УДК 681.5 **doi: 10.26906/SUNZ.2022.2.019**

Є. І. Калінін[1], В. М. Ткачов[2], Д. О. Лисиця[1], А. О. Рибальченко[1]

[1] Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», Харків, Україна
[2] Харківський національний університет радіоелектроніки, Харків, Україна

ОПТИМАЛЬНИЙ ПАРАМЕТРИЧНИЙ СИНТЕЗ СТОХАСТИЧНИХ СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ КІНЦЕВИМ ПОЛОЖЕННЯМ

Анотація. Предметом досліджень статті є лінійні стохастичні динамічні системи управління кінцевим положенням. Метою роботи є синтез ефективних чисельних алгоритмів машинно-го проектування лінійних стохастичних динамічних систем управління кінцевим положенням. Завдання дослідження полягають у побудові алгоритмів синтезу, заснованих на застосуванні методу інверсійно-сполучених систем, а також на зниженні розмірності простору параметрів, що оптимізуються. Застосовувані методи: інверсійно-сполучені системи для формування критерію якості, методи зниження розмірності простору параметрів, що оптимізуються на підставі спектрального аналізу матриці кривизни. Отримані результати: пошук оптимальних параметрів у запропонованому підпросторі може здійснюватися всіма методами першого або другого порядку з використанням спроектованих матриць. При досягненні в підпросторі точки мінімуму критерію у ній обчислюються градієнт та кривизна і на підставі спектрального аналізу будується новий підпростір запропонованого типу з наступним повтором процесу оптимізації. Запропонована стратегія пошуку скорочує кількість кроків оптимізації. Практична значущість роботи полягає у тому, що з використанням матриць сполучених змінних отримані ефективні способи обчислення градієнта та кривизни критерію оптимізації. Оскільки час обчислення градієнта за запропонованими залежностями в основному визначається часом інтегрування рівнянь для сполучених матриць, то воно приблизно дорівнює часу інтегрування рівнянь для визначення фундаментальної матриці та дисперсії.

Ключові слова: чисельний алгоритм; машинне проектування; лінійна стохастична динамічна система; простір параметрів, оптимізація.

Вступ

Сучасна інтенсифікація виробничих процесів у всіх галузях призвела до синтезу різноманітних систем управління, які функціонують на технологічному рівні управління виробництвом та систем управління різними об’єктами.

Одним з основних компонентів названих систем управління є програми, в яких реалізується алгоритм управління, тобто. визначаються реакції системи на зовнішні впливи з урахуванням змінних внутрішніх станів самої системи, що у результаті можна назвати поведінкою системи управління.

Автори робіт [6 – 10] зазначають, що в проектуванні систем управління, які вирішують однотипні завдання, доцільно використовувати еквівалентні методи, тобто застосовувати компонентний підхід у проектуванні, при якому повторно використовуються вже створені та апробовані практикою компоненти системи керування.

Сам процес автоматизації виробництв сьогодні характеризується появою великої кількості інтелектуальних механізмів автоматики. Це зумовлено тим, що посилюються вимоги до об’єму, швидкості та надійності передачі даних, тому питання забезпечення комунікацій виходять на перший план [4]. При цьому слід враховувати, що побудова автоматизованих систем управління має обов’язково враховувати необхідність здешевлення та спрощення технологічних процесів [1 – 14].

Окрім того, у техніці регулювання особливе місце займають системи управління кінцевим положенням. Зазвичай такі системи можуть бути описані лінійними диференціальними рівняннями, коефіцієнти яких залежать від часу t та моменту t_f закінчення процесу. Прикладом таких систем можуть бути системи, які наведені у роботі [4].

Їх відмінною особливістю є наявність коефіцієнтів виду $a(t_f - t)$. При $t \to t_f$ система прямує до деякого кінцевого стану, який визначає результат управління.

Мета роботи – синтез ефективних чисельних алгоритмів машинного проектування лінійних стохастичних динамічних систем управління кінцевим положенням.

Завдання дослідження полягають у побудові алгоритмів синтезу, заснованих на застосуванні методу інверсійно-сполучених систем, а також на зниженні розмірності простору параметрів, що оптимізуються.

