

Р. В. Куліш¹, О. Г. Матющенко²

¹ Льотна академія Національного авіаційного університету, Кропивницький, Україна

² Державний НДІ випробувань і сертифікації озброєння та військової техніки, Черкаси, Україна

МОДЕЛЬ МАРШРУТИЗАЦІЇ ОБ'ЇЇТУ МОБІЛЬНИХ ОБ'ЄКТІВ БЕЗПІЛОТНИМ ЛІТАЛЬНИМ АПАРАТОМ

Анотація. Аналіз досвіду застосування безпілотних літальних апаратів доводить, що ефективність виконання завдань безпосередньо пов'язана із "якістю" планування маршруту. Більшість методів планування маршруту сфокусовані на пошуку та моніторингу стаціонарних об'єктів. Проте в даний час набагато більше значення має вирішення задачі спостереження за мобільними, рухомими об'єктами. В роботі вирішена задача планування маршруту об'їїту мобільних об'єктів, що зберігають напрямок свого руху протягом тривалого проміжку часу із використанням методу математичної оптимізації - динамічного програмування. При вирішенні завдання побудови оптимального маршруту враховувалась динаміка польоту безпілотного літального апарату, що дозволяє послідовно додавати об'єкти до маршруту.

Ключові слова: безпілотний літальний апарат, мобільні групи, маршрутизація, моніторинг, рухомий об'єкт динамічне програмування.

Вступ

Постановка проблеми. В сучасному світі важко уявити галузь людської діяльності яка хоча б дотично не пов'язана із застосуванням безпілотних систем. Завдяки відносно низькій вартості та доступності широкого розповсюдження набули безпілотні літальні апарати (БпЛА). Широке розповсюдження БпЛА викликало активний розвиток алгоритмів, методів управління БпЛА для вирішення широкого кола задач, однією з яких є планування маршруту.

Однак, незважаючи на різноманітність методів та алгоритмів щодо побудови маршрутів польоту БпЛА, метод об'їїту рухомих об'єктів потребує оптимізації та пошуку нових рішень враховуючи накладені обмеження.

Таким чином, основним шляхом у підвищенні ефективності застосування БпЛА є пошук методів планування маршрутів об'їїту рухомих об'єктів (груп) із врахуванням динаміки руху об'єкту спостереження та польоту самого БпЛА. Саме вирішенню цієї прикладної задачі присвячена дана робота.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. У статті [1] проводиться порівняльний аналіз методів планування маршрутів БпЛА на графах та мультиагентні алгоритми, мурашиний алгоритм та алгоритм «запит-відповідь-угода». Розроблений метод, що базується на інтеграції пошукових походів на графах та мультиагентних, що працюють на паралельній основі. У статті [2] пропонується онлайн-алгоритм планування маршруту екстреної логістики на основі оптимізації подвійної колонії мурах. Результати експерименту свідчать, що запропонований алгоритм може підвищити ефективність розподілу виконавців між об'єктами. У статті [3] для генерації субоптимального маршруту БпЛА запроваджене використання нейронної мережі Хопфілда. Оптимальним в дослідженні вважається шлях найкоротшої довжини. Запропонований підхід спрямований, в першу чергу, на зниження навантаження оператора при виборі оптимального маршруту. У статті [4]

вирішена задача побудови польотного завдання - маршрутів руху для групи БпЛА. Розроблена мережа для груп БпЛА, яку можливо розгорнути у польових умовах. У статті [5] розроблено генетичний алгоритм для ефективного вирішення складної моделі оптимальної маршрутизації БпЛА. Для логістики яка є економічно вигідною та безпечною. У статті [6] описується децентралізоване управління групою БпЛА, об'єднаних у мережу, що ґрунтується на розв'язанні транспортно-комунікаційної задачі яка зводиться до класичної задачі маршрутизації транспортних засобів. Розроблено алгоритм розв'язку задачі маршрутизації транспортних засобів.

Метою статті є вирішення завдання маршрутизації об'їїту групи рухомих об'єктів, які мають сталу швидкість на інтервалі часу із врахуванням динаміки руху безпілотного літального апарату.

Виклад основного матеріалу

Постановка задачі. Розглянемо розв'язання задачі планування маршруту польоту за таких припущень:

1. Задано множину контрольованих точкових рухомих наземних об'єктів та їх координати x_{ij}, z_{ij}, z_j в даний час. Задані швидкості $V_{u,j}$ і напрямки $a_{u,j}$ руху цих об'єктів, що ускладнює або виключає попадання їх частини до плану. Це відрізняє цю постановку від класичного завдання комівояжера при якій кожний об'єкт додається до плану маршруту.

