

М. Й. Заполовський, І. С. Зиков, М. В. Мезенцев, В. І. Носков

Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», Харків, Україна

ОПТИМІЗАЦІЙНА МОДЕЛЬ ЕЛЕКТРОПОТЯГА З ЕЛЕКТРОПРИВОДОМ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

Анотація. Розглянуті питання розроблення оптимізаційної математичної моделі електропотяга з електроприводом постійного струму з послідовним збудженням та її реалізації в пакеті MATLAB з метою побудови системи керування на основі методу принципу максимуму. Проведено огляд літературних джерел на задану тематику та аналіз існуючих підходів до розв'язання задач моделювання складних електромеханічних систем та синтезу систем керування у даній галузі, зокрема систем керування, які забезпечують мінімізацію енергетичних затрат. Побудовані математичні моделі досліджуваних об'єктів керування, проведене моделювання їхнього функціонування в залежності від рівня завантаженості. Отримані аналітичні співвідношення, які можуть бути використані для розробки структури САК електроприводу електропотягу і розрахунку його параметрів при заданому критерію якості. Проведені дослідження оптимізаційної моделі підтверджують її працездатність та її ефективність для розробки систем керування при заданому критерію якості і ступені завантаженості.

Ключові слова: оптимізаційна математична модель, електропривід постійного струму, система керування, принцип максимуму, мінімізація енергетичних затрат.

Вступ

Розвиток промислових центрів, зосередження населення навколо великих міст викликають збільшення потреби в приміських перевезеннях. Тривалий досвід експлуатації показав, що найбільш ефективним і економічним видом транспорту в приміському сполученні є електропотяги, що виконують більш 3/4 усіх пасажирських приміських перевезень. Одним із першочергових завдань, які стоять перед розробниками перспективних систем керування тягових електроприводів – це питання енергозбереження [1]. Основним напрямком вирішення проблеми енергозбереження на електричному транспорті є зменшення втрат у системі керування тяговим електроприводом: двигун-керуючий пристрій. В певній мірі ефективність електропотягів залежить від їх системи керування, бажано оптимальним чином. Процеси у цій системі досить складні. Їх оптимізація потребує глибокого теоретичного вивчення. Найбільш перспективним методом вивчення є моделювання. Як один із засобів моделювання використовується пакет програмного середовища MATLAB. Для розроблення оптимальних систем керування можуть бути використані сучасні методи синтезу. Завдання синтезу системи керування тяговим електроприводом постійного струму є складовою частиною загального завдання створення оптимальної системи керування транспортними засобами, що забезпечує виконання графіка руху у відповідності заданому критерію якості. Останніми роками вирішення цих завдань пропонується виконувати з використанням сучасних комп'ютерних технологій, в основу яких покладено методи математичного моделювання, аналізу і синтезу складних технічних систем. Тому розробка оптимальних систем керування та моделей для їх дослідження є актуальною задачею.

Постановка задачі і аналіз відомих публікацій. На сьогоднішній день наряду з частотним способом керування електроприводом змінного струму значна увага приділяється розробкам оптимальних систем керування електроприводів постійного струму [1]. Рішення задачі розроблення оптимальної

системи керування електроприводом постійного струму в першу чергу пов'язане зі створенням нелінійних математичних моделей з врахуванням особливостей використання того чи іншого методу синтезу управління, критеріїв оцінки якості функціонування системи керування, проведенням комплексних досліджень динаміки електромеханічної системи електроприводу. Для рішення завдань оптимального керування присвячено значне число публікацій [1 – 12], де для синтезу використовується математичне моделювання [3, 4], сучасні методи теорії автоматичного керування та оптимізації [8], комп'ютерні технології. В [4] пропонується ряд методів синтезу управління та математичні моделі електроприводу постійного струму, які можуть бути використані при розробці систем керування з урахуванням вибраного критерію оптимальності. Як правило, задовільний результат отримується при синтезі оптимальних систем керування для об'єктів, які описуються системою диференціальних рівнянь не вище третього порядку [1]. Для систем вищих порядків, а також нелінійних моделей, можливо використовувати комбінований метод знаходження управління. Він зводиться до наступного [7]. На першому етапі з використанням спрощеної моделі електроприводу знаходиться загальний вид управління. На другому – задаються закони можливих управління та в процесі дослідження уточнюються їх види та параметри системи керування за допомогою повної математичної моделі.

