

С. А. Микусь, С. І. Васюхно

Національний університет оборони України імені Івана Черняхівського, Київ, Україна

## МЕТОД ВИЗНАЧЕННЯ ІМОВІРНІСНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТРАФІКА СИСТЕМИ МОНІТОРИНГУ СТАНУ УРАЖЕНИХ ОБ'ЄКТІВ

**Анотація. Актуальність.** Через суттєву нерівномірність вхідного трафіка системи моніторингу стану уражених об'єктів виникає необхідність здійснення швидкого короткочасного прогнозу поведінки трафіка по невеликій кількості відліків, тобто визначення його основних ймовірнісних характеристик. **Мета статті:** розробка методу, що дозволяє провести оцінку функції щільності розподілу трафіка системи моніторингу стану уражених об'єктів, використовуючи задану вибірку, розширену мажорантою функції розподілу, і порівняти цей метод з тими, що існують, при різних варіантах формування мережного трафіка. **Отримані результати.** побудована мажоранта функції розподілу трафіка по його поточних відліках; запропонована оцінка функції щільності розподілу трафіка; проведений порівняльний аналіз отриманої оцінки функції щільності розподілу трафіка. **Висновок.** Запропонований метод дає точнішу і стійкішу оцінку, ніж існуючі методи. Він є ефективнішим при аналізі трафіка з тривалими пульсаціями, а також трафіка з довготривалою залежністю, що притаманний центру обробки даних моніторингу стану уражених об'єктів.

**Ключові слова:** моніторинг, трафік, уражений об'єкт, функція щільності розподілу, мажоранта.

### Вступ

Головною вимогою, що ставиться до сучасних систем моніторингу стану уражених об'єктів, є оперативна обробка даних, що надходять з різних джерел: літальних апаратів, що здійснюють зйомку місцевості, космічних знімків, відрізаних датчиків, інформації щодо об'єктів до моменту ураження тощо [1]. Агрегований з різних джерел трафік, який в цей час надходить до центру обробки даних, є істотно нерівномірним, з тривалими пульсаціями. Отже, виникає необхідність здійснення швидкого короткочасного прогнозу поведінки трафіка по невеликій кількості відліків, тобто визначення його основних ймовірнісних характеристик.

Дослідження ймовірнісних характеристик поточного трафіка проведене в різних роботах, наприклад [2–4]. Одним з найчастіше використовуваних підходів до їхнього визначення є отримання оцінки функції щільності розподілу трафіка системи моніторингу стану ураженого об'єкту, що створюється потоками даних в базовій мережі відповідної комп'ютерної системи. Найчастіше для цього використовується класична парзенівська оцінка з експоненціальним ядром [5]. Останнім часом почали використовуватися парзенівська оцінка з гаусівським ядром [6] і оцінка Спанечнікова, що використовує метод стохастичної регуляризації.

Проте багато авторів відзначають [5, 6], що навіть незначні зміни параметра Херста при парзенівській оцінці (а вони зазвичай є наслідком наявності довготривалих пульсацій трафіку або «важких хвостів» розподілу трафіку з довготривалою залежністю – ДТЗ-трафіка) можуть привести до істотних відхилень від реального трафіку. Використання параметрів регуляризації  $\alpha_n$ , що динамічно настроюються, при стохастичній регуляризації частково вирішує дане питання, проте істотно погіршує оцінку функції щільності розподілу трафіка при малих вибірках.

Оскільки трафік системи моніторингу стану уражених об'єктів більшою мірою формується джерелами з тривалими пульсаціями і у багатьох випадках

володіє довготривалою залежністю, то усунення вказаних недоліків використовуваних методів даної оцінки є актуальним завданням.

Отже метою даної статті є розробка методу, що дозволяє провести оцінку функції щільності розподілу трафіка системи моніторингу стану уражених об'єктів, використовуючи задану вибірку, розширену мажорантою функції розподілу, і порівняти цей метод з тими, що існують, при різних варіантах формування мережного трафіка. Для цього пропонується вирішити такі часткові завдання: 1) побудувати по відліках мажоранту функції розподілу трафіка; 2) знайти оцінку функції щільності розподілу трафіка; 3) провести порівняльний аналіз отриманої оцінки функції щільності розподілу трафіка.

