

В. І. Носков, В. В. Скороделов, Г. В. Гейко, О. В. Липчанська

Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», Харків, Україна

## ОПТИМІЗАЦІЯ РЕЖИМІВ РОБОТИ ТЯГОВОГО ПРИВОДА

**Анотація.** В існуючій системі управління тяговим приводом використовуються переважно пропорційні, пропорційно-інтегральні та пропорційно-інтегрально-диференціальні регулятори, які мають універсальність і надійну роботу. Однак, вони не забезпечують високої якості регулювання і уступають мікропроцесорним системам оптимального управління. В статті розглядається питання управління тяговим електроприводом постійного струму електропоїзда, яке дозволяє мінімізувати енергетичні витрати поїзда при русанні з місця і розгоні. На розробленій математичній моделі тягового електропривода за допомогою принципу максимуму Понтрягіна і дужок Пуассона вирішена задача синтезу оптимальних керувань пусковим резистором. Проведені дослідження при різних режимах розгону електропоїзда показали задовільну точність моделювання цих процесів. Отримана структура регулятора, який забезпечує оптимальний розгін електропоїзда з істотною економією енергоресурсів. Оскільки ці розрахунки не є трудомісткими, їх може здійснювати бортовий обчислювальний пристрій, який буде видавати рекомендації машиністу щодо режиму руху поїзда.

**Ключові слова:** тяговий електропривід, принцип максимуму, пусковий резистор.

### Вступ

Енергозбереження тяговим рухомим складом (ТРС) України займає особливе місце, тому що основна частина вантажних і пасажирських перевезень виконується залізничним транспортом. Для приміських пасажирських перевезень із контактної мережею 3 кВ постійного струму використовуються електропоїзди ЕР2, ЕР2Т і ЕПЛ2Т, які були випущені Ризьким вагонобудівним заводом і ВАТ «Луганськтепловоз» [1, 2]. У цих поїздах застосоване реостатне регулювання струму колекторних тягових двигунів (ТД) у режимі русання з місця і розгону. Пускові резистори включені послідовно в ланцюг живлення ТД і, у міру розгону поїзда, контакторами виводяться зі схеми. На електропоїздах ЕР2 на початку пуску всі чотири ТД моторних вагонів спочатку з'єднані послідовно, а потім відбувається їх через'єднання у дві паралельні гілки – по два ТД послідовно. В електропоїздах ЕР2Т і ЕПЛ2Т всі чотири ТД з'єднані послідовно. Після виходу ТД на природну характеристику (пускові резистори виведені зі схеми), їх подальше управління здійснюється паралельним підключенням до їх обмоток збудження шунтувальних резисторів (режим послаблення поля).

Зазначені електропоїзди перебувають в експлуатації досить довгий час, економія енергоресурсів на них може бути виконана шляхом удосконалення управління енергетичним устаткуванням і оптимізацією управління рухом з використанням засобів обчислювальної техніки. Особливу увагу заслуговує оптимізація режиму русання з місця і розгону, як найбільш енергозатратні для будь-якого типу ТРС [3, 4], насамперед, для приміських поїздів.

**Аналіз літератури.** Енергозбереження є актуальною проблемою, про що свідчать відповідні публікації. Як видно з літературних джерел, питання оптимальної експлуатації ТРС може бути розкладено на два взаємозалежні завдання, які в першому наближенні можна розглядати як незалежні: оптимальне управління енергетичним устаткуванням і оптимальне управління рухом поїзда [5, 6]. Для ТРС, що

тривалий час перебуває в експлуатації, до цього варто додати питання необхідності модернізації системи управління (СУ) на базі застосування сучасних засобів обчислювальної техніки. В існуючій СУ використовуються переважно пропорційні, пропорційно-інтегральні та пропорційно-інтегрально-диференціальні регулятори, які мають універсальність і надійну роботу. Однак, вони не забезпечують високої якості регулювання і уступають мікропроцесорним системам оптимального управління.

У цій статті розглядається питання управління тяговим електроприводом постійного струму електропоїзда, яке дозволяє мінімізувати енергетичні витрати поїзда при русанні з місця і розгоні.