Метою роботи є створення математичної моделі системи оптимального керування електропривода постійного струму електропотяга за допомогою принципу максимуму з використанням пакета математичного моделювання MATLAB, яка забезпечувала б економію енергетичних витрат.

Основна частина

За базову модель використана система керування електропривода на основі введення в коло живлення електродвигунів електропотягу додаткового резистора, величина опору якого може змінюватися дискретно. Для цього використовується спеціальна

система управління, яка забезпечує підключення відповідної ланки додаткового резистора згідно заданого алгоритму. Вхідною інформацією для формування сигналу управління згідно алгоритму є струм навантаження та швидкість руху електропотяга.

Математична модель електропотягу представлена сукупністю моделей електропривода, яка складається з послідовно з'єднаних чотирьох тягових електродвигунів (ТЕД) постійного струму з послідовним збудженням і моделі формування швидкості потяга. Структурна схема електроприводу представлена у виді еквівалентної схеми на рис. 1, де U_{Π} – джерело

постійної напруги; $E_{Я}$ – електрорушійна сила якоря; $L_{Я}$, $R_{Я}$ – відповідно величина індуктивності й опору якорного кола; $L_{В}$, $R_{В}$ – відповідно величина індуктивності й опору кола збудження; $R_{Д}$ – додатковий резистор; $R_{Ш}$ – резистор шунта.

Відповідно до структурної схеми (рис. 1), схема моделі у вигляді передавальних функцій приведена на рис. 2, яка легко реалізується за допомогою пакетів моделювання безперервних систем таких, наприклад, як MATLAB.

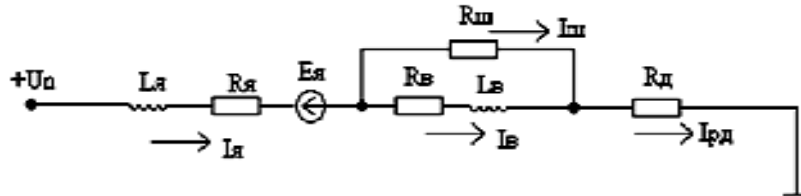


Рис. 1. Еквівалентна схема електроприводу

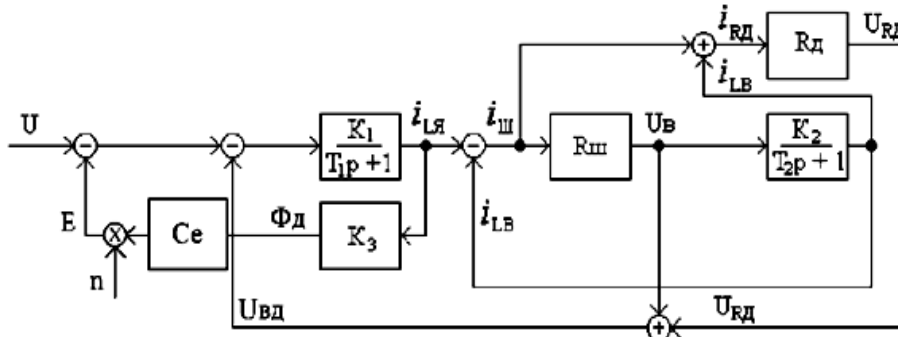


Рис. 2. Структурна схема математичної моделі ТЕД

Параметри моделі визначаються такими співвідношеннями:

$$K_3 = K' C_E; K_1 = 1/R_{Я}; T_1 = L_{Я}/R_{Я};$$

$$K_2 = 1/R_{В}; T_2 = L_{В}/R_{В}.$$

Величина опору шунта розраховується, виходячи з заданого коефіцієнта ослаблення поля ($\delta\%$):

$$R_{Ш} = R_{В} \cdot \delta\% / (100 - \delta\%).$$

Величина $R_{Д}$ визначається позицією резистивного контролера. Відповідно до структурної схеми, приведеної на рис. 2, математична модель електропривода може бути представлена рівняннями виду:

$$i_{LЯ} = (U_n - E - U_{ВД}) / (T_1 \cdot p + 1); \quad (1)$$

$$i_{LВ} = U_{В} K_2 / (T_2 p + 1); \quad (2)$$

Крім того:

$$U_{ВД} = U_{В} + U_{РД}; U_{В} = R_{Ш} \cdot i_{Ш}; i_{РД} = i_{Ш} + i_{LВ};$$

$$U_{РД} = R_{Д} i_{РД}; i_{Ш} = i_{LЯ} - i_{LВ}; E = C_E \Phi_D n,$$

де C_E – постійна величина; K' – нелінійний коефіцієнт пропорційності кривої намагнічування $E/n = f(i_{LЯ} W)$; W – число витків обмотки збуд-

ження; n – обороти двигуна; Φ_D – потік двигуна; K_H – нелінійний коефіцієнт підсилення, обумовлений із кривої намагнічування $K_H = f(i_{LЯ} W)$.

У випадку лінійної апроксимації K_H визначається як:

$$K_H = 1/C_E (E/n) / (i_{LЯ} W).$$

Конкретні значення E/n і $i_{LЯ}$ вибираються з кривої намагнічування.

Оберти двигуна (n) можуть бути знайдені з рівняння руху

$$J_D (d\omega_K / dt) = M_D - M_H,$$

де J_D – момент інерції; ω_K – кутова швидкість обертання; M_H – момент навантаження.

Запис в операторній формі рівняння визначення кутової швидкості має вид:

$$\omega_K = (1/J_D) (M_D - M_H) / p.$$

Тоді:

$$n = (M_D - M_H) / (\tau_D p), \quad (3)$$

де $\tau_D = J_D / 2\pi$.

де $T_I = L/R$ – постійна часу; $L = 4(L_b + L_{Я})$ – еквівалентна індуктивність кола; $R = R_b + R_{Я}$ – опір ланок обмоток збудження і якірної.

Для даного типу електропривода $T = 0,13$ (сек), $L = 0,019$ (мГн).

Значення E , що входить у рівняння (7), визначається рівнянням (6), де величина n (оберти якоря двигуна) є невідомою й у загальному випадку залежать від навантаження.

Для визначення n використаємо рівняння руху електропоїзда (5). Оскільки керування знаходимо в інтервалі швидкостей від 0 до 60 км/г, то з (4) у вираженні питомого опору руху, обмежимося тільки лінійною частиною, оскільки в цьому діапазоні швидкостей квадратична складова не робить істотного впливу на динаміку процесу.

Оберти якоря двигуна n знаходимо з рівняння:

$$\frac{dn}{dt} = \frac{1}{2\pi J} (M_T - M_c), \quad (8)$$

де J – момент інерції електропоїзда, наведений до колісної пари; M_T – тяговий момент електропоїзда; M_c – момент опору руху.

З урахуванням лінійної апроксимації величини удільного опору, момент опору M_c на підставі рівняння (4) визначається рівнянням:

$$M_c = b_4 + b_5 n, \quad (9)$$

де b_4, b_5 – постійні коефіцієнти:

$$b_4 = 1056,4; b_5 = 33,5.$$

Тяговий момент M_T електропоїзда визначається співвідношенням:

$$M_T = b_6 i_L^2, \quad (10)$$

де b_6 – постійний коефіцієнт: $b_6 = 0,555$.

З урахуванням рівнянь (9) і (10) оберти якоря двигуна визначаються співвідношенням:

$$\frac{dn}{dt} = b_7 i_L^2 - b_8 n - b_9, \quad (11)$$

де b_7, b_8, b_9 – коефіцієнти, обумовлені масою електропоїзда.