### 1. Побудова мажоранти функції розподілу трафіка

Розглянемо вибірку з  $n$  відліків трафіка, тобто послідовно розташованих значень часів надходження пакетів трафіка  $\mathfrak{T}^* = (t_1^*, t_2^*, \dots, t_n^*)$ . Для оцінки щільності розподілу ймовірності часів зазвичай будується ступінчаста емпірична функція розподілу  $F_n^*(t)$  з величиною підйому, що дозволяє отримати наближення шуканої функції  $f_n^*(t)$ . Проте відмічено [6], що при такому підході отримувані оцінки значно розходяться з щільністю ймовірності розподілу надходжень реального трафіку за наявності «важких хвостів» або тривалих пульсацій, що є характерним для трафіка системи моніторингу стану уражених об'єктів

Перейдемо при побудові  $F_n^*(t)$  від кусочно-безперервної до безперервної емпіричної функції розподілу. Для цього побудуємо мажоранту  $F_n^{(M)}(t)$  для  $F_n^*(t)$ , виконавши нижчеописані дії.

1. Побудуємо нове розбиття досліджуваного часового інтервалу, в якому точки розбиття визначаються таким чином:

$$t_0^{(M)} = 2t_1^{(*)} - t_2^{(*)};$$

$$t_i^{(M)} = \frac{t_{i-1}^{(*)} + t_i^{(*)}}{2} \text{ при } i \in \overline{1, n-1}; \quad t_n^{(M)} = t_n^{(*)}.$$

2. Визначимо значення мажоранти в точках розбиття  $\tau^{(M)}$ :

$$F_n^{(M)}(t_0^{(M)}) = 0; \quad F_n^{(M)}(t_i^{(M)}) = \frac{2i+1}{2n}.$$

3) побудуємо лінійний сплайн, що проходить через точки  $F_n^{(M)}(t_i^{(M)})$ ,  $F_n^*(t_i^*)$ , який і визначить шукану мажоранту

$$F_n^{(M)}(t) = \frac{1}{n} \sum_{l=0}^{n-1} \left( l + \frac{t-t_l^{(M)}}{t_{l+1}^{(M)} - t_l^{(M)}} \right) \times \left( \Theta(t-t_l^{(M)}) - \Theta(t-t_{l+1}^{(M)}) \right) + \Theta(t-t_n^{(M)}), \quad (1)$$

де  $\Theta(\bullet)$  – функція Хевісайда.

При  $n \rightarrow \infty$  функції  $F_n^{(M)}(t)$  сходяться до функції розподілу реального трафіку, тобто

$$P\left(\sup_t (F_n^{(M)}(t) - F(t)) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0\right) = 1. \quad (2)$$

Істинність умови (2) виходить з того, що

$$\sup |F_n^{(M)}(t) - F(t)| \leq \sup |F_n^*(t) - F(t)| + \frac{1}{n},$$

тобто з можливості застосування у даному випадку леми Бореля-Кантеллі [7].

## 2. Знаходження оцінки функції щільності розподілу трафіка

Виходячи з (2) можна припустити, що щільність ймовірності досліджуваного реального трафіку  $f(t) \in L_2(-\infty; +\infty)$  і шукати її можна з умови [7]:

$$F(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\Theta(t-x)dx, \quad (3)$$

тобто  $f(t)$  – вирішення інтегрального рівняння Фредгольма першого роду, що не є стійким щодо малих змін  $F(t)$ . Використовуємо для його вирішення метод регуляризації Тіхонова [8], що полягає в тому, що з послідовностей  $F_n^{(M)}(t)$  будується послідовність функцій  $f_n^{(M)}(t)$ , що мінімізує функціонал

$$\Phi(f, F_n^{(M)}) = \left\| \aleph f - F_n^{(M)} \right\|_{L_2}^2 + \alpha_n \Omega(f), \quad (4)$$