2. Розглядається рух БпЛА лише у горизонтальній площині, коли поточний стан польоту характеризується лінійними координатами колій x, z модулем швидкості V та кутом напрямку швидкості a . Швидкість V вважається заданою та незмінною, при цьому

$$K_j = V_{u,j}/V \ll 1. \quad (1)$$

3. Динаміка бічного руху БпЛА при перельоті до об'єкта j може бути описано диференціальними рівняннями. Якщо знехтувати різницею в довжині шляху по прямій і по кривій кола при перельоті в попереджену точку:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \frac{x_j - x}{\Delta t_j} \approx \frac{x_j - x}{r_j} V; \quad \dot{z} = \frac{z_j - z}{\Delta t_j} \approx \frac{z_j - z}{r_j} V; \\ \dot{\alpha} &= \frac{\frac{z_j - z}{r_j} - \alpha}{\Delta t_j} \approx \frac{\frac{z_j - z}{r_j} - \alpha}{r_j} V = \frac{\alpha_j - \alpha}{r_j} V, \end{aligned} \quad (2)$$

де j - номер пункту, що вибирається в поточний момент часу, r_j - відстань між БПЛА j -м об'єктом, x, z - координати БПЛА, α - шляховий кут БПЛА, V - швидкість БПЛА, x_j, z_j - координати j -го об'єкта, Δt_j - час перельоту в j -й пункт.

4. При бічному маневрі бічне перевантаження БПЛА обмежена, що визначає заданий мінімальний радіус R кола, за яким доступний розворот БПЛА.

5. Для досягнення чергового об'єкта, що не лежить на лінії прямолінійного польоту, здійснюється наведення шляхом пропорційної навігації. Процес перерахунку нового кута у роботі докладно не розглядається.

6. Як критерій оптимальності маршруту прийнято умову максимуму числа контрольованих об'єктів за заданий час T , чому відповідає умова мінімуму середнього часу перельоту від одного об'єкта до іншого, чому відповідає критерій

$$I = \sum_{j=1}^M \frac{r_j}{V} \approx \sum_{j=1}^M \frac{r_j}{V \Delta t} dt \approx \int_0^T \frac{r_j}{V \Delta t} dt \rightarrow \min. \quad (3)$$

Запропонований підінтегральний вираз $f_0 = \frac{r_j}{V \Delta t}$ функціоналу (1) свідчить, що у першому наближенні при постійній швидкості V без врахування динаміки БПЛА краще обрати найближчий черговий об'єкт на мінімальній відстані r_j .

При перерахованих припущеннях потрібно сформулювати такий алгоритм маршрутизації, який з урахуванням обмежень при бічному маневрі БПЛА забезпечив би найбільшу кількість контрольованих об'єктів, переважно розташованих по напрямку польоту, що змінюється.

Запропонований підхід до вирішення задачі за допомогою динамічного програмування. Оскільки маршрут, що обирається, є результатом багатокрокового вибору чергового об'єкта, а прийняття рішення на кожному кроці крім поточного штрафу у вигляді втраченого часу ще має наслідки для майбутніх кроків, найбільш підходящим методом оптимізації є динамічне програмування [5]. Тоді, враховуючи дискретний характер альтернативних рішень при виборі «куди летіти», рівняння Белмана в приєднаних похідних можна записати як

$$\begin{aligned} -\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} &= \min_j \left\{ f_{0j} + \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial z} \dot{z}_j + \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \alpha} \dot{\alpha}_j \right\} = \\ &= \min_j \left\{ f_{0j} + \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} \frac{x_j - x}{r_j} V + \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial z} \frac{z_j - z}{r_j} V + \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \alpha} \frac{\alpha_j - \alpha}{r_j} V \right\} = F_j(x, z, \alpha), \end{aligned} \quad (4)$$

де \mathcal{E} - функція Белмана, F_j - функція поточного ризику з урахуванням наслідків у майбутньому, j - номер, що обирається в поточний момент часу,

r_j - відстань між БПЛА і j -м об'єктом, V - швидкість БПЛА, x_j, z_j - координати j -го об'єкта, x, z - координати БПЛА, α - шляховий кут БПЛА. Наприклад, це може бути група рухомих об'єктів попереду у напрямку польоту ($j = 1.1, 1.2, 1.3, 1.4$), позаду ($j = 2.1, 2.2, 2.3, 2.4$), зліва ($j = 3.1, 3.2, 3.3, 3.4$) або праворуч ($j = 4.1, 4.2, 4.3, 4.4$), як показано на рис. 1.

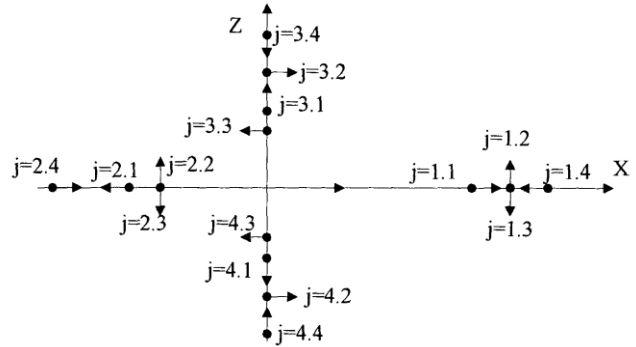


Рис. 1. Розташування 16 рухомих об'єктів у районі досяжності БПЛА, що мають приблизно однакову довжину шляху

Принциповою відмінністю розв'язуваної задачі від прийнятого в методі АКОР припущення про безперервність управління є те, що управління є альтернативним (зокрема, відповідно до рис. 1, $j = 1.1, 1.2, \dots, 4.4$). Тож наближеного синтезу закону управління скористаємося методом «робочої точки» [7], суть якого полягає у поверненні робочої точки в початковий стан після зниження впливу на окремий елемент.

