

Д. А. Гапон, М. А. Денисенко, А. О. Зуєв, В. М. Лещенко, Д. О. Лунін

Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», Харків, Україна

## СИСТЕМА УПРАВЛІННЯ СУШІННЯМ КАПІЛЯРНО-ПОРИСТИХ МАТЕРІАЛІВ ЗА ДОПОМОГОЮ КВАДРАТИЧНОГО ФУНКЦІОНАЛУ

**Анотація** Розглянуто систему оптимального управління процесом сушіння капілярно-пористих матеріалів. **Метою** статті є розробка математичних засад удосконалення системи управління процесом сушіння капілярно-пористих матеріалів. Запропоновано модель сушильної камери періодичної дії, яка є поширеною у народному хазяйстві, в тому числі на невеликих об'єктах. Проведено аналіз існуючих технічних рішень реалізації систем управління сушильним устаткуванням. Розглянуті рішення завдань оптимальної швидкодії та оптимізації за втратами із застосуванням квадратичного функціоналу. За **результатами** дослідження показано, що оптимальне управління для розглянутої моделі складається з трьох інтервалів із розривами в точках перемикання.

**Ключові слова:** процес сушіння, капілярно-пористі матеріали, система управління, квадратичний функціонал, математична модель, оптимізація.

### Вступ

При виготовленні будівельних деталей з капілярно-пористих матеріалів, таких як деревина, цегла, бетон та інші, найбільш енергоємним і тривалим за часом технологічним процесом є їх сушіння. Також від ефективності сушіння залежить якість деталей, що виготовляються. У виробництвах застосовують, як правило, штучне сушіння, що проводиться у спеціальних сушильних установках, до складу яких входять декілька технологічних вузлів. В першу чергу це сушильний апарат, або сушарка, у якій безпосередньо протікає процес, а також допоміжне обладнання – теплообмінні апарати (калорифери), тягодутьовий пристрій (вентилятор, повітродувка) та система пилоочищення. Вони здійснюють, відповідно, нагрівання сушильного агента, пропускання його через сушарку та відокремлення від висушеного продукту. В залежності від особливостей конкретного виробництва створюються різноманітні типи камер із спеціалізованими наборами параметрів, кожен з яких дозволяє досягати певних якостей матеріалу, підвищуючи міцність, пружність, покращуючи зовнішній вигляд та інше.

Таким чином процес сушіння вимагає тривалої підтримки заданих параметрів у певних межах, або навіть їх зміни за певною програмою. Для цього використовуються системи автоматичного управління, які у теперішній час, як правило, будуються з використанням комп'ютерної техніки. Розвиток мікропроцесорів та мікроконтролерів дозволяє використовувати все більш складні алгоритми та обчислення у реальному часі, тому завдання розробки нових підходів побудови оптимальних систем керування для мінімізації витрат енергії і тривалості процесу сушіння є актуальним.

### Огляд існуючих сушильних установок та систем управління ними

Велика кількість праць як вітчизняних так і закордонних вчених присвячена даній тематиці. Згідно