### Основна частина

Програмні закони управління мають відомі недоліки, тому розглянемо можливість синтезу регулятора для управління розгоном електропоїзда. При синтезі оптимальних регуляторів для управління складними нелінійними об'єктами дуже важливо вибрати правильну стратегію синтезу. Для приводу постійного струму електропоїзда доцільно вибрати стратегію, що передбачає пошук регулятора у два етапи. На першому етапі виконується синтез оптимального регулятора за допомогою спрощеної моделі, а на другому етапі – перевірка і уточнення отриманого регулятора або закону управління на реальному об'єкті, або більш повної та точної моделі, що могла б дати відповідь із приводу практичної цінності тієї або іншої пропозиції. Структурна схема розглянутого об'єкта управління представлена на рис. 1.

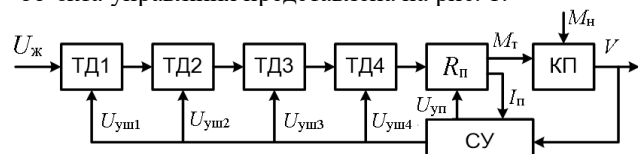


Рис. 1. Структурна схема об'єкта управління

На рис. 1 прийняті наступні позначення:  $U_{ж}$  – напруга живлення контактної мережі; ТД1, ..., ТД4 – тягові електродвигуни постійного струму з послідов-

ним збудженням;  $U_{yш1}, \dots, U_{yш4}$  – сигнали управління шунтувальними резисторами обмоток збудження тягових двигунів;  $R_n$  – пусковий (додатковий) резистор;  $U_{уп}$  – сигнал управління пусковим резистором;  $M_t$  – тяговий момент електропривода;  $M_n$  – момент навантаження;  $V$  – швидкість електропоїзда;  $I_n$  – струм у ланцюзі пускового резистора; КП – колісна пара.

Сигнал  $U_{уп}$  управляє величиною опору резистора  $R_n$ , обмежуючи пусковий струм двигунів. При досягненні швидкості електропоїзда 50-60 км/год зростає ЕРС двигунів, а опір  $R_n$  зменшується до нуля. Із цього моменту подальше збільшення швидкості електропоїзда здійснюється за допомогою формування сигналів управління приводом  $U_{yш1}, \dots, U_{yш4}$ , по яких виробляється шунтування обмоток збудження ТД. На рис. 2 наведена схема заміщення електродвигуна постійного струму послідовного збудження з елементами управління.

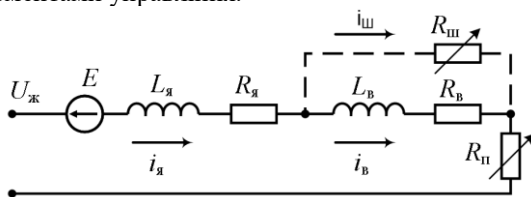


Рис. 2. Схема заміщення електродвигуна постійного струму з елементами управління

На рис. 2 прийняті наступні позначення:  $U_ж$  – напруга живлення тягового двигуна;  $E$  – ЕРС двигуна;  $i_я, L_я, R_я$  – струм, індуктивність і опір якірного ланцюга двигуна;  $i_з, L_з, R_з$  – струм, індуктивність і опір обмотки збудження;  $i_ш, R_ш$  – струм і опір ланцюга шунтувального резистора;  $R_n$  – пусковий резистор. Внаслідок того, що на етапі розгону електропоїзда до швидкості приблизно 60 км/год управління електроприводом виконується тільки шляхом зміни опору  $R_n$ , можна спростити схему заміщення, виключивши з неї шунтувальний резистор  $R_ш$ , що дає можливість замінити індуктивності та опори якірного ланцюга і ланцюга збудження еквівалентними (рис. 3). Крім того, при розробці спрощеної математичної моделі об'єкта управління для рішення зазначеного завдання оптимального управління чотири окремих тягових двигунів можуть бути замінені одним еквівалентним двигуном.