При загальній масі електропоїзда, рівної 206320 кг. коефіцієнти $b_7 - b_9$ мають наступні значення:

$$b_7 = 0,0000066; b_8 = 0,00038; b_9 = 0,012.$$

Зі схеми моделі електропривода можемо скласти рівняння:

$$a_1 \frac{di_L}{dt} + b_3 n i_L + i_L R + E_n = -U_{R\partial}.$$

Звідки:

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{1}{a_1} (-b_3 n i_L - i_L \cdot R + E_n - U_{R\partial}). \quad (12)$$

Маємо першу систему рівнянь, що буде реалізована в моделі:

$$\begin{cases} \frac{di_L}{dt} = -c_1 n i_L - c_2 i_L + c_3 - c_4 U_{R\partial}; \\ \frac{dn}{dt} = -b_{10} i_L^2 - b_{11} n - b_{12}. \end{cases} \quad (13)$$

Подальші перетворення для отримання оптимізаційної моделі здійснюємо відповідно до вимог принципу максимуму. Енергетичні затрати, що потребують мінімізації, представляються функціоналом вигляду:

$$J = \int_0^{60} K U_{R\partial}^2 dt \rightarrow \min. \quad (14)$$

Граничні значення обертів n і току i_L відомі:

$$n(0) = 0; n(60) = 18,5; i_L(0) = 0; i_L(60) = 150;$$

Згідно теореми принципу максимуму складаємо допоміжну функцію H (рівняння Гамільтоніана).

$$H = \psi_0 (K U_{R\partial}^2) + \psi_1 (-c_1 n - c_2 i_L + c_3 - c_4 U_{R\partial}) + \psi_2 (b_{10} i_L^2 - b_{11} n - b_{12}). \quad (15)$$

Для знаходження керування з умови екстремума (мінімуму функціонала (14)), знаходимо частинну похідну від функції H по $U_{R\partial}$ й прирівнюємо її до нуля.

$$\frac{\partial H}{\partial U_{R\partial}} = 2K U_{R\partial} \psi_0 - c_4 \psi_1 = 0.$$

В результаті управління має вид:

$$U_{R\partial} = \frac{c_4 \psi_1}{2K \psi_0}. \quad (16)$$

Для систем з максимальною швидкістю $\psi_0 = -1$. Таким чином управління визначається як:

$$U_{R\partial} = -\frac{c_4 \psi_1}{2K}. \quad (17)$$

Рівняння для ψ_1 й ψ_2 отримаємо, знайшовши часткові похідні H по i_L й n :

$$\frac{d\psi_1}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial i_L} = \psi_1 c_1 n + \psi_1 c_2 - 2\psi_2 b_{10} i_L, \quad (18)$$

$$\frac{d\psi_2}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial n} = \psi_1 c_1 i_L + \psi_2 b_{11}. \quad (19)$$

В результаті маємо другу систему рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{d\psi_1}{dt} = c_1 \psi_1 n + c_2 \psi_1 - 2b_{10} \psi_2 i_L \\ \frac{d\psi_2}{dt} = c_1 \psi_1 i_L + b_{11} \psi_2 \end{cases} \quad (20)$$

Системи рівнянь (13) і (20) визначають оптимізаційну математичну модель. Схема моделі, з урахуванням її реалізації в пакеті MATLAB, представлена на рис. 4.