Обчислення ординат мінімального ризику у різних польотних ситуаціях. Враховуючи особливості даної задачі подання функції Белмана є у квадратичній формі недостатньою, щоб отримати адекватний опис. Тому була використана наступна апроксимація:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \alpha + \beta_1 x + 0,5\gamma_1 x^2 + \beta_2 z + 0,5\gamma_2 z^2 + \beta_3 \alpha + \\ &+ 0,5\gamma_3 z^2 + \psi_{12} xz + \psi_{13} x\alpha + \psi_{23} z\alpha + \lambda xz\alpha. \end{aligned} \quad (5)$$

Розглянемо польотні ситуації у разі відхилення від робочої точки. При $x = x_0 + \Delta x_1 = x_0 + R$ мінімальний штраф буде при польоті БПЛА до об'єкта 1.1, а при $x = x_0 + \Delta x_2 = x_0 - 9R$ кращим варіантом є об'єкт 2.4, тому:

$$\begin{aligned} \frac{C_1^+}{V} &= \beta_1 + (x_0 + R)\gamma_1 + z_0\psi_{12} + \frac{7(1 + K)R}{V^2 \Delta t}; \\ \frac{C_1^-}{V} &= \beta_1 + (x_0 - 9R)\gamma_1 + z_0\psi_{12} + \\ &+ \frac{8(1 + 0,75K)R}{V^2 \Delta t}. \end{aligned} \quad (6)$$

Різні за модулем відхилення Δx_1 та Δx_2 були взяті для того, щоб напрямком польоту БПЛА був однаковим - вперед. Ілюстрація польотних ситуацій представлена на рис. 2.

Розглянемо відхилення Δz по другій координаті z . При $z = z_0 + \Delta z$ мінімальний шлях БПЛА буде при польоті до об'єкта 3.2, а при $z = z_0 - \Delta z$ - при польоті до об'єкта 4.2.

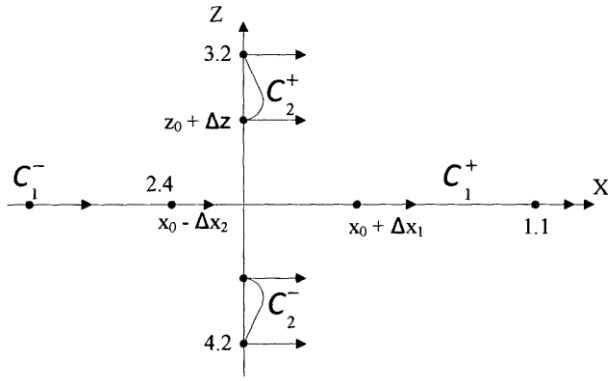


Рис. 2. Ілюстрація польотних ситуацій при почергових відхиленнях щодо та z від робочої точки

Тому при $\Delta z = R$ отримаємо:

$$\begin{aligned} \frac{C_2^+}{V} &= \frac{K}{1+3K} [\beta_1 + \gamma_1 x_0 + \psi_{12}(z_0 + R)] + \\ &+ \frac{2(1+5K)}{3(1+3K)} [\beta_2 + \gamma_2(z_0 + R) + \psi_{12}x_0] + \frac{\pi}{4R} \times \\ &\times [\beta_3 + \psi_{13}x_0 + \psi_{23}(z_0 + R) + x_0(z_0 + R)\lambda] + \\ &+ \frac{3(1+3K)R}{V^2\Delta t}; \\ \frac{C_2^-}{V} &= \frac{K}{1+3K} [\beta_1 + \gamma_1 x_0 + \psi_{12}(z_0 - R)] + \\ &+ \frac{2(1+5K)}{3(1+3K)} [\beta_2 + \gamma_2(z_0 - R) + \psi_{12}x_0] - \frac{\pi}{4R} \times \\ &\times [\beta_3 + \psi_{13}x_0 + \psi_{23}(z_0 - R) + x_0(z_0 - R)\lambda] + \\ &+ \frac{3(1+3K)R}{V^2\Delta t}. \end{aligned} \quad (7)$$

Ілюстрація для оцінок ординат C_2^+ і C_2^- також представлена на рис. 3.

Далі, розглянемо відхилення α , при $\Delta\alpha = \pm\pi/2$ отримаємо очевидний вибір альтернатив польоту, як показано на рис. 3, при досягненні об'єктів 3.4 та 4.4.