Формування задачі з мінімізацією критерію якості

Нехай система управління кінцевим положенням описується лінійним рівнянням:

$$\dot{x} = A(t_f - t)x + B(t_f - t)w, \tag{1}$$

де $A(t_f - t)$, $B(t_f - t)$ – матриці системи з коефіцієнтами, що залежать від t_f і t, а також від r параметрів h_i, $i = \overline{1, r}$;

w – центрований білий шум інтенсивності $V(t_f - t)$; $x(t_0) = x_0$ – випадковий вектор із середнім значенням m_0 та матрицею дисперсій C_0.

Завдання полягає в такому виборі параметрів, щоб надати мінімум критерію якості:

$$J = \int_{t_0}^{t_{f\max}} M\left\{x^T(t_f)C_f(t_f)x(t_f)\right\}dt_f = \int_{t_0}^{t_{f\max}} trC_f(t_f)R(t_f)dt_f. \tag{2}$$

Тут $R(t)$ – симетрична $n\times n$ матриця других початкових моментів, що задовольняє рівнянню виду:

$$R(t)=A(t_f-t)R(t)+(A(t_f-t)R(t))^T+$$
$$+B(t_f-t)V(t_f-t)B^T(t_f-t); \quad (3)$$
$$R(t_0)=C_0+m_0m_0^T,$$

де $C_f(t_f)$ – вагова матриця;

M – знак математичного сподівання;
tr – знак сліду матриці;
T – знак транспонування;
n – порядок системи.

Застосування методу інверсійно-сполучених систем для формування критерію якості

Оцінка інтегралу при обчисленні критерію виразу (2) вимагає багаторазового прорахунку матричного рівняння (3) для різних t_f . Хоча, з урахуванням симетрії матриці $R(t)$ порядок рівняння (3) дорівнює $n(n+1)/2$, безпосередній підрахунок критерію з прийнятною точністю потребує надмірно великої кількості обчислень.

Нижче описано підхід, що дозволяє вирішити задачу за прийнятний машинний час.

Матриця дисперсій за нульових початкових умов визначається інтегралом виду:

$$C(t_f)=$$
$$=\int_{t_0}^{t_f}\Phi(t_f,t)B(t_f-t)V(t_f-t)B^T(t_f-t)\Phi^T(t_f,t)dt, \quad (4)$$

де $\Phi(t_f,t)$ – фундаментальна матриця системи (2), яка задовольняє рівняння:

$$\frac{d\Phi(t_f,t)}{dt}\Phi(t_f,t)A(t_f-t),\Phi(t_f,t)=1,$$
$$t\in[t_0,t_f].$$

Введемо інверсійно-сполучену систему, тобто позначимо $\tau=t_f-t$ – час до кінця процесу управління; тоді:

$$\frac{d\Phi(t_f,t_f-\tau)}{d\tau}=\Phi(t_f,t_f-\tau)A(\tau);$$
$$\Phi(t_f,t_f-0)=1;$$
$$\tau\in[0,t_f-t_0].$$

Або, позначивши $\Phi(t_f,t_f-\tau)=\psi(\tau)$, отримаємо таке:

$$\frac{d\psi(\tau)}{d\tau}=\psi(\tau)A(\tau),\quad \psi(0)=1,\ \tau\in[0,t_{f\max}-t_0]. \quad (5)$$

Таким чином, фундаментальна матриця системи (1), якщо її перший аргумент дорівнює t_f , не залежить від t_f і залежить тільки від часу τ до кінця процесу. Матриця дисперсій визначається інтегралом:

$$C(t_f)=C(t_f-t_0)=$$
$$=\int_0^{t_f-t_0}\psi(\tau)B(\tau)V(\tau)B^T(\tau)\psi^T(\tau)dx,$$

або може бути отримана як розв'язок диференціального рівняння виду:

$$\frac{dC(t_f-t_0)}{d(t_f-t_0)}=$$
$$-\psi(t_f-t_0)B(t_f-t_0)V(t_f-t_0)B^T(t_f-t_0)\psi^T(t_f-t_0).$$