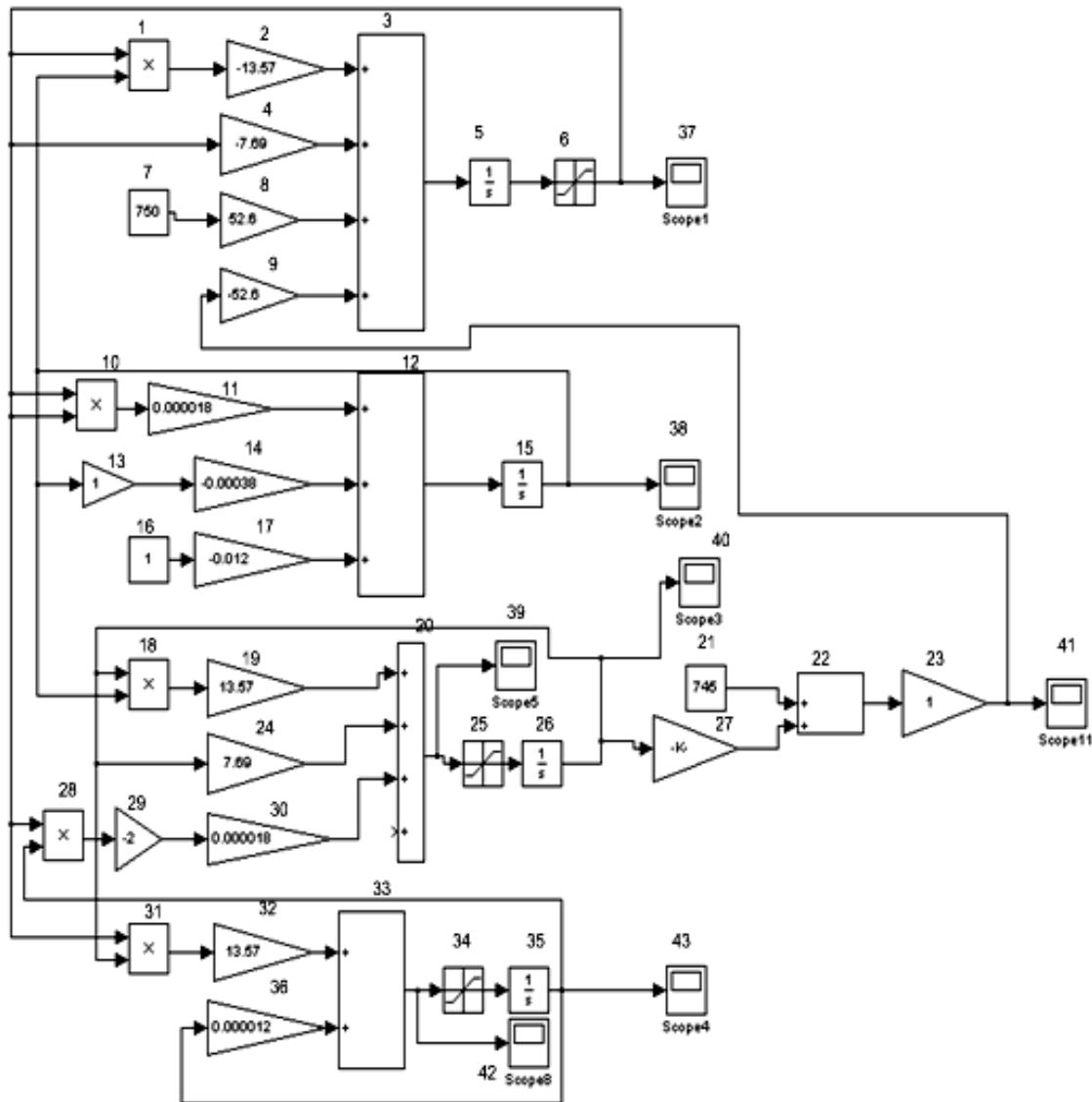


Рис. 4. Функціональна схема оптимізаційної моделі

Для дослідження електропривода потяга в замкнутій системі керування особлива увага приділяється розробленій моделі блоку додаткового резистора. Суть розроблення полягає в наступному. Керування розгоном (набором швидкості) електропотяга здійснюється за рахунок зменшення опору R_δ , тобто відключення ступеней реостатного резистора (значення ступеней реостатного резистора фіксовані). Моменти переключення реостатного резистора з однієї ступені на іншу визначають темп розгону електропотяга. Перші дві ступені відключаються у визначені моменти часу, інші ступені керуються струмом якоря i_a . Зі збільшенням швидкості руху V , зростає швидкість обертання якоря двигуна (n). Отже, збільшується значення E (тобто ЕРС).

При постійному значенні $U_{R\delta}$ – струм у колі буде зменшуватися зі збільшенням n .

Оскільки активні опори обмоток L_A і L_B в порівнянні з R_δ – малі ($L_A \approx L_B \approx 0,03$ Ом, $R_\delta = 10$ Ом),

то у сталому режимі i_{L_A} буде визначатися величиною напруги U_2 ($U_2 = U - E - U_{R\delta}$) і опором резистора R_δ .

Підтримка стабільного струму в колі, значення якого отримуємо в процесі оптимізації, досягається шляхом регулювання R_δ , тобто зі збільшенням обертів якоря двигуна n дискретно зменшувати значення величини опору R_δ . R_δ можна представити як: $R_\delta = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$. В моделі R_δ виступає як коефіцієнт підсилення, тобто $U_{\delta o} = i_\delta R_\delta$.