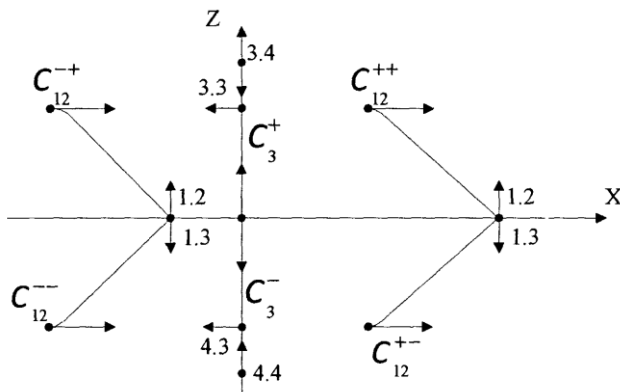


Рис. 3. Ілюстрація польотних ситуацій при відхиленні по α та попаданні до об'єктів 3.2 і 4.2 та попарних відхиленнях по x та z при попаданні до об'єктів 1.2, 1.3 та 2.2, 2.3

При $\Delta\alpha = \pi/2$ потрібно летіти до об'єкта 3.4, при $\Delta\alpha = -\pi/2$ - до об'єкта 4.4, і це забезпечить мінімальний час польоту.

Тому ординати C_3^+ і C_3^- дорівнюють:

$$\begin{aligned} \frac{C_3^+}{V} &= x_0\psi_{12} + \beta_2 + z_0\gamma_2 + \\ &+ \frac{\pi}{2}(\psi_{23} + x_0\lambda) + \frac{4R(1+K)}{V^2\Delta t}; \\ \frac{C_3^-}{V} &= \left[x_0\psi_{12} + \beta_2 + z_0\gamma_2 + \right. \\ &\left. + (\pi/2) \cdot (\psi_{23} + x_0\lambda) \right] + \frac{4R(1+K)}{V^2\Delta t}. \end{aligned} \quad (8)$$

При відхиленнях по x і z виникають 4 ситуації, для яких очевидна перевага перельоту до об'єкта 1.2 при $x = x_0 + R$; $z = z_0 + 4R$, і тоді отримаємо:

$$\begin{aligned} C_{12}^{++} &= 0,97(1+K) \left[\beta_1 + (x_0 + R)\gamma_1 + \right. \\ &\left. + (z_0 + R)\psi_{12} \right] + \frac{1-7K}{7,2} \times \\ &\times [\beta_2 + (z_0 + R)\gamma_2 + (x_0 + R)\psi_{12}] - 0,02 \times \\ &\times [\beta_3 + (x_0 + R)\psi_{23} + (z_0 + R)(z_0 + R)\lambda] + \\ &+ \frac{7,2(1+0,1K)R}{V^2\Delta t}. \end{aligned} \quad (9)$$

Аналогічним чином можна отримати оцінку ординат мінімального ризику C_{13} під час розгляду 4-х ситуацій, наведених на рис. 4.

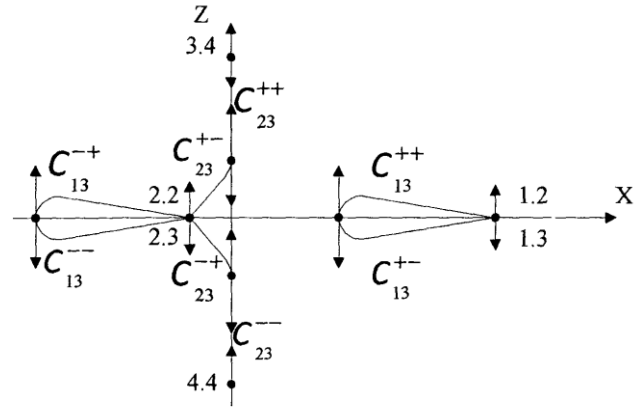


Рис. 4. Ілюстрація польотних ситуацій при попарних відхиленнях α і x і відповідно - α і z

У цих випадках краще летіти до об'єктів 2.2 та 2.3, якщо $x = x_0 - \Delta x_2$ і до об'єктів 1.2 та 1.3, якщо $x = x_0 + \Delta x_1$. Тому отримаємо, зокрема, при $x = x_0 + R$, $\Delta\alpha = -\pi/2$ оцінку C_{13}^{++} мінімального ризику у вигляді:

$$\begin{aligned} \frac{C_{13}^{++}}{V} &= 0,87 \left[\beta_1 + (x_0 + R)\gamma_1 + z_0\psi_{12} + \right. \\ &\left. + (\pi/2) \cdot (\psi_{13} + z_0\lambda) \right] + \\ &+ K \left[\beta_2 + z_0\gamma_2 + (x_0 + R)\psi_{12} + \right. \\ &\left. + (\pi/2) \cdot (\psi_{23} + (x_0 + R)\lambda) \right] + \\ &+ \frac{8R(1+K)}{V^2\Delta t} - \frac{0,225(1+1,7K)}{R} \times \\ &\times \left[\beta_3 + \gamma_2 \frac{\pi}{2} + (x_0 + R)\psi_{13} + z_0\psi_{23} + (x_0 + R)z_0\lambda \right]. \end{aligned}$$

При попарних відхиленнях α і z також виникають 4 ситуації, ілюстровані на рис 4, причому до об'єкта 2.2 краще летіти при $z = z_0 + R$, $\Delta\alpha = -\pi/2$, а при $z = z_0 - R$, $\Delta\alpha = \pi/2$ - до об'єкта 2.3, до об'єкта 3.4 - при $z = z_0 + R$, $\Delta\alpha = \pi/2$, до об'єкта 4.4 - $z = z_0 - R$, $\Delta\alpha = -\pi/2$.