Введемо позначення $t_f-t_0=\tau$, тоді:

$$\frac{dC(\tau)}{d\tau}=\psi(\tau)B(\tau)V(\tau)B^T(\tau)\psi^T(\tau);$$
$$C(t_0-t_0)=0, \quad (6)$$
$$\tau\in[0,t_{f\max}-t_0].$$

Розглянемо обчислення вектору математичного сподівання $m(t)$ для кінцевого моменту t_f . Оскільки математичне сподівання описується однорідним рівнянням виду (1), то виконуючи заміну змінних, отримаємо:

$$m(t_f)=\Phi(t_f,t_0)m(t_0)=$$
$$=\Phi(t_f,t_f-(t_f-t_0))m(t_0)=$$
$$=\psi(t_f-t_0)m(t_0)=\psi(\tau)m(t_0),$$
$$\tau\in[0,t_{f\max}-t_0].$$

Отже, підрахунок математичного сподівання в кінцевий момент часу можна виконувати одночасно з інтегруванням системи (5) та (6) з інтегральним критерієм:

$$\begin{cases}\dfrac{d\psi(\tau)}{d\tau}= \\ \quad =\psi(\tau)A(\tau);\psi(0)=1; \\ \dfrac{dC(\tau)}{d\tau}= \\ \quad =\psi(\tau)b(\tau)V(\tau)B^T(\tau)\psi^T(\tau);C(0)=0; \\ J= \\ \quad =\displaystyle\int_0^{t_{f\max}-t_0}trC_f(\tau)\Big[\psi(\tau)m_0m_0^T\psi^T(\tau)+C(\tau)\Big]dx.\end{cases} \quad (7)$$

Представлення виробничого критерію з використанням сполучених змінних

Ефективні методи параметричної оптимізації, що належать до групи методів другого порядку, вимагають для свого застосування градієнт та матрицю кривизни критерію:

$$g=(\partial J/\partial h_1,...,\partial J/\partial h_r)^T=(J_1,...,J_r)^T;$$
$$G=\{\partial^2J/\partial h_i\partial h_k\}=\{J_{ik}\};$$
$$i,k=\overline{1,r}.$$

Отримаємо рівняння для похідних, диференціюючи критерій J в (7) за параметрами:

$$\begin{cases} \dot{C}_i = \\ \quad = \psi_i BVB^T\psi^T + \psi(BVB^T)_i\psi^T + \psi BVB^T\psi_i^T; \\ J_i = \int\limits_0^{t_{f\max}-t_0} trC_f(\tau)\begin{bmatrix} \psi_i m_0 m_0^T \psi^T + \\ + \psi m_0 m_0^T \psi_i^T + C_i \end{bmatrix} dx; \\ \dot{\psi}_i = \\ \quad = \psi_i A + \psi A_i. \end{cases} \qquad (8)$$

Для уникнення r-кратного інтегрування рівнянь для ψ_i, C_i введемо сполучені матриці F і H та розглянемо тотожності:

$$\begin{cases} -tr\psi_i F \Big|_0^{t_{f\max}-t_0} + \int\limits_0^{t_{f\max}-t_0} tr(\dot{\psi}_i F + \psi_i \dot{F})d\tau = 0; \\ -trC_i H \Big|_0^{t_{f\max}-t_0} + \int\limits_0^{t_{f\max}-t_0} tr(\dot{C}_i H + C_i \dot{H})d\tau = 0. \end{cases} \qquad (9)$$

Додаючи їх до виразу J_i в (8) та враховуючи що

$$\psi_i(0) = 0 \text{ і } C_i(0) = 0,$$

отримаємо похідну J_i яка вже не містить ψ_i та C_i:

$$\begin{cases} J_0 = \int\limits_0^{t_{f\max}-t_0} tr[\psi A_i F + \psi(BVB^T)_i\psi^T H]d\tau; \\ \dot{F} = -AF - \begin{bmatrix} \left(C_f + C_f^T\right) m_0 m_0^T + \\ + (H + H^T)BVB^T \end{bmatrix}\psi^T; \\ \dot{H} = -C_f; \dot{\psi} = \psi A; \\ F(t_{f\max} - t_0); \\ H(t_{f\max} - t_0) = 0; \\ \psi(0) = 1. \end{cases} \qquad (10)$$