з [1], найбільш прийнятними установками для сушіння капілярно-пористих матеріалів є пароповітряні сушильні камери періодичної дії. Зазвичай ці установки, що застосовуються на підприємствах із невеликими обсягами деревини. Камери, які розроблені в [1] дозволяють більш якісно та гнучко встановлювати режими сушіння з метою досягнення найбільш оптимальних параметрів та фізичних властивостей деревини. За рахунок помірної обсягу пиломатеріалів камери періодичної дії дозволяють досягти найменших показників відсоткового вмісту вологи, тим самим виконавши конкретні вимоги замовника. Обробляється в таких камерах переважно деревина для столярних робіт, виготовлення меблів та різних предметів побуту. Але в цій роботі не розглядається задача оптимального управління такими камерами. В [2] показано метод, завдяки якому досягається ефективне сушіння та мінімальний вміст вологи, а сам пиломатеріал набуває додаткових фізичних властивостей і стає більш стійким до гниття та подальшого руйнування. В цей же час показана формула не дозволяє оптимізувати витрату теплоносія. В роботі [3] показана оптимізація процесу управління в тому числі в камерах періодичної дії, але головним недоліком є відсутність вибору оптимального режиму. У роботах [4,5] переважно, розглядається завдання оптимальної швидкодії без урахування витрат енергії на пропарку матеріалів. При сушінні матеріалів у таких камерах можна виділити три основні етапи - прогрів або пропарювання матеріалу, етап постійної швидкості сушіння та етап з падаючою швидкістю сушіння. Перший етап є допоміжним, але його тривалість може становити кілька діб. Тому саме на цьому етапі є необхідність здійснювати управління, яке було б оптимальне за співвідношенням енерговитрат і тривалості процесу.

**Метою** статті є розробка оптимального управління процесом пропарювання при сушінні капілярно-пористих матеріалів у сушильних камерах періодичної дії для різних критеріїв оптимальності та їхньої технічної реалізації.

### Математична модель сушильної камери

Математична модель сушильної камери періодичної дії може характеризуватися як нелінійна динамічна система з розподіленими параметрами і взаємозалежними управляючими впливами. Такі системи в динаміці описуються нелінійними диференціальними рівняннями у приватних похідних, що ускладнює вирішення задач оптимізації перехідних процесів та збільшує складність реалізації оптимальних регуляторів. У той же час, при інтенсивній циркуляції агентів сушіння нерівномірність розподілу температурного поля може бути значно знижена, а поблизу робочого режиму статичні характеристики сушильної камери можна лінеаризувати, в тому числі за допомогою формули Тейлора.

Все це дозволяє з достатньою точністю описати динаміку сушильної камери лінійним диференціальним рівнянням із постійними коефіцієнтами. На підставі експериментальних досліджень перехідних характеристик камери окремо для каналів регулювання по «сухому» і «мокрому» термометрам і фізичних залежностей між окремими величинами, що характеризують процеси в камері, в [4] була запропонована структурна схема, що складається з восьми ланок (рис. 1).

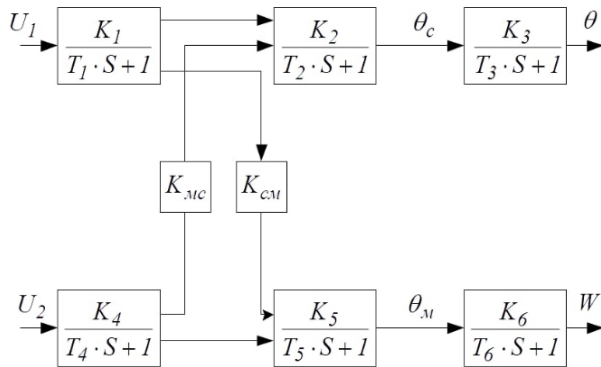


Рис. 1. Структурна схема об'єкта управління

При обмеженні положень засувки величини  $U_1$  та  $U_2$  також обмежені. Ці обмеження можна записати у вигляді

$$0 \leq U_1 \leq U_{1\text{макс}}, \quad 0 \leq U_2 \leq U_{2\text{макс}}, \quad (1)$$

Для визначення рівняння динаміки одержаної структурної схеми прирівнюємо зображення за Ляпласом температур «сухого» термометра

$$\theta_c(s) = \frac{k_1 k_2 U_1(s)}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} + \frac{k_2 k_4 k_{mc} U_2(s)}{(T_2 s + 1)(T_4 s + 1)}, \quad (2)$$

та «мокрого» термометра

$$\theta_m(s) = \frac{k_4 k_5 U_2(s)}{(T_4 s + 1)(T_5 s + 1)} - \frac{k_1 k_5 k_{cm} U_1(s)}{(T_1 s + 1)(T_5 s + 1)}. \quad (3)$$

