

М. Й. Заполовський, М. В. Мезенцев

Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», Харків, Україна

СИНТЕЗ КЕРУВАНЬ ДИЗЕЛЬ-ПОЇЗДА З ЕЛЕКТРОПРИВОДОМ ЗМІННОГО СТРУМУ

Анотація. Завдання синтезу системи керування тяговим електроприводом змінного струму є складовою частиною загального завдання створення оптимальної системи керування транспортними засобами, що забезпечує виконання графіка руху у відповідності заданому критерію якості. **Метою даної роботи** є розроблення математичних моделей для синтезу системи керування електроприводом змінного струму з використанням алгоритму векторного управління, синтез управлінь та проведення досліджень їх моделей, отримання якісних характеристик роботи системи керування в процесі моделювання з використанням пакету MATLAB. Розглянуті питання синтезу систем керування тяговим електроприводом змінного струму дизель-поїзда та їх дослідження за допомогою математичних моделей, які реалізовані в пакеті MATLAB. Проведено огляд літературних джерел на задану тематику та аналіз існуючих підходів до розв'язання задач синтезу систем керування у даній галузі, зокрема систем керування з використанням алгоритмів векторного управління. Виконано синтез управлінь, побудовані математичні моделі досліджуваних об'єктів керування, проведено моделювання їхнього функціонування. Отримані аналітичні співвідношення, які можуть бути використані для розробки структури САР електроприводу дизель-поїзда і розрахунку її параметрів при заданій критерію якості з урахуванням певного завантаження дизель-поїзда. Синтезовані закони управління забезпечують стійкий розгін дизель-поїзда в різних точках тягової характеристики і при цьому виконуються вимоги щодо точності приведення об'єкта керування в задану точку фазового простору і якості перехідних процесів.

Ключові слова: синтез систем керування, електропривод змінного струму, дизель-поїзд, алгоритми векторного управління, аналітичні співвідношення, математична модель, закони управління.

Вступ

Завдання синтезу системи керування тяговим електроприводом змінного струму є складовою частиною загального завдання створення оптимальної системи керування транспортними засобами, що забезпечує виконання графіка руху у відповідності заданому критерію якості. Останніми роками вирішення цих завдань пропонується виконувати з використанням сучасних комп'ютерних технологій, в основу яких покладено методи математичного моделювання, аналізу і синтезу складних технічних систем. Тому розробка оптимальних систем керування та моделей для їх дослідження є актуальною задачею.

Постановка задачі і аналіз відомих публікацій. На сьогоднішній день наряду з частотним способом керування електроприводом змінного струму все більшої уваги приділяється розробкам систем керування на основі алгоритмів векторного управління [1–9]. Ці алгоритми активно впроваджуються у високоякісних електроприводах трифазного струму. В алгоритмах керування закладена ідея орієнтування потоку асинхронного двигуна [2, 4, 8, 9]. Напруги статора (керуючі впливи) системи рівнянь (математичної моделі) трифазного асинхронного двигуна як в рухомій, так і нерухомій системі координат визначаються по рівняннях векторного управління.

Рішення задачі розроблення оптимальної системи керування електроприводом змінного струму в першу чергу пов'язане зі створенням нелінійних математичних моделей із врахуванням особливостей використання того чи іншого методу синтезу управлінь, критеріїв оцінки якості функціонування системи керування, проведенням комплексних досліджень динаміки електромеханічної системи електроприводу. Для рішення завдань оптимального керування присвячено значне число публікацій [6],

де для синтезу використовується математичне моделювання, сучасні методи теорії автоматичного керування та оптимізації, комп'ютерні технології. В [6] пропонується ряд методів синтезу управлінь та математичні моделі електроприводу змінного струму, які можуть бути використані при розробці систем управління з урахуванням вибраного критерію оптимальності. Як правило, задовільний результат отримується при синтезі оптимальних систем керування для об'єктів, які описуються системою диференціальних рівнянь не вище третього порядку. Для систем вищих порядків, а також нелінійних моделей, можливо використовувати комбінований метод знаходження управлінь. Він зводиться до наступного [9]. На першому етапі з використанням спрощеної моделі електроприводу знаходиться загальний вид управлінь. На другому – задаються закони можливих управлінь та в процесі дослідження уточнюються їх види та параметри системи керування за допомогою повної математичної моделі.