Як видно з отриманих рівнянь, матриці сполучених змінних задовольняють неоднорідним рівняння, що розв'язуються у зворотному часі з нульовими початковими умовами. При виконанні обчислень елементи матриці ψ необхідно зберігати, оскільки рівняння для ψ має розв'язуватися у прямому часі.

Отримаємо вирази для похідних критерію J_{ik}, диференціюючи співвідношення (8):

$$J_{ik} = \int\limits_0^{t_{f\max}} tr\begin{pmatrix} C_f\psi_{ik} m_0 m_0^T \psi^T + C_f \psi_i m_0 m_0^T \psi_k^T + \\ + C_f \psi_k m_0 m_0^T \psi_i^T + C_f \psi m_0 m_0^T \psi_{ik}^T + \\ + C_f C_{ik} \end{pmatrix} d\tau;$$

$$\dot{\psi}_{ik} = \psi_{ik}A + \psi_i A_k + \psi_k A_i + \psi A_{ik};$$

$$\dot{C}_{ik} = \psi_{ik}BVB^T\psi^T + \psi_i(BVB^T)_k\psi^T + \psi_i BVB^T\psi_k^T + \\ + \psi_k(BVB^T)_i\psi^T + \psi(BVB^T)_{ik}\psi^T + \\ + \psi(BVB^T)_i\psi_k^T + \psi_k BVB^T\psi_i^T + \\ + \psi(BVB^T)_k\psi_i^T + \psi BVB^T\psi_{ik}^T.$$

Для уникнення інтегрування рівнянь для ψ_{ik} і C_{ik} знову введемо сполучені матриці F і H та розглянемо тотожності:

$$-tr\psi_{ik}F \Big|_0^{t_{f\max}-t_0} + \int\limits_0^{t_{f\max}-t_0} tr(\dot{\psi}_{ik}F + \psi_{ik}\dot{F})d\tau = 0;$$

$$-trC_{ik}H \Big|_0^{t_{f\max}-t_0} + \int\limits_0^{t_{f\max}-t_0} tr(\dot{C}_{ik}H + C_{ik}\dot{H})d\tau = 0.$$

Додаючи ці тотожності до виразу J_{ik} та враховуючи, що

$$\psi_{ik}(0) = C_{ik}(0) = 0,$$

можна отримати похідну J_{ik}, котра не містить змінних ψ_{ik} і C_{ik}:

$$J_{ik} = \int\limits_0^{t_{f\max}} tr\begin{bmatrix} C_f \psi_i m_0 m_0^T \psi_k^T + (\psi_i m_0 m_0^T \psi_k^T)^T + \\ + (\psi_i A_k + \psi_k A_i + \psi A_{ik})F + \\ + (P + P^T)H \end{bmatrix} d\tau, \qquad (11)$$

де $$P = \psi_i(BVB^T)_k\psi^T + \psi_i BVB^T\psi_k^T + \\ + \psi_k(BVB^T)_i\psi^T,$$

а сполучені матриці F і H задовольняють рівнянням, аналогічним (10).

Таким чином, з використанням матриць сполучених змінних отримані ефективні способи обчислення градієнта та кривизни критерію (10), (11). Оскільки час обчислення градієнта за виразами (10) в основному визначається часом інтегрування рівнянь для F і H, то воно приблизно дорівнює часу інтегрування рівнянь для визначення фундаментальної матриці ψ та дисперсії C.

Для обчислення матриці кривизни необхідно інтегрувати r пар рівнянь для ψ_i і C_i, а рівняння для сполучених змінних зберігаються.

Зниження розмірності простору параметрів, що оптимізуються на підставі спектрального аналізу матриці кривизни

Серйозною перешкодою на шляху застосування відомих методів пошуку мінімуму є яружний характер поверхонь рівня критерію у просторі оптимізованих параметрів.