де  $\aleph: \{f_i\} \rightarrow \{F_i\}$  – оператор, що здійснює взаємно-однозначне відображення відповідних функціональних просторів;  $\|\bullet\|_{L_2}$  – метрика в  $L_2(-\infty; +\infty)$ ;  $\alpha_n$  –

константа регуляризації;  $\Omega(f)$  – стабілізуючий функціонал, що набуває в області визначення невід’ємних значень, для якого виконана умова компактності:

$$\forall M_c \mid (M_c = \{ \phi : \Omega(\phi) \leq C \}; C \geq 0). \quad (5)$$

Виходячи з (3) визначимо  $\aleph$  як

$$\aleph f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\Theta(t-x)dx, \quad (6)$$

а  $\Omega(f) = \|f(t)\|_{L_2}^2$  згідно [9].

Для знаходження мінімуму  $\Phi(f, F_n^{(M)})$

знайдемо похідну Фреше по  $f(t)$  в  $L_2(-\infty; +\infty)$ :

$$\begin{aligned} & \Phi(f + \Delta f) - \Phi(f) = \\ & = \left\| \aleph f(t) + \aleph \Delta f(t) - F_n^{(M)}(t) \right\|_{L_2}^2 + \|f(t) + \Delta f(t)\|_{L_2}^2 \times \\ & \times \alpha_n - \left\| \aleph f(t) - F_n^{(M)}(t) \right\|_{L_2}^2 - \alpha_n \|f(t)\|_{L_2}^2 = \\ & = \left\| \aleph f(t) - F_n^{(M)}(t) \right\|_{L_2}^2 + \left\| \aleph \Delta f(t) \right\|_{L_2}^2 + \\ & + 2\left(\aleph f(t) - F_n^{(M)}(t), \aleph \Delta f(t)\right) + \\ & + \alpha_n \|f(t)\|_{L_2}^2 + \alpha_n \|\Delta f(t)\|_{L_2}^2 + 2\alpha_n (f(t), \Delta f(t)) - \\ & - \left\| \aleph f(t) - F_n^{(M)}(t) \right\|_{L_2}^2 - \alpha_n \|f(t)\|_{L_2}^2 = \\ & = 2\left(\aleph f(t) - F_n^{(M)}(t), \aleph \Delta f(t)\right) + 2\alpha_n (f(t), \Delta f(t)) = \\ & = 2\left(\left(\aleph^* \left(\aleph f(t) - F_n^{(M)}(t)\right) + \alpha_n f(t)\right), \Delta f(t)\right) + \\ & + o(f(t)), \end{aligned}$$

де  $\aleph^*$  – оператор, зв'язаний з  $\aleph$ .

Отже, мінімум функціонала  $\Phi(f, F_n^{(M)})$  досягається на тих функціях  $f(t)$ , які задовольняють тождество

$$\aleph^* \left(\aleph f(t) - F_n^{(M)}(t)\right) + \alpha_n f(t) \equiv 0. \quad (7)$$

Після підстановки (7) в (6) отримаємо

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \Theta(x-t) \left( \int_{-\infty}^{+\infty} \Theta(x-\chi) f(\chi) d\chi - F_n^{(M)}(t) \right) dx + \alpha_n f(t) \equiv 0. \quad (8)$$

Застосуємо до (8) узагальнене перетворення Фур'є [10]:

$$\begin{aligned} & (-1/ix + \pi\delta(x)) \cdot (1/ix + \pi\delta(x)) f(x) - \\ & - F_n^{(M)}(t) + \alpha_n f(x) = 0, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\text{де } F_n^{(M)}(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} F_n^{(M)}(t) e^{-itx} dt;$$

$$f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) e^{-ix\chi} d\chi;$$

$\delta(x)$  – дельта-функція Дірака.