На рис. 5 зображена схема реалізації додаткового резистора R_δ . Тут ключі K_{11} , K_{12} замикаються за часом (через 2 сек), а ключі K_{13} – K_{113} – при досягненні визначеного порога напруги в процесі оптимізації.

На рис. 6 зображена схема керування першим ключем, K_1 – задає темп наростання сигналу.

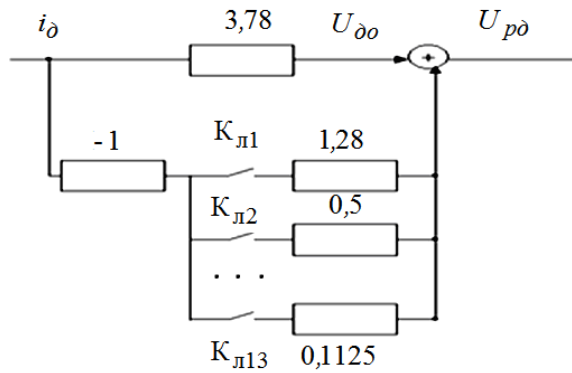


Рис. 5. Схема реалізації додаткового резистора R_d

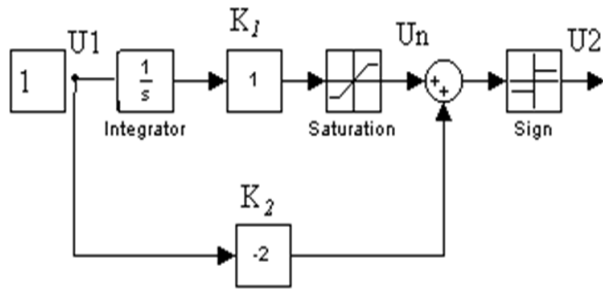


Рис. 6. Схема керування ключем

На рис. 7 – 9 приведені характерні процеси електромеханічної системи потяга в процесі розгону до заданої швидкості з урахуванням навантаженості.

За допомогою оптимізаційної моделі (рис. 4) в процесі досліджень, шляхом підбору початкових значень ψ_1 і ψ_2 для одержання залежності U_{Rd} від часу за умови мінімізації функціонала (14), фізично – мінімуму енергетичних витрат, визначені значення оптимальних порогів переключення елементів додаткового резистора за умови заданого вибору числа переключень і рівня навантаженості потяга.

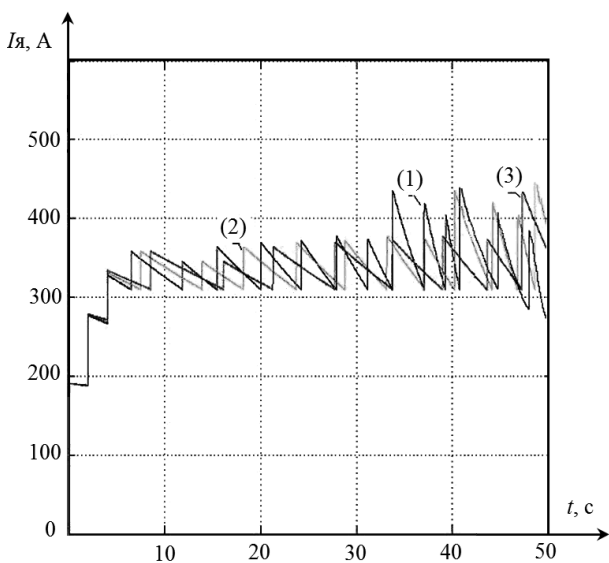


Рис. 7. Формування струму якорного кола при розрахунковій навантаженості (2), при збільшенні навантаженості на 20% (3), при зменшенні навантаженості на 20% (1)