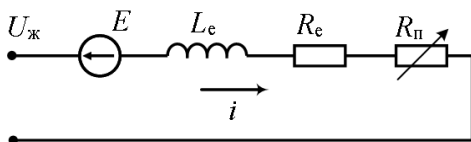


Рис. 3. Спрощена схема заміщення тягового двигуна

На рис. 3 прийняті такі позначення:  $L_е = L_я + L_з$ ;  $R_е = R_я + R_з$ . Зі спрощеної еквівалентної схеми заміщення ТД нескладно одержати диференціальне рівняння, яке описує зміну струму двигуна [6]:

$$L_е \frac{di}{dt} = U_ж - E - R_е i - R_n i, \quad (1)$$

де  $L_е$  – індуктивність обмоток двигуна;  $i$  – струм двигуна;  $U_ж$  – напруга живлення;  $E = C_e \Phi_\delta n$  – ЕРС

ТД;  $C_e$  – постійна величина;  $\Phi_\delta = \gamma(1 - e^{\beta i})$  – потік ТД;  $\gamma, \beta$  – постійні величини кривої намагнічування;  $n$  – частота обертання ТД;  $R_е$  – опір обмоток ТД;  $R_n$  – опір пускового резистора.

В результаті математичних перетворень і групування постійних величин з рівняння (1) одержимо рівняння струму в ланцюзі ТД:

$$\frac{di}{dt} = a_{10} + a_{11}n + a_{12}ne^{\beta i} + a_{13}i + a_{14}u, \quad (2)$$

де  $u = R_n i$  – управління  $U_{уп}$  (напруга на пусковому резисторі);  $a_{10} = U_ж / L_е$ ;  $a_{11} = -C_e \gamma / L_е$ ;  $a_{12} = -a_{11}$ ;  $a_{13} = -R_е / L_е$ ;  $a_{14} = -1 / L_е$ .

Частота обертання ТД може бути отримана з математичної моделі руху поїзда [6]:

$$J \frac{d\omega}{dt} = M_m - M_n, \quad (3)$$

де  $J$  – момент інерції;  $\omega$  – кутова швидкість;  $M_t$  – момент тяги;  $M_n$  – момент навантаження.

Для збільшення тягового моменту використовується редуктор з передатним числом  $\mu$ , при цьому досягається збільшення результуючого моменту в  $\mu$  раз, але зменшується частота обертання колісних пар в  $\mu$  раз. Внаслідок того, що момент тяги моторного вагона дорівнює сумі моментів тяги всіх ТД із урахуванням передатного числа тягового редуктора  $\mu$ , то прийнявши допущення, що всі ТД ідентичні та відсутнє боксування колісних пар, момент тяги може бути визначений по рівнянню:

$$M_m = 4\mu M_\delta = 4\mu C_m \Phi_\delta i, \quad (4)$$

де  $\mu$  – передатне число редуктора;  $M_\delta$  – момент тяги одного ТД;  $C_m$  – постійна величина.

Момент навантаження визначається з рівнянь:

$$M_n = jW_0 F_3 R_k, \quad (5)$$

$$W_0 = \frac{1}{1000} (a_0 + a_1 V + a_2 V^2), \quad (6)$$

$$V = \omega R_k, \quad (7)$$

$$F_c = mg, \quad (8)$$

де  $j$  – коефіцієнт ухилу шляху (для горизонтальної ділянки  $j=1$ );  $W_0$  – удільний опір руху;  $F_3$  – зчіпна вага;  $R_k$  – радіус моторного колеса;  $a_0, a_1, a_2$  – постійні величини;  $V$  – швидкість поїзда;  $m$  – маса поїзда;  $g$  – прискорення вільного падіння.

Момент інерції  $J$  визначається з рівняння:

$$J = mR_k^2, \quad (9)$$

а частота обертання ТД зв'язана зі швидкістю руху поїзда наступним співвідношенням:

$$n = \mu\omega / (2\pi). \quad (10)$$

Для визначення частоти обертання ТД скористаємося рівняннями (3 – 10). У результаті ряду математичних перетворень і групування постійних величин одержимо диференціальне рівняння частоти обертання ТД:

$$\frac{dn}{dt} = a_{20} + a_{21}i + a_{22}ie^{\beta i} + a_{23}n + a_{24}n^2, \quad (11)$$

$$\text{де } a_{20} = \frac{-\mu j g a_0}{2\pi R_k 1000}; \quad a_{21} = \frac{\mu^2 4 C_M \gamma}{2\pi m R_k^2 1000};$$

$$a_{22} = -a_{21}; \quad a_{23} = \frac{-j g a_1 3,6}{1000}; \quad a_{24} = \frac{-j g a_2 2\pi 3,6^2}{1000\mu}.$$

В результаті одержуємо спрощену математичну модель об'єкта управління у вигляді системи диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{di}{dt} = a_{10} + a_{11}n + a_{12}ne^{\beta i} + a_{13}i + a_{14}u, \\ \frac{dn}{dt} = a_{20} + a_{21}i + a_{22}ie^{\beta i} + a_{23}n + a_{24}n^2. \end{cases} \quad (12)$$

Дослідження, проведені з використанням (12), показали відповідність процесів, знятих з моделі, процесам, що протікають у реальному об'єкті.