Метою роботи є розроблення математичних моделей для синтезу системи керування електроприводом змінного струму з використанням алгоритму векторного управління, синтез управлінь та проведення досліджень їх моделей, отримання якісних характеристик роботи системи керування в процесі моделювання з використанням пакету MATLAB.

Основна частина

Вихідними змінними для даного об'єкту управління є швидкість руху V і пройдений шлях S . За відсутності боксування швидкість руху пропорційна кутовій електричній швидкості обертання ротора двигуна ω . Рівняння руху має вигляд [1]:

$$\frac{d\omega}{dt} = K_1(M_t - M_c), \quad (1)$$

де M_t – тяговий момент дизель-поїзда; $K_1 = p/J_t$;
 J_t – момент інерції дизель-поїзда; M_c – момент
 опору руху, який згідно правил тягових розрахунків,
 знаходиться згідно виразу:

При номінальному завантаженні :

$$M_c = 1299(1.1 + 0.012 * 0.1545 \omega) \text{ (Нм)},$$

$$\text{або } M_c = 1299(1.1 + 0.012 * 0.1545 \omega) \text{ (Нм)}. \quad (2)$$

За умови, що тяговий момент дизель-поїзда
 здійснюють чотири двигуни, то рівняння руху ма-
 тиме вигляд:

$$\frac{d\omega}{dt} = K_1(4M_d * i - M_c),$$

де M_d – електромагнітний момент двигуна; i – пе-
 редавальне число редуктора ($i = 3.69$).

З урахуванням рівняння (2), отримаємо:

$$\begin{aligned} \frac{d\omega}{dt} &= K_1(K_2 M_d - 1429 - 2.41\omega) = \\ &= K_1(K_2 M_d - K_3 - K_4\omega), \end{aligned} \quad (3)$$

де $K_2 = 14.76$; $K_3 = 1429$; $K_4 = 2.41$.

$$\text{або } \frac{d\omega}{dt} = K_5 M_d - K_6 \omega - K_7, \quad (4)$$

де $K_5 = K_1 K_2 = 0.000915$; $K_6 = K_1 K_4 = 0.00015$;
 $K_7 = K_1 K_3 = 0.089$.

Можемо записати:

$$\frac{dX_1}{dt} = K_5 M_d - K_6 X_1 - K_7. \quad (5)$$

В результаті отримали диференціальне рівняння
 першого прядку, яке описує динаміку руху дизель-
 поїзда при номінальному завантаженні. В якості
 управління виступає електромагнітний момент тя-
 гового двигуна M_d . Для його визначення викорис-
 таємо модель тягового двигуна у вигляді системи
 диференціальних рівнянь, де для формування напруги
 живлення та її частоти використовується алгоритм
 векторного управління.

Згідно [4, 9], за умови, якщо швидкість обертан-
 ня координат ω_k співпадає із швидкістю вектора
 потоку ротора ω_ψ ($\omega_k = \omega_\psi$), то вектор потокозчеп-
 лення ротора Ψ_r відображається на вісі 1 своїм мо-
 дулем Ψ_{rm} , а його проекція на вісь 2 дорівнює нулю
 і рівняння, що описують динаміку електромагнітних
 процесів тягового двигуна, приймають вигляд [1, 2]:

$$U_{s1} = \frac{d\Psi_{s1}}{dt} - \Psi_{s2}\omega_\psi + R_S I_{s1}; \quad (6)$$

$$U_{s2} = \frac{d\Psi_{s2}}{dt} + \Psi_{s1}\omega_\psi + R_S I_{s2}; \quad (7)$$