Тоді з виразів (2) та (3) отримаємо

$$U_2(s) = U_1(s) \cdot \frac{k'(T_4 s + 1)(T_{22} s + 1)}{(T_1 s + 1)(T_{21} s + 1)}, \quad (4)$$

де 
$$k' = \frac{k_1(k_2 + k_5 k_{cm})}{k_4(k_5 - k_2 k_{mc})}, \quad (5)$$

$$T_{21} = \frac{k_5 T_2 - k_2 k_{mc} T_5}{k_2 - k_{mc} k_5}, \quad T_{22} = \frac{k_2 T_5 + k_5 k_{cm} T_2}{k_2 + k_{cm} k_5}. \quad (6)$$

Аналогічним чином можна отримати зворотну залежність

$$U_1(s) = U_2(s) \cdot \frac{(T_1 s + 1)(T_{21} s + 1)}{k'(T_4 s + 1)(T_{22} s + 1)}, \quad (7)$$

де вирази (5) та (6) лишаються незмінними.

Таким чином, рівняння динаміки сушильної камери з матеріалом, що висушується, складене щодо задає впливу на вході і температури всередині матеріалу на виході, набуває вигляду:

$$\begin{aligned} & \frac{d^5 \theta}{dt^5} + a_4 \frac{d^4 \theta}{dt^4} + \\ & + a_3 \frac{d^3 \theta}{dt^3} + a_2 \frac{d^2 \theta}{dt^2} + a_1 \frac{d\theta}{dt} + \\ & + a_0 \theta = b_2 \frac{d^2 U_1}{dt^2} + b_1 \frac{dU_1}{dt} + b_0 U_1, \end{aligned} \quad (8)$$

де коефіцієнти залежать від постійних часу та легко обчислюються, виходячи з наведених вище виразів. Рівняння динаміки відповідає передавальній функції:

$$\begin{aligned} K(s) &= \frac{\theta(s)}{U_1(s)} = \\ &= \frac{k_c (T_2 s + 1)(T_4 s + 1)}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)(T_3 s + 1)(T_4 s + 1)(T_{21} s + 1)}, \end{aligned} \quad (9)$$

### Оптимізація процесу пропарювання за різних умов оптимальності

Розглянемо три випадки: оптимізація за швидкістю, оптимізація за втратами та оптимізація за втратами за допомогою квадратичного функціоналу [6, 7]. Завдання оптимізації швидкодії буде виглядати наступним чином: об'єкт з передавальною функцією (9) потрібно перевести з початкового стану:

$$\theta(0) = \theta_0,$$

$$\frac{d^4 \theta}{dt^4}(0) = \frac{d^3 \theta}{dt^3}(0) = \frac{d^2 \theta}{dt^2}(0) = \frac{d\theta}{dt}(0) = 0,$$

у кінцевий стан

$$\theta(T) = \theta_k,$$

$$\frac{d^4 \theta}{dt^4}(T) = \frac{d^3 \theta}{dt^3}(T) = \frac{d^2 \theta}{dt^2}(T) = \frac{d\theta}{dt}(T) = 0,$$

за мінімальний час так, щоб функціонал

$$q = \int_0^T 1 dt$$

набував найменшого значення. При цьому гамільтоніан матиме вигляд:

$$\begin{aligned} H &= -1 + \psi_1 \lambda_1 x_1 + \psi_2 \lambda_2 x_2 + \\ &+ \psi_3 (\lambda_3 x_3 + v_3 U_1) + \psi_4 (\lambda_4 x_4 + v_4 U_1) + \\ &+ \psi_5 (\lambda_5 x_5 + v_5 U_1). \end{aligned} \quad (10)$$

Рівняння парної системи для вектор-функції мають однакову структуру і можуть бути записані у такому вигляді:

$$\frac{d\psi_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial x_i} - \lambda_i \psi_i, (i = 1 \div 5). \quad (11)$$

