог різного пріоритету,

- розмірів черги.
- 3. Отримані залежності:
  - імовірності обслуговування вимог вищого пріоритету залежно від інтенсивностей їхнього надходження та обслуговування;
  - імовірності обслуговування вимог нижчого пріоритету залежно від інтенсивності обслуговування та обслуговування вимог вищого пріоритету;
  - імовірності «виштовхування» зі СМО вимог нижчого пріоритету вимогами вищого пріоритету залежно від інтенсивностей обслуговування та надходження вимог вищого пріоритету;
  - величини імовірності  $P_L$  від величин інтенсивності обслуговування  $\mu_H$  вимог вищого пріори-

тету та тривалості інтервалу  $t_H$  між цими вимогами у вхідному потоці;

- величини інтенсивності обслуговування вимог вищого пріоритету  $\mu_H$  від імовірності  $P_H$  та інтенсивності їх надходження  $\lambda_H$ .

4. У результаті апроксимації експериментальних даних імовірності обслуговування вимог вищого пріоритету залежно від інтенсивностей їхнього надходження та обслуговування лінійними залежностями встановлено, що:

$$\begin{cases} P_{\mu_H} = \mu_H \lambda_H^{-1}, & \lambda_H > \mu_H, \\ P_{\mu_H} = 1, & \lambda_H \leq \mu_H. \end{cases}$$

#### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. I. Makushenko, I. Usar, H. Livinska, and M. Sharapov, "Optimal threshold strategies for retrial systems with queue," *J. Comput. Appl. Math.*, vol. 427, p. 115136, Aug. 2023, doi: 10.1016/J.CAM.2023.115136.
2. A. Aghsami, S. R. Abazari, A. Bakhshi, M. A. Yazdani, S. Jolai, and F. Jolai, "A meta-heuristic optimization for a novel mathematical model for minimizing costs and maximizing donor satisfaction in blood supply chains with finite capacity queueing systems," *Healthc. Anal.*, vol. 3, p. 100136, Nov. 2023, doi: 10.1016/J.HEALTH.2023.100136.
3. H. Jahani, A. E. Chaleshtori, S. M. S. Khaksar, A. Aghaie, and J. B. Sheu, "COVID-19 vaccine distribution planning using a congested queueing system—A real case from Australia," *Transp. Res. Part E Logist. Transp. Rev.*, vol. 163, p. 102749, Jul. 2022, doi: 10.1016/J.TRE.2022.102749.
4. A. Mazaraki, V. Matsiuk, N. Ilchenko, O. Kavun-Moshkovska, and T. Grygorenko, "Development of a multimodal (railroad-water) chain of grain supply by the agent-based simulation method," *Eastern-European J. Enterp. Technol.*, vol. 6, no. 3 (108), pp. 14–22, Dec. 2020, doi: 10.15587/1729-4061.2020.220214.
5. K. Abdulaziz Alnowibet, A. Khireldin, M. Abdelawwad, and A. Wagdy Mohamed, "Airport terminal building capacity evaluation using queueing system," *Alexandria Eng. J.*, vol. 61, no. 12, pp. 10109–10118, Dec. 2022, doi: 10.1016/J.AEJ.2022.03.055.
6. "Вычислительные системы с очередями — Леонард Клейнрок." <https://www.livelib.ru/book/1001277388-vychislitelnye-sistemy-s-ocheredyami-leonard-klejnrok> (accessed Mar. 03, 2023).
7. D. P. Bertsekas and R. G. Gallager, "Сети передачи данных," p. 486, 1986, Accessed: Mar. 03, 2023. [Online]. Available: <http://libarch.nmu.org.ua/handle/GenofondUA/60656>.
8. "Управление моделью системы массового обслуживания с использованием динамических приоритетов - CORE Reader." <https://core.ac.uk/reader/80134930> (accessed Mar. 15, 2023).
9. V. Matsiuk, N. Ilchenko, O. Pryimuk, D. Kochubei, and A. Prokhorchenko, "Risk assessment of transport processes by agent-based simulation," *AIP Conf. Proc.*, vol. 2557, no. 1, p. 080003, Oct. 2022, doi: 10.1063/5.0105913.
10. V. Matsiuk, O. Galan, A. Prokhorchenko, and V. Tverdomed, "An Agent-Based Simulation for Optimizing the Parameters of a Railway Transport System."
11. M. D. Katsman, V. K. Myronenko, V. I. Matsiuk, and P. V. Lapin, "Approach to determining the parameters of physical security units for a critical infrastructure facility," *Reliab. Theory Appl.*, vol. 16, no. 1, pp. 71–80, 2021, doi: 10.24412/1932-2321-2021-161-71-80.
12. M. D. Katsman, V. K. Myronenko, and V. I. Matsiuk, "Mathematical models of ecologically hazardous rail traffic accidents," *Reliab. Theory Appl.*, vol. 10, no. 1 (36), 2015, Accessed: Nov. 14, 2020. [Online]. Available: <https://cyberleninka.ru/article/n/mathematical-models-of-ecologically-hazardous-rail-traffic-accidents>.

Received (Надійшла) 27.03.2023

Accepted for publication (Прийнята до друку) 19.07.2023

#### Modeling the reliability of transport under extreme conditions of operation as a queueing system with priorities

M. Katsman, V. Matsyuk, V. Myronenko

**Abstract.** The article presents a simulation model of a queueing system (QS) with a queue and relative priority, which can be used to manage the reliability of transport systems under resource constraints. The developed simulation model combines agent and discrete-event simulation principles and allows studying queueing systems in terms of establishing regularities: probabilities (service, failure, push-out), time delays (waiting in a queue, under service), queue sizes, order of queue formation upon arrival of clients of different priority. As a result of the research, dependencies were obtained for the probability of servicing higher priority clients depending on the intensities of their arrival and service; probabilities of servicing lower priority clients depending on the intensity of service and servicing of higher priority clients; the probability of "pushing out" lower priority clients from the QS by higher priority clients depending on service intensities and the arrival of high priority clients.

**Keywords:** transport system, agent modeling, simulation modeling, queueing systems, absolute priority, arrival and service intensity, service and push-out probabilities, client service probabilities.