Пошукові алгоритми змушені робити більшу кількість кроків для досягнення мінімуму, що призводить до втрати ефективності пошуку [7].

Для подолання цієї перешкоди у черговій k-точці простору параметрів формується підпростір меншої розмірності, що відповідає нижній точці поверхонь рівня.

Цей підпростір визначається перетином гіперплощин, які перпендикулярні власним векторам η_i матриці кривизни G_k, що відповідають домінуючим власним числам λ_i, $i = \overline{1,l}$, $l < r$:

$$Dx = E, \qquad (12)$$

де $D - l \times r$ – матриця, елементи i-го рядка якої є компонентами добутку $\eta_i^T G_k$; E – l-вектор з компонентами виду – $n_i^T g_k$.

Підпростір (12) розташовується у напрямі найбільшої витягнутості поверхонь рівня критерію, і пошук мінімуму доцільно проводити саме у цьому підпросторі.

Вектор-градієнт g_k та матрицю кривизни G_k в черговій точці необхідно спроектувати на підпростір (12):

$$g_z = Z^T g_k; \quad G_z = Z^T G_k, \tag{13}$$

де Z – матриця, що складається з векторів базису підпростору (12).

В якості цієї матриці можна взяти $r - l$ останніх стовпців матриці Q в LQ-факторизації матриці D:
$DQ = (L0)$,
де L – нижня трикутна $l \times l$ - матриця. Вихідна точка x^* початку оптимізації в підпросторі (12) може бути представлена проекцією точки x_k:

$$x^* = Yx_y^*; \quad Lx_y^* = E,$$

де Y – матриця, котра складена з l перших стовпців матриці Q.

Діагоналізація та виділення власних векторів матриці G_k можуть бути виконані з застосуванням стандартних процедур типу алгоритму власних значень Якобі, а LQ-факторизація – застосуванням перетворення Хаусхолдера.

Висновки

Пошук у підпросторі (12) може здійснюватися всіма методами першого або другого порядку з використанням спроектованих матриць (13).

При досягненні в підпросторі (12) точки мінімуму критерію J у ній знову обчислюються градієнт та кривизна і на підставі спектрального аналізу будується новий підпростір типу (12); процес оптимізації повторюється.

Запропонована стратегія пошуку скорочує кількість кроків оптимізації. Такий підхід до формування критерію та обчислення його похідних особливо ефективний у разі, коли матриця $C_f(t_f)$ сильно розріджена, тобто критерій залежить від однієї або кількох координат вектору стану системи (1).

Наприклад, якщо

$$C_f(t_f) = diag\{a_1(t_f), 0..., 0\},$$

рівняння (7) потрібно розв'язувати лише для першого рядка матриці ψ, а система рівнянь для дисперсії має перший порядок. Тому загальний порядок системи (7) дорівнює $n+1$. Якщо критерій залежить від двох компонентів x, то загальний порядок вже дорівнює $2n+3$ і так далі. Якщо критерій залежить від малої кількості компонентів, можливе застосування даного підходу і при нульових початкових умовах для матриці дисперсій.

У показниках якості системи часто потрібно враховувати інтеграл від траєкторії математичних сподівань процесу за часом від t_0 до t_f. У рамках запропонованого підходу цю вимогу можна задовольнити лише за лінійної залежності підінтегрального виразу від математичних сподівань: $C_i^T m(t)$ (C_i-ваговий вектор).

Додаючи до системи (1) рівняння $\dot{y} = C_i^T x$, змінюючи відповідним чином матриці A і C_f, ціною деякого підвищення порядку можна враховувати інтегральні обмеження на траєкторії.

У аналізованому підході є можливість компенсації впливу будь-якого параметра α, що приймає від реалізації до реалізації різні значення з певного інтервалу $[\alpha_1, \alpha_2]$. Для цього необхідно мінімізувати за параметрами інтегральний критерій

$$J_\alpha = \int_{a_1}^{a_2} J(\alpha) d\alpha,$$

де J_α – критерій виду (2).