З рівняння (11) випливає, що

$$\psi_i = \psi_{i0} e^{-\lambda_i t}, (i = 1 \div 5), \quad (12)$$

де  $\psi_{i0}$  – початкове значення відповідних компонентів функції  $\vec{\psi}$ . Оскільки всі  $\lambda_i$  – речові числа, то величина у виразі (12) визначається сумою трьох експонент, яка не може перетинати вісь часу більше двох разів. Отже, оптимальне за швидкістю управління відповідно до принципу максимуму не може складатися з більш ніж трьох інтервалів.

На рис. 2 наведено графік зміни оптимального  $U_1$  за  $\theta_0 = 0^\circ\text{C}$ ,  $\theta_k = 80^\circ\text{C}$ .

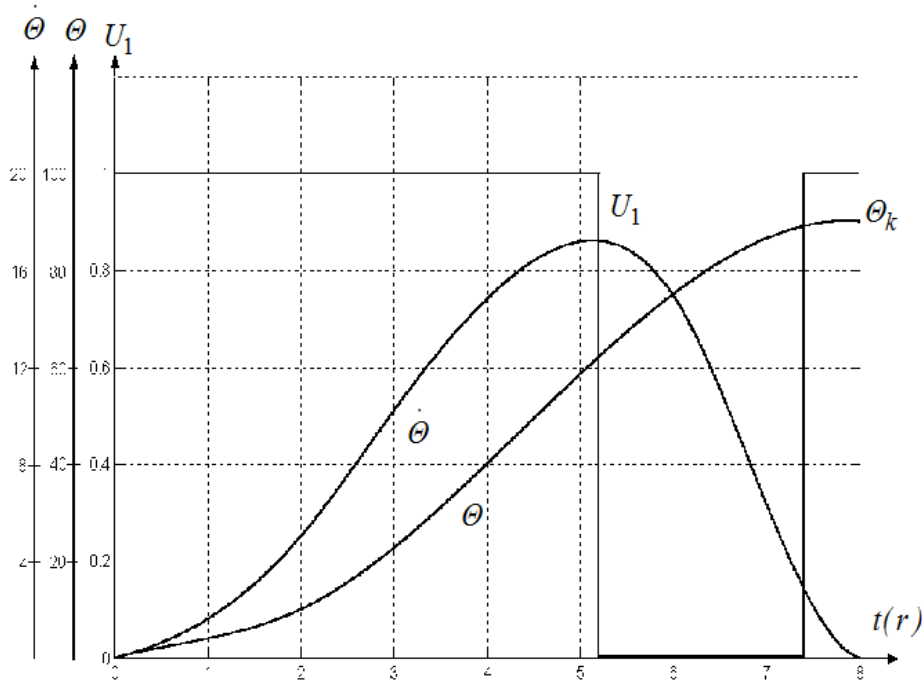


Рис. 2. Оптимальний перехідний процес при обмеженому управлінні та  $\theta_0 = 0^\circ\text{C}$ ,  $\theta_k = 80^\circ\text{C}$

Завдання оптимальної витрати палива ставить-ся так: об'єкт з передавальною функцією (9) потрібно перевести з початкового стану

$$\theta(0) = \theta_0,$$

$$\frac{d^4\theta}{dt^4}(0) = \frac{d^3\theta}{dt^3}(0) = \frac{d^2\theta}{dt^2}(0) = \frac{d\theta}{dt}(0) = 0,$$

у кінцевий стан

$$\theta(T) = \theta_k,$$

$$\frac{d^4\theta}{dt^4}(T) = \frac{d^3\theta}{dt^3}(T) = \frac{d^2\theta}{dt^2}(T) = \frac{d\theta}{dt}(T) = 0,$$

за заданий час  $T$  так, щоб функціонал

$$q = \int_0^T U_1(t) dt$$

набував найменшого значення.