Тому ординати ризику C_{23} рівні:

$$\begin{aligned} \frac{C_{23}^{++}}{V} &= \beta_2 + (R + z_0)\gamma_2 + x_0\psi_{12} + \frac{\pi}{2}\psi_{23} + \frac{x_0\pi}{2}\lambda + \frac{3R(1+K)}{V^2\Delta t}; \\ \frac{C_{23}^{--}}{V} &= -\beta_2 + (R - z_0)\gamma_2 - x_0\psi_{12} + \frac{\pi}{2}\psi_{23} + \frac{x_0\pi}{2}\lambda + \frac{3R(1+K)}{V^2\Delta t}; \\ \frac{C_{23}^{\pm}}{V} &= -\frac{\pi}{2}(1 + 0,6K) \begin{bmatrix} \beta_1 + x_0\gamma_1 + (z_0 + R)\psi_{12} - \\ -\frac{\pi}{2}\psi_{13} - \frac{\pi}{2}(z_0 + R) \end{bmatrix} - \frac{2}{\pi}(1 - K) \begin{bmatrix} \beta_2 + (z_0 + R)\gamma_2 + x_0\psi_{12} \\ -\frac{\pi}{2}\psi_{23} - \frac{\pi}{2}\lambda x_0 \end{bmatrix} - \\ &\quad \frac{1-K}{R} \left[\beta_3 - \frac{\pi}{2}\gamma_3 + x_0\psi_{13} + (z_0 + R)\psi_{23} - (z_0 + R)x_0\lambda \right] + \frac{\pi R(1+K)}{V^2\Delta t}; \\ \frac{C_{23}^{\mp}}{V} &= -\frac{\pi}{2}(1 + 0,6K) \left[\beta_1 + x_0\gamma_1 + (z_0 - R)\psi_{12} + \frac{\pi}{2}\psi_{13} + \frac{\pi}{2}(z_0 + R) \right] - \\ &\quad - \frac{2}{\pi}(1 - K) \left[\beta_2 + (z_0 - R)\gamma_2 + x_0\psi_{12} + \frac{\pi}{2}\psi_{23} + \frac{\pi}{2}\lambda x_0 \right] - \\ &\quad - \frac{1-K}{R} \left[\beta_3 + \frac{\pi}{2}\gamma_3 + x_0\psi_{13} + (z_0 - R)\psi_{23} - (z_0 - R)x_0\lambda \right] + \frac{\pi R(1+K)}{V^2\Delta t}. \end{aligned} \tag{11}$$

Залишилося розглянути останній випадок одночасно трьох можливих відхилень $\Delta x, \Delta z, \Delta \alpha$, яким відповідає 8 можливих комбінацій, показаних на рис. 5.

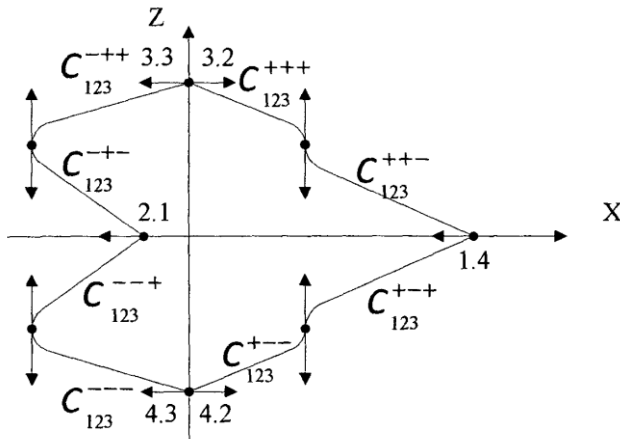


Рис. 5. Ілюстрація 8 польотних ситуацій при одночасному відхиленні по x, z та α від робочої точки

Зокрема, за $x = x_0 + R, z = z_0 + R, \Delta \alpha = \pi/2$, потрібно летіти до об'єкта 3.2, і відповідно ордината ризику C_{123}^{+++} дорівнює:

$$\begin{aligned} C_{123}^{+++} &= \frac{1 - 8K}{3,2} \left[\beta_1 + (x_0 - R)\gamma_1 + (z_0 - R)\psi_{12} + \frac{\pi}{2}\psi_{13} + \frac{\pi}{2}\lambda(z_0 + R) \right] + \\ &\quad + 0,9 \left[\beta_2 + (z_0 + R)\gamma_2 + (x_0 + R)\psi_{12} + \frac{\pi}{2}\psi_{23} + \frac{\pi}{2}\lambda(z_0 + R) \right] + \\ &\quad + \frac{0,1 - K}{R} \left[\beta_3 + \frac{\pi}{2}\gamma_3 + (x_0 + R)\psi_{13} + (z_0 - R)\psi_{23} + \lambda(x_0 + R)(z_0 - R) \right] + \\ &\quad + \frac{3,2R(1 + 5K)}{V^2\Delta t}. \end{aligned} \tag{12}$$