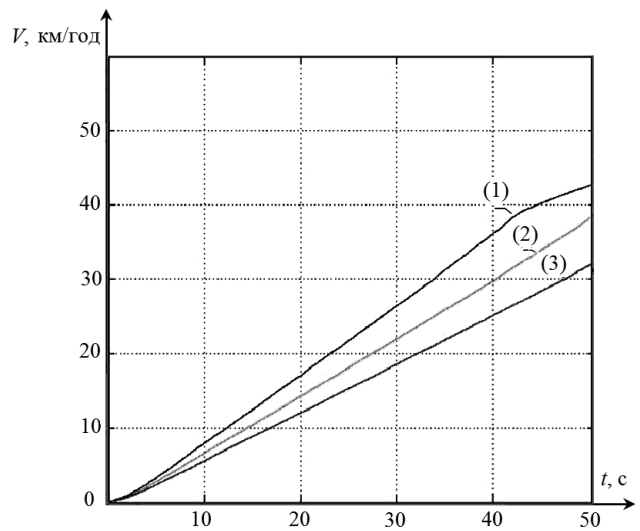


Рис. 8. Формування швидкості V (км/год) при розрахунковій навантаженості (2), при збільшенні навантаженості на 20% (3), при зменшенні навантаженості на 20% (1)

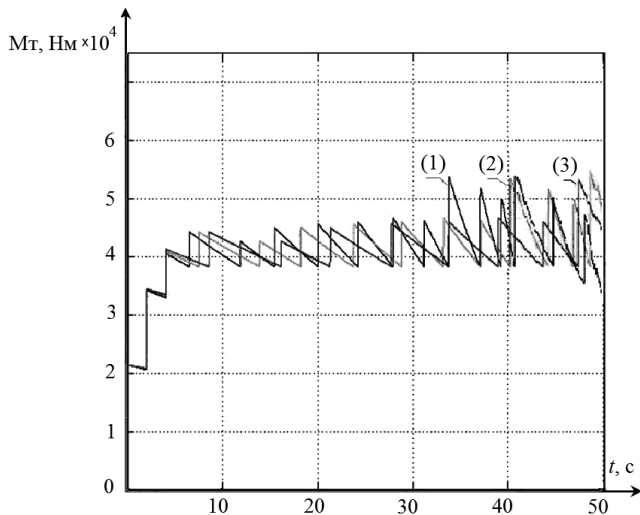


Рис. 9. Формування моменту тяги M_t при розрахунковій навантаженості (2), при збільшенні навантаженості на 20% (3), при зменшенні навантаженості на 20% (1)

Висновки

1. На основі аналітичного огляду існуючих сучасних систем керування електропередачі локомотивів з тяговими електроприводами постійного струму запропоновані математичні моделі, які реалізовані у вигляді машинної моделі за допомогою пакету MATLAB і проведені дослідження в робочому діапазоні можливих навантажень і межах допустимих змін параметрів в процесі розгону електропотяга, показали перспективність такого підходу при проектуванні оптимальних систем керування.

2. Визначені параметри системи автоматичного керування тягового електроприводу на основі використання додаткового резистора кола якорної обмотки, які забезпечують задану якість керування та допустимі межі зміни параметрів САК.

3. На підставі досліджень в замкнутій системі керування, які проведені шляхом моделювання за

допомогою пакету MATLAB показано, що структура системи керування із значеннями параметрів, що пропонуються, задовольняють вимогам щодо забезпечення якісних показників та працездатності в робочому проміжку швидкостей (в залежності від завдання – номеру позиції контролера машиніста).

4. Отримана оптимізаційна математична модель може бути використана при розробці систем керування потягів з електроприводом постійного струму з послідовним збудженням як за умови забезпечення мінімуму енергетичних затрат в процесі розгону, так і за умови використання інших критеріїв якості.

5. Запропонована модель адекватно відображує динаміку електропотягу в процесі розгону в залежності від рівня завантаженості і може бути використана для дослідження його електромеханічних підсистем з метою уточнення параметрів систем керування.

6. Для дослідження динаміки електропотягу у межах роботи на пускових позиціях резистивного контролера, може бути використана запропонована спрощена (лінійна) математична модель.

7. Запропонована математична модель може бути використана для проведення досліджень як електропотягу в цілому, так і окремих його підсистем з метою розробки оптимальних систем керування, особливо в перехідних режимах.

8. Розроблені моделі можуть бути використані для синтезу управлінь електроприводом електропотягу як при використанні додаткового резистора так і при використанні широтно-імпульсного регулятора або управлінням напруги живлення.