Після перетворення аналітичного виразу мажоранти (1) отримаємо

$$F_n^{(M)}(t) = \frac{1}{n} \sum_{l=0}^{n-1} \left( l - \frac{t_l^{(M)}}{t_{l+1}^{(M)} - t_l^{(M)}} \right) \times$$

$$\times \left( \Theta(t - t_l^{(M)}) - \Theta(t - t_{l+1}^{(M)}) \right) + \Theta(t - t_n^{(M)}) +$$

$$+ \frac{1}{n} \sum_{l=0}^{n-1} \frac{t}{t_{l+1}^{(M)} - t_l^{(M)}} \cdot \left( \Theta(t - t_l^{(M)}) - \Theta(t - t_{l+1}^{(M)}) \right). \quad (10)$$

Отримавши перетворення Фур'є для функції Хевісайда [10]:

$$\hat{\Theta}(t - \beta) = \pi\delta(t) - \frac{ie^{-it\beta}}{t};$$

$$t\hat{\Theta}(t - \beta) = i \left( \pi\delta(1-t) + \frac{ie^{-it\beta}}{t^2} - \frac{\beta e^{-it\beta}}{t} \right),$$

можемо записати перетворення Фур'є  $F_n^{(M)}(t)$ , використовуючи вираз (10):

$$F_n^{(M)}(x) = \frac{i}{nx} \sum_{l=0}^{n-1} \left( e^{-ixt_{l+1}^{(M)}} - e^{-ixt_l^{(M)}} \right) \times$$

$$\times \left( l - i / \left( t(t_{l+1}^{(M)} - t_l^{(M)}) \right) \right) +$$

$$+ \frac{i}{nx} \sum_{l=0}^{n-1} e^{-ixt_{l+1}^{(M)}} + \pi\delta(x) - (i/x) \cdot e^{-ixt_n^{(M)}}. \quad (11)$$

Підставивши (11) в (9) отримаємо

$$\left( -\frac{1}{ix} + \pi\delta(x) \right) \left( -\frac{1}{ix} f(x) + \pi\delta(x) \times$$

$$\times \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-itx} dt - \frac{1}{n} \sum_{l=0}^{n-1} \frac{i}{x} \left( e^{-ixt_{l+1}^{(M)}} - e^{-ixt_l^{(M)}} \right) \right)$$

$$\times \left( l - i / \left( x(t_{l+1}^{(M)} - t_l^{(M)}) \right) \right) + \alpha_n f(x) -$$

$$- \frac{1}{n} \sum_{l=1}^{n-1} \frac{i}{x} e^{-ixt_{l+1}^{(M)}} - \pi\delta(x) + \frac{i}{x} e^{-ixt_n^{(M)}} \Big) = 0. \quad (12)$$

Оскільки для дельта-функції Діраку і функції щільності розподілу ймовірності вірно [10]:

$$f(x)\delta(x) = f(0)\delta(x);$$

$$\pi f(x)\delta(x) = \pi\delta(x),$$

то після відповідних перетворень і множення на  $x^2$  вираз (12) набирає такого вигляду:

$$f(x) - i\pi\delta(x)f(x) + \alpha_n \pi x^2 f(x) +$$

$$+ \frac{1}{n} \left( \frac{1}{ix} + \pi\delta(x) \right) \times \left[ \sum_{l=1}^{n-1} \xi_l e^{-ixt_l^{(M)}} + \right. \quad (13)$$

$$\left. + \left( \frac{e^{-ixt_n^{(M)}}}{t_n^{(M)} - t_{n-1}^{(M)}} - \frac{e^{-ixt_0^{(M)}}}{t_1^{(M)} - t_0^{(M)}} \right) \right] = 0,$$

$$\text{де } \xi_l = \frac{1}{t_l^{(M)} - t_{l-1}^{(M)}} - \frac{1}{t_{l+1}^{(M)} - t_l^{(M)}}.$$

Використовуючи властивості дельта-функції, знайдемо з (13)  $\hat{f}(x)$ :

$$f(x) = -\frac{1}{inx(1 + \alpha_n x^2)} \times$$

$$\times \left( \sum_{l=1}^{n-1} \xi_l \cdot e^{-ixt_l^{(M)}} + \frac{e^{-ixt_n^{(M)}}}{t_n^{(M)} - t_{n-1}^{(M)}} - \frac{e^{-ixt_0^{(M)}}}{t_1^{(M)} - t_0^{(M)}} \right). \quad (14)$$