$$0 = \frac{d\Psi_{rm}}{dt} + R_R I_{r1}; \quad (8)$$

$$0 = (\omega_\psi - p\omega)\Psi_{rm} + R_R I_{r2}; \quad (9)$$

$$M_d = \frac{mpK_r}{2} \Psi_{rm} I_{s2}, \quad (10)$$

де Ψ_{rm} – модуль вектора потоку ротора; I_{s1} , I_{s2} ,
 I_{r1} , I_{r2} – відповідно проекції на вісі координат
 струмів статора і ротора; R_S , R_R – відповідно акти-
 вні опори обмоток статора і ротора ТАД; m – число
 фаз; p – число пар полюсів; K_r – коефіцієнт зв'язку
 ротора; ω – швидкість обертання ротора; ω_s – шви-
 дкість вектора напруги статора; ω_ψ – швидкістю
 вектора потоку ротора.

Використовуючи рівняння зв'язку [2, 3]

$$\Psi_r = I_r L_r + I_s L_m; \quad \Psi_s = I_s L_s + I_r L_m,$$

отримаємо:

$$U_{s1} = \frac{dI_{s1}}{dt} L_s' + K_r \frac{d\Psi_{r1}}{dt} - I_{s2} L_s' \omega_\psi + R_S I_{s1}; \quad (11)$$

$$U_{s2} = \frac{dI_{s2}}{dt} L_s' + I_{s1} L_s' \omega_\psi + K_r \Psi_{rm} + R_S I_{s2}; \quad (12)$$

$$0 = \frac{d\Psi_{rm}}{dt} + \frac{R_r}{L_r} \Psi_{rm} - I_{s1} K_r R_r; \quad (13)$$

$$0 = \beta \Psi_{rm} - I_{s2} K_r R_r; \quad (14)$$

$$M_d = (mpK_r/2) \cdot \Psi_{rm} I_{s2}, \quad (15)$$

де $L_s' = L_s - L_m^2/L_r$, $K_r = L_m/L_r$.

Використовуючи рівняння (11) і (12) і рівняння
 зв'язку для системи управління з регулюванням на-
 пруги живлення, знаходимо співвідношення, за до-
 помогою яких визначаються проекції напруги жив-
 лення ТАД по кожній із вісей при відомій її частоті.

$$U_{s1} = R_S I_{s1} - I_{s2} L_s' \omega_\psi; \quad (16)$$

$$U_{s2} = R_S I_{s2} + \omega_\psi \Psi_{rm} (L_s'/L_m + K_r). \quad (17)$$

Момент тягового двигуна M_d знаходиться згі-
 дно рівняння (15) по відповідним значенням потоко-
 зчеплення Ψ_{rm} і струму I_{s2} . Для визначення пото-
 козчеплення Ψ_{rm} використаємо диференціальне рів-
 няння (13). Тяговий момент, як управління в рівнян-
 ні (5), визначається фазовою змінною Ψ_{rm} і проєк-
 цією вектора струму статора – струмом I_{s2} .

Змінна Ψ_{rm} , згідно диференціального рівняння
 (13), визначається струмом I_{s1} . В результаті, в якос-
 ті управліннь, можемо вибрати проєкції вектора
 струму статора – струми I_{s1} і I_{s2} .

З урахуванням динамічних процесів для визна-
 чення проєкції потоку ротора Ψ_{rm} використаємо
 рівняння (13) у вигляді:

$$\frac{d\Psi_{rm}}{dt} = -\frac{R_r}{L_r} \Psi_{rm} + I_{s1} \frac{L_m R_r}{L_r}. \quad (18)$$