При розгоні електропоїзда, використовуючи можливість управління пусковим резистором  $R_{п}$ , ставиться завдання знаходження оптимальних керувань із урахуванням заданого критерію якості. Для рішення завдання пошуку оптимального управління визначимо мінімізуючий функціонал, що являє собою лінійну зважену комбінацію квадрата управління і часу розгону електропоїзда

$$I = \int_0^{t_k} (k_1 + k_2 u^2) dt, \quad (13)$$

де  $t_k$  – час розгону електропоїзда;  $k_1, k_2$  – постійні коефіцієнти. Одним з варіантів рішення сформульованого завдання може бути використання принципу максимуму Понтрягіна [7 – 9]. Основні співвідношення в цьому випадку мають вигляд:

$$\frac{dx_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial \psi_i}, \quad x_i(0) = x_{i0}, \quad i = 0, 1, 2, \quad (14)$$

$$\frac{d\psi_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial x_i}, \quad i = 0, 1, 2, \quad (15)$$

$$H = \psi_1 f_1(x_1, x_2, u) + \psi_2 f_2(x_1, x_2) + \psi_0 (k_1 + k_2 u^2), \quad (16)$$

$$H(x_i(t), \psi_i(t), u(t)) = \max_{u \in D} H(x_i(t), \psi_i(t), u(t)), \quad (17)$$

де  $x_0$  – нова фазова координата системи;  $H$  – гамільтоніан системи;  $\psi_i$  ( $i = 0, 1, 2$ ) – сполучені функції;  $f_1(x_1, x_2, u)$ ,  $f_2(x_1, x_2)$  – праві частини рівнянь (12);  $D$  – область припустимих керувань. Оскільки гамільтоніан системи не залежить явно від часу, то

$$H = \text{const} = 0. \quad (18)$$

Якщо управління  $u$  перебуває усередині припустимої області керувань  $D$ , то справедливо:

$$\Phi = \frac{\partial H}{\partial u} = \psi_1 \frac{\partial f_1}{\partial u} + \psi_2 \frac{\partial f_2}{\partial u} + \psi_0 \frac{\partial (k_1 + k_2 u^2)}{\partial u} = 0. \quad (19)$$

В силу однорідності гамільтоніана  $H$  по  $\psi_i$  оптимальне управління визначається не значеннями  $\psi_i$ , а їхнім відношенням до однієї із них.

Оскільки  $\frac{\partial H}{\partial x_0} \equiv 0$ , то з виразу (15) виходить, що

$\psi_0 = \text{const}$ , тому можна прийняти  $\psi_1 = -1$ .

Таким чином, маємо два рівняння (18), (19), що містять  $\psi_1, \psi_2, x_1, x_2$  та управління  $u$ . Для виключення сполучених змінних  $\psi_1, \psi_2$  необхідне третє рівняння, одержане за допомогою дужок Пуассона [9]:

$$\begin{aligned} [H\Phi] &= \frac{\partial H}{\partial x_1} \frac{\partial \Phi}{\partial \psi_1} - \frac{\partial H}{\partial \psi_1} \frac{\partial \Phi}{\partial x_1} + \frac{\partial H}{\partial x_2} \frac{\partial \Phi}{\partial \psi_2} - \\ &- \frac{\partial H}{\partial \psi_2} \frac{\partial \Phi}{\partial x_2} = (\psi_1 (a_{12} \beta x_2 e^{\beta x_1} + a_{13}) + \psi_2 (a_{21} + \\ &+ a_{22} e^{\beta x_1} + a_{22} \beta x_1 e^{\beta x_1})) a_{14}. \end{aligned} \quad (20)$$