Після застосування зворотного перетворення Фур'є отримаємо рішення (8) в такому вигляді:

$$f(t) \rightarrow f_n(t) =$$

$$= \frac{1}{2n} \left( \sum_{l=0}^{n-1} \text{sign}(t - t_l^{(M)}) \xi_l \times \exp\left( \left| t - t_l^{(M)} \right| / \sqrt{\alpha_n} \right) + \right.$$

$$+ \frac{\exp\left( \left| t - t_0^{(M)} \right| / \sqrt{\alpha_n} \right) \cdot \text{sign}(t - t_n^{(M)})}{t_n^{(M)} - t_{n-1}^{(0)}} -$$

$$- \frac{1}{t_1^{(M)} - t_1^{(0)}} \exp\left( \left| t - t_0^{(M)} \right| / \sqrt{\alpha_n} \right) \times$$

$$\left. \times \text{sign}(t - t_n^{(M)}) + 2 \sum_{l=0}^{n-1} \frac{\theta(t_{l+1}^{(M)} - t) - \theta(t_l^{(M)} - t)}{t_{l+1}^{(M)} - t_l^{(M)}} \right). \quad (15)$$

### 3. Аналіз оцінки функції щільності розподілу відліків трафіка

Для аналізу якості отриманої оцінки було проведено дослідження трьох різних видів трафіка протягом фіксованого часового проміжку:

- еластичного трафіку (рис. 1, а);
- трафіку з тривалими пульсаціями (рис. 1, б);
- трафіку з «важким» статичним хвостом розподілу (рис. 1, в).

Функція щільності розподілу трафіка будувалася з використанням таких способів (відмічені цифрами на рисунках):

- 1) класичної парзенівської оцінки з експоненціальним ядром [5];
- 2) парзенівської оцінки з гаусовим ядром [6];
- 3) оцінки Еланечнікова з використанням методу стохастичної регуляризації [11];
- 4) отримана у роботі оцінка.

Коефіцієнт  $k$  на рис. 1 показує, у скільки разів парзенівської оцінки. оцінка конкретного чину відрізняється від класичної

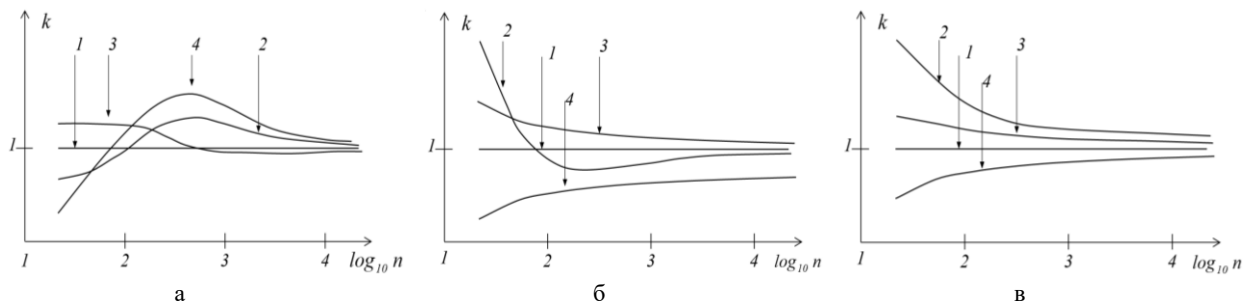


Рис. 1. Порівняльний аналіз оцінок щільності розподілу трафіка

## Висновки

Запропонований метод оцінки функції щільності розподілу трафіка, створеного інформаційними джерелами системи моніторингу стану уражених об'єктів, що використовує розширення об'єму вибірки за рахунок безперервної мажоранти функції