При заданих параметрах ТАД отримаємо:

$$\frac{d\Psi_{rm}}{dt} = -0.771 \Psi_{rm} + 0.0668 I_{s1}. \quad (19)$$

Аналогічно із рівнянням (5) рівняння (19) для оптимізаційної моделі запишемо у вигляді:

$$\frac{dX_2}{dt} = -0.771X_2 + 0.0668I_{s1}. \quad (20)$$

В результаті, для синтезу управлінь об'єкт дослідження можливо представити математичною моделлю у вигляді системи диференціальних рівнянь другого порядку:

$$\dot{X}_1 + a_{11}X_1 - a_{12}X_2U_1 + 0.089 = 0, \quad (21)$$

$$\dot{X}_2 + a_{21}X_2 - a_{22}U_2 = 0. \quad (22)$$

де $X_1, X_2, \dot{X}_1, \dot{X}_2$ – відповідно фазові змінні та їх похідні; U_1, U_2 – управління; $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}$ – коефіцієнти, які визначаються параметрами системи.

Для системи, яка досліджується:

$$X_1 = \omega; X_2 = \Psi_{rm}; a_{11} = 0.00015; a_{12} = 0.004; \\ a_{21} = 0.771; a_{22} = 0.068; U_1 = I_{s2}; U_2 = I_{s1}; m=3; \\ p=3; k_r = 0.982; L_m = 0.0917 \text{ Гн.}$$

Допустимі межі зміни процесів (управлінь) в процесі розгону дизель-поїзда.

Номинальний момент ТВД – 4800 Нм.

Робочий (можливий) діапазон зміни величини ковзання – $\beta = (0 \div 12) 1/\text{сек}$.

Діапазон зміни потокозчеплення Ψ_{rm} можливо визначити, використовуючи рівняння (14) і (15). Виходячи із них слідує:

$$\Psi_{rm}^2 = 2M_d R_r / (\beta m p).$$

Тоді діапазон зміни $\Psi_{rm} = (1.6 \div 16)$ (В).

Робочий діапазон зміни потокозчеплення становить: $\Psi_{rm} = (1.6 \div 16.0)$ В. При цьому струм I_{s2} , а значить і максимальне значення управління U_1 , становить 2444 (А). Діапазон зміни управління U_2 , що відповідає в дійсності струму I_{s1} , можливо визначити за допомогою рівняння (13), розглядаючи його як сталий процес, тобто:

$$\frac{R_r}{L_r} \Psi_{rm} - I_{s1} K_r R_r = 0, \text{ тоді } I_{s1} = \frac{\Psi_{rm}}{k_r L_r} \approx 70 \text{ (А)}.$$

Оскільки математична модель об'єкта з використанням алгоритму векторного управління за певних обмежень може бути представлена системою диференціальних рівнянь другого порядку (рівняння (21) – (22)), то для синтезу управлінь пропонується використати один з методів варіаційного числення – рішення загальної задачі Лагранжа.

Використовуючи метод варіаційного числення, як рішення загальної задачі Лагранжа, математична модель об'єкта задається у вигляді системи диференціальних рівнянь у вигляді:

$$\dot{X}_j - \psi_j(X_1, X_2, \dots, X_n, U_j) = 0, \quad (23)$$

де X_j – змінні співвідношення; U_j – управління, відомі початкові і кінцеві стани: $X_j(0), X_j(T)$.

Заданий критерій оптимальності:

$$J = \int_{t_0}^T G(X_1, X_2, \dots, X_n, U_j) dt. \quad (24)$$

Відомі області допустимих управлінь.

Рівняння об'єкту розглядаються як рівняння зв'язків в загальній задачі Лагранжа варіаційного числення. Критерієм оптимальності є функціонал, що мінімізується.

Якщо на управління і стани ніяких обмежень не накладено, то рішення задачі оптимізації шукається по аналогії з методами варіаційного числення. З цією метою складається допоміжний функціонал:

$$J_1 = \int_{t_0}^T [G + \sum_{j=1}^n \lambda_j(t)(\dot{X}_j - \psi_j)] dt = \int_{t_0}^T G_1 dt. \quad (25)$$

Відносно функцій U_j, X_j, λ_j складаються рівняння Ейлера:

$$\frac{\partial G_1}{\partial U_i} - \frac{d}{dt} \frac{\partial G_1}{\partial \dot{U}_i} = 0. \quad (26)$$

Тут в рівнянні (26) під U_i розуміються функції U_j, X_j, λ_j . В результаті отримуємо систему рівнянь по числу невідомих $U_j(t), X_j(t), \lambda_j(t), j = \overline{1, n}$.