Градієнт та матриця кривизни цього критерію за параметрами h_i, $i = \overline{1, r}$ обчислюються як інтеграл від градієнта та кривизни

$$J_{\alpha i} = \int_{a_1}^{a_2} J_i(\alpha) d\alpha;$$

$$J_{aik} = \int_{a_1}^{a_2} J_{ik}(\alpha) d\alpha.$$

Для оцінки інтегралів у цих виразах потрібен прорахунок критерію, градієнта та кривизни у кількох точках інтервалу $[\alpha_1, \alpha_2]$.

Перспективи дослідження можуть бути пов'язані із подальшим аналізом поведінки системи з урахуванням окремих методів оптимізації.

References

1. Dorf R.C. and Bishop R.H. (2011) *Modern control system*, 12th Edition, Prentice Hall
2. Denisova L.A. and Meshcheryakov V.A. (2015) "Automatic parametric synthesis of a control system using the genetic algorithm", *Automation and Remote Control*, 76(1), pp. 149-156, DOI: https://doi.org/10.1134/S0005117915010142
3. Denisova L.A. and Meshcheryakov V.A. (2016) "Synthesis of a control system using the genetic algorithms", *IFAC-PapersOnLine*, 49(12), pp. 156-161, DOI: https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2016.07.567
4. Makarov I.M. and Lohin V.M. (2001) *Intelligent automatic control systems.* Fizmatlit
5. Xue D. and Chen Y.Q. (2013) *System simulation techniques with MATLAB and Simulink*, Chichester: UK, John Wiley & Sons.

6. Purohit G.N., Sherry A.M. and Saraswat M. (2013) “Optimization of function by using a new MATLAB based genetic algorithm procedure”, *International Journal of Computer Applications*, 61(15), pp. 1-5.
7. Deb K. (2001) *Multi-objective optimization using evolutionary algorithms*, Chichester: UK, John Wiley & Sons.
8. Goldberg D.E. (1994) *Genetic Learning in optimization, search and machine learning*. Addisson Wesley.
9. Deb K., Pratap A., Agarwal S. and Meyarivan T. (2002) “A Fast and Elitist Multi-objective Genetic Algorithm: NSGA-II”, *IEEE transactions on Evolutionary Computation*, 6(2), pp. 182-197, DOI: https://doi.org/10.1109/4235.996017
10. Jadaan O., Rao C.R., Rajamani L. (2008) “Non-dominated ranked genetic algorithm for solving multi-objective optimization problem: NRGA”, *Journal of Theoretical and Applied Information Technology*, pp. 60-67
11. Van Veldhuizen D.A. & Lamont G.B. (2000). “Multiobjective optimization with messy genetic algorithms”, *In Proceedings of the 2000 Symposium on Applied Computing*, pp. 470-476, DOI: https://doi.org/10.1145/335603.335914
12. Sirinaovakul B. & Thajchayapong, P. (1994). “A knowledge base to assist a heuristic search approach to facility layout”, *International Journal of Production Research*, 32, pp. 141-160, DOI: https://doi.org/10.1080/00207549408956921
13. Ye M. & Zhou G. (2007). “A local genetic approach to multiobjective, facility layout problems with fixed aisles”. *International Journal of Production Research*, 45, pp. 5243-5264, DOI: https://doi.org/10.1080/00207540600818179
14. Scholz D., Jaehn F., & Junker A. (2010). “Extensions to STaTS for practical applications of the facility layout problem”, *European Journal of Operational Research*, 204, pp. 463-472, DOI: http://doi.org/10.1016%2Fj.ejor.2009.11.012