Рівняння (16), (18), (19) лінійні щодо сполучених змінних  $\psi_1$  і  $\psi_2$ , тому виключити їх із цих рівнянь не складно і в результаті одержимо вирази виду:

$$A_2 u^2 + A_1 u + A_0 = 0, \quad (21)$$

$$\text{де } A_2 = k_2; \quad A_0 = -k_1;$$

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{2k_2}{a_{14}} [a_{10} + a_{11}x_2 + a_{12}x_2 e^{\beta x_1} + a_{13}x_1 - \\ &- ((a_{12} \beta x_2 e^{\beta x_1} + a_{13})(a_{20} + a_{21}x_1 + a_{22}x_1 e^{\beta x_1} + \\ &+ a_{23}x_2 + a_{24}x_2^2) / (a_{21} + a_{22} e^{\beta x_1} + a_{22} \beta x_1 e^{\beta x_1}))]. \end{aligned}$$

Із рівняння (21) при відомих фазових координатах  $x_1, x_2$  можна визначити оптимальне управління за умови, що воно перебуває усередині припустимої області керувань  $u_1 \in D$ :

$$u_1 = \frac{-A_1 - \sqrt{A_1^2 - 4A_0A_2}}{2A_2}. \quad (22)$$

В іншому випадку користуватися рівнянням (21) не можна, тому що воно отримано в припущенні, що з розгляду виключені граничні значення управління, які можуть бути знайдені за допомогою більш складного виразу (17). Оскільки в розглянутій задачі область припустимих управлінь задається у вигляді інтервалу  $[0 \leq u \leq U_{\max}]$ , а згідно з законами фізики не може бути миттєвих перемикань управління з нижнього граничного значення у верхнє і навпаки, то за допомогою співвідношення (22) можемо одержати вираз для визначення оптимального управління з урахуванням заданої області обмежень рівняння:

$$u = \begin{cases} 0, & \text{якщо } u_1 \leq 0, \\ u_1, & \text{якщо } 0 \leq u_1 \leq U_{\max}, \\ U_{\max}, & \text{якщо } u_1 \geq U_{\max}. \end{cases} \quad (23)$$

Сигнали струму і частоти обертання двигуна ( $i$  та  $n$  відповідно) обчислюються по рівняннях (2) та (11). Постійні коефіцієнти обчислюються виходячи з параметрів і характеристик двигуна й об'єкта управління. Блок « $R$ » формує управління згідно виразу (22), а наступний за ним блок обмежує сигнал управління  $u$  по виразу (23). Математичне моделювання розгону поїзда згідно з виразами (22), (23),

підтвердило його працездатність і дозволило одержати більш економічні режими. Наявність математичної моделі дозволило провести уточнення системи управління електропоїздів ЕПЛ2Т і їх успішне випробування, а також задачу в експлуатацію. Одержані експериментальні дані підтвердили якість досліджень на моделі (похибка моделювання не перевищила 5%). На рис. 4 приведений графік розгону поїзда  $V(t)$  при неоптимальному управлінні (крива 1), при оптимальному управлінні, отриманому в процесі моделювання при східчастій зміні резистора  $R_{\Pi}$  (крива 3), при розрахунковому оптимальному управлінні, отриманому при безперервній зміні пускового резистора (крива 2).

Значення витрат енергії при розрахунковій оптимальній траєкторії – 5910,070 кВт·с, при неоптимальному процесі розгону – 6062,854 кВт·с, оптимальному процесі розгону електропоїзда, але при східчастій зміні пускового резистора  $R_{\Pi}$  – 5997,981 кВт·с.

### Висновки

Розроблено математичну модель для вирішення задачі синтезу оптимальних керувань пусковим резистором  $R_{\Pi}$  при розгоні електропоїзда за допомогою принципу максимуму Понтрягіна і дужок Пуассона.