Розглянемо синтез управлінь за допомогою моделі оптимізації відносно енергетичних витрат при розгоні дизель - поїзда за заданий час і виконання граничних умов по швидкості і пройденому шляху.

Функціонал, що мінімізує енергетичні витрати, можливо задати у вигляді:

$$J = \int_{t_0}^T (U_1^2 + U_2^2) dt, \quad (27)$$

де U_1, U_2 – управління; t_0, T – початковий та кінцевий терміни часу розгону t . Тоді нова підінтегральна функція G_1 описується співвідношенням:

$$G_1 = (U_1^2 + U_2^2)t + \lambda_2 (\dot{X}_2 + a_{21}X_2 - a_{22}U_2) + \\ + \lambda_1 (\dot{X}_1 + a_{11}X_1 - a_{12}X_2U_1 + 0.089). \quad (28)$$

На підставі рівняння Ейлера (26) складемо співвідношення для знаходження рівнянь U_1, U_2 :

$$\text{для } U_1: \quad \frac{\partial G_1}{\partial U_1} = 2U_1t - a_{12}\lambda_1 X_2 = 0. \quad (29)$$

$$\text{для } U_2: \quad \frac{\partial G_1}{\partial U_2} = 2U_2t - a_{22}\lambda_2 = 0. \quad (30)$$

Тоді управління U_1, U_2 знаходяться як:

$$U_1 = a_{12}\lambda_1 X_2 / 2t; \quad (31)$$

$$U_2 = a_{22}\lambda_2 / 2t. \quad (32)$$

Невідомими є λ_1 та λ_2 .

Для визначення λ_1 та λ_2, X_1 та X_2 складемо рівняння Ейлера згідно (26).

$$\frac{\partial G}{\partial \lambda_1} = \dot{X}_1 + a_{11}X_1 - a_{12}X_2U_1 + 0.089 = 0; \quad (33)$$

$$\frac{\partial G}{\partial \lambda_2} = \dot{X}_2 + a_{21}X_2 - a_{22}U_2 = 0. \quad (34)$$

В результаті отримали аналогічні співвідношення, що відповідають початковим рівнянням (21), (22) для знаходження невідомих X_1 і X_2 та описують динаміку досліджуемого об'єкта управління.

Аналогічно знаходяться рівняння для визначення невідомих λ_1 та λ_2 .

$$\frac{\partial G}{\partial X_1} - \frac{d}{dt} \frac{\partial G}{\partial \dot{X}_1} = a_{11}\lambda_1 - \dot{\lambda}_1 = 0; \quad (35)$$

$$\frac{\partial G}{\partial X_2} - \frac{d}{dt} \frac{\partial G}{\partial \dot{X}_2} = -a_{12}U_1\lambda_1 + a_{21}\lambda_2 - \dot{\lambda}_2 = 0. \quad (36)$$

Для визначення невідомих λ_1 та λ_2 отримаємо систему диференціальних рівнянь:

$$\dot{\lambda}_1 - a_{11}\lambda_1 = 0; \quad (37)$$

$$\dot{\lambda}_2 + \lambda_1 a_{12}U_1 - a_{21}\lambda_2 = 0. \quad (38)$$

В результаті отримали систему диференціально-алгебраїчних рівнянь для знаходження U_1 і U_2 .

Оскільки з однієї сторони система рівнянь нелінійна, а з другої знаходження невизначених множників Лагранжа λ_1 і λ_2 потребує для їх знаходження багатократного перебору варіантів, то рішення задачі знаходження управлінь, які б задовольняли критерію оптимізації згідно з виразом (27), можливо шляхом моделювання. Визначимо межі можливих змін управлінь U_1 і U_2 .