Таким чином, якщо проаналізувати всі розглянуті вище польотні ситуації, то можна побачити, що загалом 27 різних ординат, а прирівнювання їх один одному для оцінки 10 шуканих коефіцієнтів $\beta_i, \gamma_i, \psi_{ik}, \lambda$ функції Белмана представляє важко осяжне число систем рівнянь, що дорівнює кількості

поєднань C_{27}^{10} . Тому був використаний спрощений підхід, для якого додатково будуть потрібні так звані «середні» ординати ризику C_{13} та C_{23} , обчислені за формулами:

$$\begin{aligned} C_{13} &\approx 0,25(C_{13}^{++} + C_{13}^{\pm} + C_{13}^{\mp} + C_{13}^{--}); \\ C_{23} &\approx 0,25(C_{23}^{++} + C_{23}^{+-} + C_{23}^{-+} + C_{23}^{--}). \end{aligned}$$

Наближений аналітичний синтез функції Белмана в задачі маршрутизації польоту. Прирівнюючи один одному ординати C_{13} та C_{23} згідно з викладеною в [8] методикою, можна відразу обчислити один з коефіцієнтів функції Белмана:

$$\gamma_3 = \frac{(2,7 - 4K)R^2}{V^2\Delta t}. \tag{13}$$

Оскільки при прирівнюванні один одному ординат ризику існує надмірна кількість варіантів складених рівнянь, використовуємо спочатку лише ординати ризику при одиночних відхиленнях по x, z і α випадках, які пов'язані з подальшими спрощеннями.

Це дозволяє відразу обчислити коефіцієнти γ_1 та γ_2 і отримати співвідношення, що полегшують подальші розрахунки.

Прирівняємо ординати $C_1^+ = C_1^-$. Тоді за допомогою формул (12) та (13) отримаємо:

$$\gamma_1 = \frac{0,1(1 - K)}{V^2\Delta t}. \tag{14}$$

Тоді за умови $C_1^* = C_0$ отримаємо рівність:

$$\beta_1 + \gamma_1 x_0 + \psi_{12} z_0 = \frac{-1,65R(1 + K)}{V^2\Delta t}. \tag{15}$$

Прирівнюючи ординати $C_2^+ = C_2^-$ за допомогою формул (15) отримаємо:

$$\begin{aligned} &0,8(x_0\psi_{12} + \beta_2 + z_0\gamma_2) + \\ &\frac{1}{R} [\beta_3 + x_0\psi_{13} + z_0(\psi_{23} + x_0\lambda)] = -2KR^2\psi_{12}. \end{aligned} \tag{16}$$

За умови рівності $C_3^+ = C_3^-$, за використовуючи формулу (16) отримаємо:

$$x_0\psi_{12} + \beta_2 + z_0\gamma_2 = 0. \tag{17}$$

Тоді з рівностей (16) та (17) отримаємо:

$$\beta_3 + x_0\psi_{13} + z_0(\psi_{23} + x_0\lambda) = -2KR^2\psi_{12}. \quad (18)$$

Прирівнюючи ординати $C_1^* = C_3^+$; $C_1^* = C_2^+$ отримаємо рівність:

$$\psi_{23} + \lambda x_0 = \frac{0,9R(1+K)}{V^2\Delta t}. \quad (19)$$

Звідси можна визначити коефіцієнт γ_2 функції Белмана:

$$\gamma_2 = \frac{1,4 - 4,6K}{V^2\Delta t}. \quad (20)$$

Рівності (15 – 19) будуть потрібні для обчислення решти 7 коефіцієнтів функції Белмана $-\beta_1, \beta_2, \beta_3, \psi_{12}, \psi_{23}, \psi_{13}, \lambda$ знайдених таким чином.

Прирівнюючи ординати

$$C_{13}^{++} = C_1^+; C_{123}^{++} = C_1^+; C_{12}^{++} = C_1^+,$$

отримаємо систему трьох лінійних рівнянь, щодо невідомих коефіцієнтів $\psi_{12}, \psi_{13}, \lambda$.

Рішення цієї системи дає такі результати:

$$\psi_{13} = \frac{z_0(1,3 - 5,6K) - R(0,34 + 4K)}{V^2\Delta t};$$

$$\psi_{12} \cong 0; \lambda = \frac{-1,3 + 6,4}{V^2\Delta t}. \quad (21)$$

Обчислення коефіцієнтів не становить труднощі. Знаючи значення ψ_{12} і γ_1 з рівності (15) знаходимо коефіцієнт β_1 , з рівності (16) при відомих значеннях ψ_{12} і γ_2 знаходимо коефіцієнт β_2 . Знаючи значення ψ_{13} та умова (19), знаходимо коефіцієнт β_3 за допомогою рівності (18), а коефіцієнт ψ_{23} при відомому значенні λ визначаємо з рівності (19).