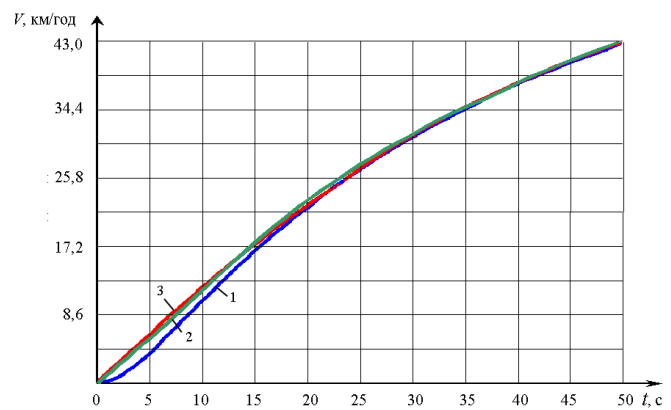


Рис. 4. Графік  $V(t)$  розгону поїзда

Її дослідження при різних режимах розгону електропоїзда показали задовільну точність моделювання цих процесів. За допомогою розробленої моделі синтезована структура регулятора, який забезпечує оптимальний розгін електропоїзда з істотною економією енергоресурсів. Оскільки приведені розрахунки не є трудомісткими, вони можуть здійснюватися за допомогою бортових обчислювальних пристроїв, які будуть видавати машиністу необхідні рекомендації щодо режиму ведення поїзда.

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Рухомий склад міського електричного транспорту. Механічна частина : навч. посібник / В. Х. Далека, М. В. Хворост, В. І. Скуріхін, Д. І. Скуріхін. ; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2018. – 388 с.
2. Басов Г. Г. Развитие электричного моторвагонного рухомого складу. Ч. 1. / Г. Г. Басов, С. І. Ясько. – Харків : Аспект, 2005. – 248 с.
3. Логвінова Н. О. Зменшення експлуатаційних витрат за допомогою енергооптимального руху поїздів / Н. О. Логвінова, Д. О. Босий, О. М. Полях. – Вісн. Дніпропетр. нац. ун-ту залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна. – Д., 2012. – Вип. 42. – С. 110–113.
4. Кислий Д. М. Визначення енергозощаджуючих режимів ведення поїздів / Д. М. Кислий. – Наука та прогрес транспорту. Вісник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту, 2016, № 1 (61). – С. 71 – 84.
5. Притула М. Г. Розроблення алгоритмів формування енергооптимальних режимів руху поїздів / М. Г. Притула, О.А Пасечник. – Вісник ДНТУ ЗТ, 2018, № 6 (78). С. 82 – 100.
6. Носков В.И. Моделирование и оптимизация систем управления и контроля локомотивов / В.И. Носков, В.Д. Дмитриенко, Н.И. Заповловский, С.Ю. Леонов // Научное издание – Харьков: ХФИ «Транспорт Украины», 2003. – 248 с.
7. Понтрягин Л.С. Математическая теория оптимальных процессов / Л.С.Понтрягин, В.Г. Болтянский, Р.В. Гамкрелидзе, Е.Ф. Мищенко. – М.: Наука, 1983. – 392 с.
8. Дмитриенко В.Д. Синтез законов управления подвижным составом на основе применения принципа максимума Понтрягина / В.Д. Дмитриенко, Н.В. Мезенцев, Г.В. Гейко // Проблемы інформатики та моделювання. Тезиси XVII міжнародної науково-технічної конференції. – Харків: НТУ «ХПІ», 2017. – С. 31.
9. Дмитриенко В.Д. Моделирование и оптимизация процессов управления движением дизель-поездов / В. Д. Дмитриенко, А. Ю. Заковоротный. – Харьков: Изд. центр «НТМТ», 2013. – 248 с.

Received (Надійшла) 23.04.2022

Accepted for publication (Прийнята до друку) 11.07.2022

### OPTIMIZATION OF TRACTION DRIVE OPERATING MODES

Valentin Noskov, Volodymyr Skorodielov, Hennadii Heiko, Oksana Lipchanska

**Abstract.** In the existing traction drive control system, mainly proportional, proportional-integral and proportional-integral-differential regulators are used, which have universality and reliable operation. However, they do not provide high quality regulation and are inferior to microprocessor systems of optimal control. The issue of controlling the traction electric drive of an electric train is considered. It allows minimizing the energy consumption of the train when moving from a place and acceleration. The problem of starting resistor optimal control synthesis is solved using the Pontryagin maximum principle and Poisson brackets. For this, the developed mathematical model of the traction electric drive was used. The conducted studies at different acceleration modes of the electric train showed satisfactory accuracy of modeling of these processes. The structure of the regulator is obtained, which provides optimal acceleration of the electric train with a significant saving of energy resources. Since these calculations are not time-consuming, they can be carried out by an on-board computer, which will issue recommendations to the driver about the mode of train movement.

**Keywords:** traction electric drive, maximum principle, starting resistor.