У цьому випадку за аналогією з попереднім завданням управління має бути релейним триінтервальним. Особливих управлінь немає, оскільки проаналізований об'єкт є лінійним [8]. З фізичних міркувань очевидно, що на першому інтервалі

$$U_{1\text{опт}} = U_{1\text{макс}},$$

другому

$$U_{\text{опт}} = 0,$$

а на третьому

$$U_{1\text{опт}} = U_{1\text{макс}}.$$

Але таке ж рішення для цього об'єкта має завдання оптимальної швидкості. З іншого боку очевидно, що при однакових граничних умовах і однакових параметрах об'єкта та сама керуюча послідовність не може мати різні тривалості інтервалів. Тому для даного об'єкта рішення задачі мінімізації витрати теплоносія збігається з рішенням задачі оптимальної швидкості.

Для вирішення задачі оптимізації витрати пального слід використовувати наступний квадратичний функціонал:

$$q = \frac{1}{2} \int_0^T U_1^2(t) dt.$$

Ставиться завдання мінімізації енергетичних витрат за збереження необхідної продуктивності роботи сушильної камери. Рівняння динаміки, перетворене до зручного вигляду, виглядає так:

$$\dot{x}_i = \lambda_i x_i + v_i U_1, (i = 1 \div 5), \quad (13)$$

де  $\lambda_i = -\frac{1}{T_i}$ ;  $v_i$  - постійні коефіцієнти, причому

$$v_1 = v_2 = 0.$$

Для вирішення задачі з використанням принципу максимуму Понтрягіна запишемо гамільтоніан:

$$H = -\frac{1}{2}U_1^2 + \psi_1\lambda_1x_1 + \psi_2\lambda_2x_2 + \psi_3(\lambda_3x_3 + v_3U_1) + \psi_4(\lambda_4x_4 + v_4U_1) + \psi_5(\lambda_5x_5 + v_5U_1). \quad (14)$$

Враховуючи додатки, в які входить дія що відшукується, спрощуємо запис (14):

$$H = -\frac{1}{2}U_1^2 + (\psi_3v_3 + \psi_4v_4 + \psi_5v_5)U_1. \quad (15)$$

З умови максимуму функції вздовж оптимальної траєкторії знайдемо:

$$\frac{\partial H}{\partial U_1} = -U_1 + \psi_3v_3 + \psi_4v_4 + \psi_5, \quad (16)$$

$$\text{звідки} \quad U_{1\text{опт}} = \psi_3v_3 + \psi_4v_4 + \psi_5v_5. \quad (17)$$

Зі сполученої системи  $\frac{d\psi_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial x_i} = -\lambda_i\psi_i$  визначимо складові функції  $\psi(t)$ :

$$\psi_i = \psi_{i0}e^{-\lambda_i t}. \quad (18)$$

На підставі рівнянь (13), (17), (18), а також того, що координати  $x_1, x_2$  некеровані та змінюються тільки під дією початкових умов, слід подати граничні умови для координат  $x_3, x_4, x_5$  через  $\theta, \theta, \theta$ .

Таким чином, оптимальне управління є безперервною функцією часу. Іноді може виявитися, що функція  $U_{1\text{опт}}$  не задовольняє обмеження.

Тоді загальне рішення оптимального завдання матиме вигляд:

$$U_{1\text{опт}} = U_{1\text{max}}F[\psi_3v_3 + \psi_4v_4 + \psi_5v_5] = F[\alpha], \quad (19)$$

Вирішення задачі при управлінні  $U_{1\text{опт}}$  типу (19) значною мірою ускладнюється, оскільки виникають інтервали управління з різними законами зміни  $U_1(t)$ . Загальне рішення у разі перебуває у результаті стикування диференціальних рівнянь у точках стику інтервалів. Однак на відміну від задачі оптимальної швидкодії, тут навіть при настанні обмеження функція  $U_{1\text{опт}}(t)$  безперервна.