9. Оптимізаційна модель дає змогу отримати закон зміни значення додаткового резистору за умови мінімізації енергетичних затрат при різних завантаженнях і забезпеченні рівнів обмежень.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Horstmann D. 100 Jahre Entwicklung der Antriebsstechnik für elektrische Bahnen. Teil 2 / D. Horstmann, R. Wagner, W-D. Weigel // *Elek. Bahnen.* – 2003. – No 7. – P. 338 – 345.
2. Моделирование и оптимизация систем управления и контроля локомотивов / [Носков В.И., Дмитриенко В.Д., Запоровский Н.И., Леонов С.Ю.]. – Х.: ХФИ «Транспорт Украины», 2003. – 248 с.
3. Запоровський М.Й. Синтез управлінь для оптимізації динамічних процесів електроприводу змінного струму / М.Й. Запоровський, В.В. Скороделов, М.В. Мезенцев // *Системи управління, навігації та зв'язку.* – Вип. 4(50). Полтава. 2018. С. 38-41.
4. Грибко В.В. Мікропроцесорні системи керування електроприводами / В.В. Грибко, В.Ю. Кучерук, О.М. Возняк – Вінниця: ВНТУ, 2009. – 146 с.
5. Isermann R. Digital Control Systems: Volume 1: Fundamentals, Deterministic Control / R. Isermann – Springer Science & Business Media, 2013. – 336 p.
6. Dressler Helmuk MICAS – Microcomputer für Fahrzeuge // *Electrische Bahnen.* – 1981.– Vol. 79. – №12. – P. 411 – 417.
7. Поповіч М.Г. Електромеханічні системи автоматичного керування та електроприводи / М.Г. Поповіч, О.Ю. Лозинський. – К.: Либідь, 2005. – 680 с.
8. Запоровський М.Й. Розробка та дослідження алгоритмів цифрової системи автоматичного регулювання (САР) електропередачі дизель-поїзда / М.Й. Запоровський, О.К. Пермяков // *Тези доповідей шостої міжнародної науково-технічної конференції «Проблеми інформатизації» - Черкаси-Баку-Бельсько-Бяла-Харків-2018.* – С. 60.
9. Запоровський Н.И. К вопросу разработки цифровой системы автоматического регулирования электропередачи дизель-поезда / Н.И. Запоровский, О.К. Пермяков // *«Сучасні напрями розвитку інформаційно-комунікаційних технологій та засобів управління» - Полтава-Баку-Харків-Жиліна - 2018.* – С. 10.
10. Ерофеев А.А. Теория автоматического управления / А.А. Ерофеев – СПб.: Политехника, 2001.
11. Коваленко А. А., Кучук Г. А. Методи синтезу інформаційної та технічної структур системи управління об'єктом критичного застосування. *Сучасні інформаційні системи.* 2018. Т. 2, № 1. С. 22–27. DOI: <https://doi.org/10.20998/2522-9052.2018.1.04>
12. М.В. Мезенцев, М.Й. Запоровський, М.В. Липчанський. Розроблення та дослідження системи керування електропередачі дизель-поїзда на основі методів цифрового управління // *Системи управління, навігації та зв'язку.* — Полтава, ПИТУ, 2019. - Випуск 2(54). - С. 46-50.

Received (Надійшла) 12.11.2021

Accepted for publication (Прийнята до друку) 12.01.2022

Optimization model of the electric train with the electric drive of dc

M. Zapolovsky, I. Zykov, M. Mezentsev, V. Noskov

Abstract. The issues of development of the optimization mathematical model of the electric train with the electric drive of a direct current with consecutive excitation and realization in the MATLAB package for the purpose of construction of a control system on the basis of a method of the principle of a maximum are considered. A review of the literature on the topic and analysis of existing approaches to solving problems of modeling complex electromechanical systems and the synthesis of control systems in this area, in particular control systems that minimize energy costs. Mathematical models of the studied control objects are constructed, modeling of their functioning depending on the level of loading is carried out. Analytical relations are obtained, which can be used to develop the SAR structure of the electric drive of the electric train and calculate its parameters with a given quality criterion. The conducted researches of the optimization model confirm its operability and its efficiency at development of control systems at the set criterion of quality and degree of loading.

Keywords: optimization mathematical model, DC electric drive, control system, maximum principle, minimization of energy costs.