Тоді отримаємо:

$$\beta_1 = -\frac{1,65R(1+K) + 0,1(1-K)x_0}{V^2\Delta t};$$

$$\beta_1 = -\frac{4,65K - 1,4}{V^2\Delta t};$$

$$\beta_3 = -\frac{(x_0R(0,35 + 4K) - 0,9z_0R \times (1+K) - x_0z_0(1,3 - 5,6K))}{V^2\Delta t};$$

$$\psi_{23} = \frac{0,9R(1+K) + (1,3 - 5,6K)x_0}{V^2\Delta t}. \quad (22)$$

Цим завершується аналітичний розрахунок всіх 10 коефіцієнтів функції Белмана, які обчислюються за формулами (13-14), (20-22). Потрібно підкреслити, що всі ці формули входять як параметри V і R , що характеризують властивості БПЛА, і характеризують зовнішнє середовище параметри: x_0 – середнє значення координат x_j ($j = 1 \dots M$) рухомих об'єктів, z_0 – середнє значення координат z_j ($j = 1 \dots M$) цих об'єктів, Δt – середній час перельоту з одного об'єкта в інший як фактор насиченості контрольованого регіону, $K_j = \frac{V_{uj}}{V}$ параметри відносної швидкості руху об'єктів.

Нарешті, якщо підставити знайдені коефіцієнти до виразу (4) функції ризику F_j прирівняти цю функцію деякій константі, то можна отримати межу області тяжіння, де значення ризику однакове. Отримана геометрична інтерпретація, подана на рис. 6, вказує на те, що знайдена фігура дуже схожа на

«скручений» еліптичний циліндр, переріз якого є еліпс, повернутий на кут, що дорівнює куту $\alpha + \Delta\alpha_j K$, де характеризує політ БПЛА, $\Delta\alpha_j$ – рух об'єкта.

Тому при виборі чергового об'єкта очевидна перевага надається тим об'єктам, які знаходяться та рухаються у напрямку польоту БПЛА, і в другу чергу – об'єктам, рух яких відповідає зближенню з БПЛА.

Об'єкти ліворуч і праворуч менш переважні, а останньою за пріоритетом є частина регіону в задній півсфері, що повністю відповідає фізичному змісту завдання, що розв'язується.

Тому у випадку області тяжіння – як «скрученого» еліптичного циліндру, показаний на рис. 6.

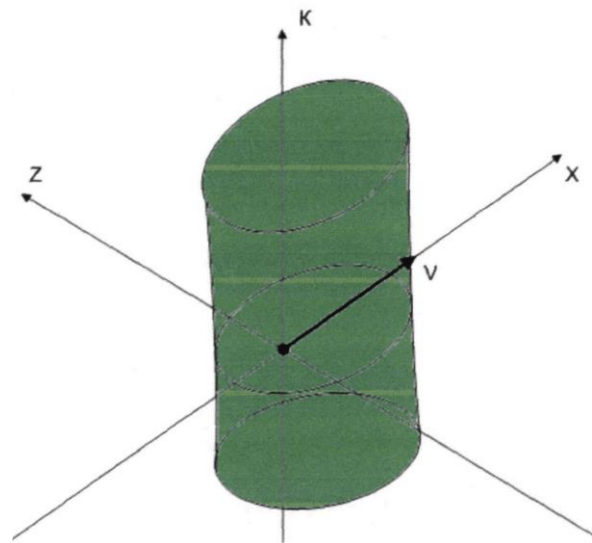


Рис. 6. Геометрична інтерпретація області тяжіння у вигляді «скрученого» еліптичного циліндра

Апроксимація функції Белмана та приклад роботи отриманого алгоритму маршрутизації. Отриманий аналітичний результат передбачається використовувати на кожному кроці вибору чергового наземного об'єкта, додаючи до маршруту той, що має мінімальне значення F_j . Приклад роботи отриманого алгоритму наведено на рис. 7.

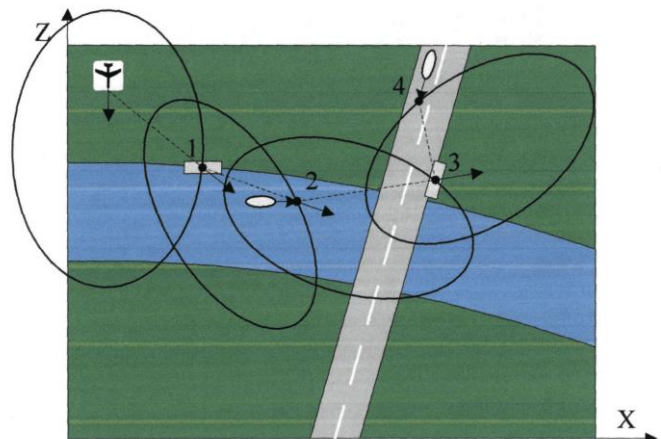


Рис. 7. Приклад послідовного вибору об'єктів, що спостерігаються

Отже, обчислення функцій ризику відбувається багаторазово. Тому цю процедуру доцільно спростити. Скористаємося тригонометричною формулою для опису межі однакового значення ризику у вигляді еліпса:

$$F_j^* = \sqrt{[(\Delta x_j - a) \cos \varphi + (\Delta z_j - b) \sin \varphi]^2 + M[(\Delta z_j - b) \cos \varphi + (\Delta x_j - a) \sin \varphi]^2 - 1}, \quad (23)$$

де a і b – координати центру, M – коефіцієнт «стиснення» його головних осей, φ – кут збільшення, Δx_j , Δz_j – збільшення координат розташування БПЛА при перельоті до об'єкту.