## Висновки

1. Визначення сушильної камери та обрання оптимального управління є найбільш ефективним та практичним інструментом на сьогоднішній день.

2. Проведений аналіз методів оптимізації процесу пропарювання при різних критеріях оптимальності показав, що задача оптимальної швидкодії та задача мінімізації витрати теплоносія має одне й те саме рішення, якщо як функціонал останньої з них приймається інтеграл від керуючого впливу.

3. Оптимальне управління складається з трьох інтервалів із розривами в точках перемикання. Тому розглянутий далі критерій оптимальності як інтеграла від квадрата управління є кращим, оскільки реалізується одноінтервальною безперервною функцією часу, що є значно простішою з точки зору використання у реальній системі.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Личатин Б.І., Личатин І.М. Сушильна камера періодичної дії з подвійними поздовжніми стінами для висушування пиломатеріалів //Науковий вісник НЛТУ України. - 2008. №18.3, с. 146-148.
2. Білей П. В., Губер Ю. М., Копинець З. П. Дослідження тривалості процесу сушіння пиломатеріалів понижених товщин багатоступеневими режимами у виробничих умовах//Науковий вісник НЛТУ України. - 2011. №21.1, с. 99-102.
3. Ming Li, Jianqiao Liu, Hongwei Niu and Yan Jiang Flow Analysis and Optimization of the Air channel of Drying Chamber Based on CFD //Journal of Physics Conference Series. 2021,1732 012170. DOI:10.1088/1742-6596/1732/1/012170
4. Воронов В.Г., Качанов П.А., Рогачёв А.И. Разработка алгоритма оптимального управления процессом нагрева при сушке капиллярно-пористых материалов // Труды Всесоюзной конференции «Актуальные направления развития сушилки древесины. – Архангельск: ЦНИИМОД, 1980. – с. 232-239.
5. Качанов П.А., Рогачёв А.И., Супрунова С.П. Оптимальное управление процессом сушки при ограничении скорости нагрева // Вестник Харьковского политехнического института. – Харьков: ХГУ, 1984. – Вып.10. - №210. – с.16-18.
6. Fadli, B.; Zeglami, D. and Kabbaj, S.. A variant of the quadratic functional equation on semigroups. 2018, vol.37, n.1, pp.45-55. ISSN 0716-0917 DOI:10.4067/S0716-09172018000100045
7. Sandra Pinelas , V.Govindan , K.Tamilvanan, - Square Quadratic Functional Equation, Global Journal of Mathematics Vol.12, No.1, April 02, 2018. DOI:10.13140/RG.2.2.13636.88966
8. Рогачёв А.И., Денисенко Н.А. Энергосберегающее управление процессом пропарки при сушке капиллярно-пористых материалов //Вісник НТУ «ХПІ», збірник наукових праць. Тематич. випуск Автоматика та приладобудування. – Харків: НТУ «ХПІ». 2007. - №36. - с.9-15.

Received (Надійшла) 11.12.2021

Accepted for publication (Прийнята до друку) 12.01.2022

## System of control of drying of capillary-porous materials using quadratic functional

Dmytro Gapon, Denysenko Mykola, Zuev Andrey, Leshchenko Viacheslav, Lunin Denis

**Abstract.** The system of optimal control of the drying process of capillary-porous materials is considered. The research **purpose** is to develop mathematical principles for improving the control system of the drying process of capillary-porous materials. The model of the drying chamber of periodic action which is widespread in a national economy, including on small objects is offered. The analysis of the existing technical decisions of realization of control systems of the drying equipment is carried out. Solutions of problems of optimal speed and optimization for losses with the use of quadratic functional are considered. According to the **results** of the study it is shown that the optimal control for the considered model consists of three intervals with gaps at switching points.

**Keywords:** drying process, capillary-porous materials, control system, quadratic functional, mathematical model, optimization.