розподілу при малих вибірках (до 50 значень) дає точнішу і стійкішу оцінку, ніж існуючі методи. Він є ефективнішим при аналізі трафіка з тривалими пульсаціями, а також трафіка з довготривалою залежністю, що притаманний центру обробки даних моніторингу стану уражених об'єктів у перші години після ураження об'єктів.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Sofina, Natalia; Ehlers, Manfred; Michel, Ulrich. Object-based detection of destroyed buildings based on remotely sensed data and GIS. *The International Society for Optical Engineering*, 2011, vol. 8181, 87385/ DOI: <https://doi.org/10.1117/12.898469>
2. Davydov, Boris, Chebotarev, Vladimir, Kablukova, Kseniya: Evolution of Probabilistic Characteristics in the Train Traffic Process. *Lecture Notes in Networks and Systems*, 2022, Vol. 352, pp. 101–109. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-3-030-91156-0\\_8](https://doi.org/10.1007/978-3-030-91156-0_8)
3. Татарнікова, Т. М., Вольський А. В. Оцінка можливо-часових характеристик мережних вузлів з диференціацією трафіка. *Інформаційно-керуючі системи*, 2018, № 3(94), pp. 54–60.
4. Кучук Г. А. Метод оцінки характеристик АТМ-трафіка. *Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті*. 2003. № 6 (44). С. 25-29.
5. Vapnik V. Estimation of Dependences based on Empirical Data. N.-Y., Berlin : Springer – Verlag, 1987. 326 p.
6. Silverman B.W. Choosing the window width when estimating a density. *Biotechnika*. 1988. V. 65, № 1. P. 1–11.
7. Xing, Viktoria. Dynamical Borel–Cantelli lemmas. *Discrete and Continuous Dynamical Systems*, 2022, Vol. 41, Is. 4, pp. 1737–1754. DOI: <https://doi.org/10.3934/dcds.2020339>
8. . Svyrydov, A., Kuchuk, H., Tsiapa, O. (2018), “Improving efficiency of image recognition process: Approach and case study”, Proceedings of 2018 IEEE 9th International Conference on Dependable Systems, Services and Technologies, DESSERT 2018, pp. 593–597, DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/DESSERT.2018.8409201>
9. Eramili A., Narayan, O., Willinger W. Experimental queuing analyzes with long-range dependent packet traffic. *IEEE/ACM Transactions on Networking*. 1996. V.4. P. 209–223.
10. Kovalenko, A., Kuchuk H. Methods for synthesis of informational and technical structures of critical application object's control system, *Advanced Information Systems*, 2018, Vol. 2, No. 1, pp. 22–27. DOI: <https://doi.org/10.20998/2522-9052.2018.1.04>
11. Moraes, Caroline P.A., Fantinato, Denis G., Neves, Aline. Epanechnikov kernel for PDF estimation applied to equalization and blind source separation. *Signal Processing*, 2021, Vol. 189, 108251. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2021.108251>

Received (Надійшла) 22.09.2022

Accepted for publication (Прийнята до друку) 23.11.2022

## The method of determining the probabilistic characteristics of the monitoring system traffic of the affected objects

S. Mykus, S. Vasyukhno

**Abstract. Topicality.** Due to the incoming traffic of the monitoring system, the condition of the affected objects is significantly uneven. Therefore, there is a need to make a quick short-term forecast of traffic behavior based on a small number of counts. Such a forecast will allow determining the main probabilistic characteristics of traffic. **The purpose of the article** is to develop a method that allows you to estimate the density function of the traffic distribution of the system for monitoring the condition of affected objects. The assessment is carried out on a given sample. The sample is expanded by the majorant of the distribution function. **The following results** were obtained. The majorant of the traffic distribution function based on its current counts is constructed. Proposed estimation of traffic distribution density function. A comparative analysis of the obtained estimate of the traffic distribution density function was carried out. **Conclusion.** The proposed method provides a more accurate and stable estimate than existing methods. It is more efficient when analyzing traffic with long ripples, as well as traffic with long dependencies. Such a traffic is inherent in the data processing center for monitoring the state of affected objects.

**Keywords:** monitoring, traffic, affected object, distribution density function, majorant.