Якщо функцію F_j^* спростити, то при її розкладанні до ряду Тейлора можна отримати таку апроксимацію:

$$F_j^* = r_j + (\Delta x_j / r_j) \cdot [-\alpha + (M - 1)b\varphi] + \frac{\Delta z_j}{r_j} [-Mb + (M - 1)a\varphi] - \frac{ab\varphi(M - 1)}{r_j}. \quad (24)$$

Формула (24) зручна для зіставлення з виразом (4), у результаті параметри «повернутого» еліпса виявляються рівними

$$\begin{aligned} a &= 1,5R(1 + K) + 0,1x_0(1 - K); \\ b &= z_0; \varphi = \alpha + K\Delta\alpha_j; \\ M &\approx 1,4 - 4,6K. \end{aligned} \quad (25)$$

Залежність параметрів еліпса a, b, φ, M від x_0, z_0 також відповідає характеру переваги у прий-

нятті рішень. У формулах (10) кут повороту еліпса скоригований на значення $K\Delta\alpha_j$, що направляє до випередженої точки зустрічі з рухомих об'єктом.

Висновки

В статті вирішено завдання маршрутизації об'єкту групи рухомих об'єктів БПЛА. При вирішенні завдання враховувались: стала швидкість об'єкту моніторингу на інтервалі часу та динаміка руху БПЛА.

Критерієм оптимальності маршруту прийнято умову максимуму числа контрольованих об'єктів за заданий час.

Оскільки прийняття рішення для вибору точки польоту здійснюється на кожному кроці крім поточного, використовується система штрафів у вигляді втраченого часу, що впливає на вибір наступної точки-об'єкту. З огляду на зазначені обмеження застосовано метод оптимізації - динамічне програмування.

При прирівнюванні один одному ординат ризику виникає надмірна кількість варіантів складених рівнянь.

В роботі застосовано спрощений підхід, для якого додатково визначаються «середні» значення ординат ризику. При побудові маршруту на кожному кроці вибору чергового наземного об'єкта додаються до маршруту ті, що мають мінімальне значення штрафу.

В роботі отримано аналітичний результат послідовного вибору об'єктів, що спостерігаються.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Интеграционный подход к задаче выбора маршрута группы БПЛА / А.Н. Козуб, Д.П. Кучеров // Искусственный интеллект. — 2013. — № 4. — С. 333–343
2. Research on efficient online planning of emergency logistics path based on doublelayer ant colony optimization algorithm / D.Liu, S.Li // International Journal of Computers and Applications. — 2018. — № 33. — P. 1–7
3. Генерація субоптимальних маршрутів безпілотного літального апарата з використанням нейронної мережі Хопфілда / Журавська І.М. // Проблеми інформаційних технологій. — 2018. — № 1. — С. 181–185
4. Розробка алгоритмів розв'язання задачі маршрутизації транспортних засобів з часовими вікнами / М.І. Огурцов, О.М. Ходзінський // Комп'ютерна математика. — 2016. — №1. — С. 134–142
5. Realizing the UAV potential through vehicle routing optimization, Applied Energy. — 2019. — № 242. — P. 1164–1175
6. Транспортно-комунікаційна задача для груп безпілотних апаратів / В.Ю. Корольов, М.І. Огурцов // Математичні машини і системи. — 2017. — № 1. — С. 82–89
7. Hank Zumbahlen. Linear Circuit Design Handbook Analog Devices Inc. — 2008. — 954 p.
8. Теорія оптимальних розгалужених траєкторій / О. І. Лисенко, О. М. Тачиніна, С. О. Пономаренко, О. Г. Гуйда. — К: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 7БЦ. — 2023. — 260 с.

Received (Надійшла) 06.02.2023

Accepted for publication (Прийнята до друку) 26.04.2023

Routing model of flight of mobile objects by unmanned aircraft

R. Kulish, O. Matiushchenko

Abstract. An analysis of the experience of using unmanned aerial vehicles proves that the efficiency of performing tasks is directly related to the quality of route planning. Most route planning methods are focused on finding and monitoring stationary objects. However, at present, the solution of the problem of monitoring mobile, moving objects is of much greater importance. The paper solves the problem of planning a route for flying around mobile objects that maintain their direction of motion for a long period of time using the method of mathematical optimization - dynamic programming. When solving the problem of constructing an optimal route, the dynamics of the flight of an unmanned aerial vehicle was taken into account, which makes it possible to sequentially add objects to the route. When the ordinates of risk are equated to each other, there is an excessive number of variants of compound equations. The work uses a simplified approach, for which the "average" values of the risk ordinate are additionally determined. When building a route, at each step of selecting the next ground object, those with the minimum penalty value are added to the route.

Keywords: unmanned aerial vehicle, mobile groups, routing, monitoring, moving object, dynamic programming.