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Dorf R.C. and Bishop R.H. (2011) *Modern control system*, 12th Edition, Prentice Hall
2. Denisova L.A. and Meshcheryakov V.A. (2015) “Automatic parametric synthesis of a control system using the genetic algorithm”, *Automation and Remote Control*, 76(1), pp. 149-156, DOI: https://doi.org/10.1134/S0005117915010142
3. Denisova L.A. and Meshcheryakov V.A. (2016) “Synthesis of a control system using the genetic algorithms”, *IFAC-PapersOnLine*, 49(12), pp. 156-161, DOI: https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2016.07.567
4. Макаров И.М., Лохин В.М. (2001) *Интеллектуальные системы автоматического управления*. Физматлит
5. Xue D. and Chen Y.Q. (2013) *System simulation techniques with MATLAB and Simulink*, Chichester: UK, John Wiley & Sons.
6. Purohit G.N., Sherry A.M. and Saraswat M. (2013) “Optimization of function by using a new MATLAB based genetic algorithm procedure”, *International Journal of Computer Applications*, 61(15), pp. 1-5.
7. Deb K. (2001) *Multi-objective optimization using evolutionary algorithms*, Chichester: UK, John Wiley & Sons.
8. Goldberg D.E. (1994) *Genetic Learning in optimization, search and machine learning*. Addisson Wesley.
9. Deb K., Pratap A., Agarwal S. and Meyarivan T. (2002) “A Fast and Elitist Multi-objective Genetic Algorithm: NSGA-II”, *IEEE transactions on Evolutionary Computation*, 6(2), pp. 182-197, DOI: https://doi.org/10.1109/4235.996017
10. Jadaan O., Rao C.R., Rajamani L. (2008) “Non-dominated ranked genetic algorithm for solving multi-objective optimization problem: NRGA”, *Journal of Theoretical and Applied Information Technology*, pp. 60-67
11. Van Veldhuizen D.A. & Lamont G.B. (2000). “Multiobjective optimization with messy genetic algorithms”, *In Proceedings of the 2000 Symposium on Applied Computing*, pp. 470-476, DOI: https://doi.org/10.1145/335603.335914
12. Sirinaovakul B. & Thajchayapong, P. (1994). “A knowledge base to assist a heuristic search approach to facility layout”, *International Journal of Production Research*, 32, pp. 141-160, DOI: https://doi.org/10.1080/00207549408956921
13. Ye M. & Zhou G. (2007). “A local genetic approach to multiobjective, facility layout problems with fixed aisles”. *International Journal of Production Research*, 45, pp. 5243-5264, DOI: https://doi.org/10.1080/00207540600818179
14. Scholz D., Jaehn F., & Junker A. (2010). “Extensions to STaTS for practical applications of the facility layout problem”, *European Journal of Operational Research*, 204, pp. 463-472, DOI: http://doi.org/10.1016%2Fj.ejor.2009.11.012

Received (Надійшла) 23.02.2022
Accepted for publication (Прийнята до друку) 20.04.2022

Optimal parametric synthesis of stochastic end position control systems

Yevhen Kalinin, Vitalii Tkachov, Dmytro Lysytsia, Alina Rybalchenko

Abstract. The subject of research in the article is linear stochastic dynamic control systems for the final position. **The goal** of the work is to synthesize efficient numerical algorithms for machine design of linear stochastic dynamic systems for controlling the final position. The objectives of the study are to build synthesis algorithms based on the application of the method of inversion-conjugate systems, as well as to reduce the dimension of the space of optimized parameters. **Applied methods**: inversion-conjugate systems for the formation of a quality criterion, methods for reducing the dimension of the space of optimized parameters based on the spectral analysis of the curvature matrix. **The obtained results**: the search for optimal parameters in the proposed sub-space can be carried out by all methods of the first or second order using the designed matrices. When the minimum point of the criterion is reached in the subspace, the gradient and curvature are calculated in it and, based on the spectral analysis, a new subspace of the proposed type is constructed, followed by repetition of the optimization process. The proposed search strategy reduces the number of optimization steps. **The practical significance of the work** lies in the fact that using matrices of conjugate variables, effective methods for calculating the gradient and curvature of the optimization criterion are obtained. Since the time for calculating the gradient according to the proposed dependencies is mainly determined by the time of integrating the equations for conjugate matrices, it is approximately equal to the time of integrating the equations for determining the fundamental matrix and variance.

Keywords: numerical algorithm; machine design; linear stochastic dynamical system; parameter space, optimization.