Із (31) і (32) виходить:

$$\lambda_1(t) = \frac{2U_1t}{a_{12}x_2} = \frac{2 * 2444 * 60}{0.004 * 1.6} = 45825000;$$

$$\lambda_2(t) = \frac{2U_2t}{a_{22}} = \frac{2 * 70 * 60}{0.068} = 123530.$$

Знаходження $\lambda_1(t)$. Для його знаходження використаємо отримане рівняння (31): $\dot{\lambda}_1 - a_{11}\lambda_1 = 0$. Його рішення:

$$\lambda_1(t) = C_1 e^{a_{11}t}, \quad (39)$$

де C_1 – постійна інтегрування, яка, як правило, знаходиться із початкових умов (початкових і кінцевих станів об'єкту) диференціального рівняння.

Оскільки $\lambda_1(t)$ визначає управління $U_1(t)$, яке входить в диференціальне рівняння руху (21), де початковими умовами є швидкості руху дизель-поїзда (початкова і кінцева), знайдемо значення C_1 . Допустимо, що розгін дизель-поїзда виконується від швидкості $x_{10} = 0$ (1/с) до швидкості $x_{11} = 35.0$ (1/с) (60 км/год) за час $t = 60$ с.

Так як сумісно рівняння (21) і (35) – диференціальне рівняння другого порядку, то відомі початкові умови дають можливість визначити дві постійних

інтегрування, одна з яких є C_1 . З врахуванням рівняння управління (31), рівняння (21) прийме вид:

$$\dot{X}_1 + a_{11}X_1 = \left(a_{12}^2 X_2^2 \lambda_1 \right) / (2t) = f(C_1, X_2, e^{a_{11}t}, t). \quad (40)$$

Аналітичне рішення рівняння (40) за певних умов (при постійному поточкозчепленні X_{20}) включає дві складові: рішення однорідного рівняння і вимушеного. Тоді:

$$X_1(t) = C_2 e^{-a_{11}t} + X_{1B} \left(f(C_1, X_{20}, e^{a_{11}t}, t) \right). \quad (41)$$

В результаті маємо дві невідомі постійні інтегрування C_1 та C_2 , значення яких можливо знайти по заданих значеннях початкових умов по швидкості руху. Проаналізуємо рівняння (41).

Складова $X_{10} = C_2 e^{-a_{11}t}$ (рішення однорідного рівняння) взагалі визначає характер зміни фазової координати $X_1(t)$. Друга складова – вимушена. При дослідженні можливо розглядати її зміни, використовуючи типові функції (постійну, часову, експоненціальну та інші).

Розглянемо вимушену складову від функції $f(C_1, X_{20}, e^{a_{11}t}, t)$ при конкретних значеннях параметрів об'єкта управління з метою спрощення знаходження постійних інтегрування при рішенні рівняння (40).

$$C_1 e^{a_{11}t} \frac{a_{12}^2 X_{20}^2}{2t} = C_1 e^{0.00015t} \frac{a_{12}^2 X_{20}^2}{2t} = \frac{C_1 k_1}{t} = \frac{k_2}{t},$$

де $k_1 = a_{12}^2 X_{20}^2 / 2$, $k_2 = C_1 k_1$, $t = (1 \div 60)$.

В результаті отримаємо рівняння:

$$\dot{X}_1 + a_{11}X_1 = k_2/t. \quad (42)$$

Його рішення:

$$X_1(t) = C_2 e^{-a_{11}t} + \frac{C_1 a_{12}^2 X_{20}^2}{2(a_{11}t - 1)}. \quad (43)$$

Знайдемо постійні інтегрування із системи рівнянь:

$$\begin{cases} C_2 - C_1 a_{12}^2 X_{20}^2 / 2 = 0; \\ \frac{C_2}{e^{a_{11}t_i}} - \frac{C_1 a_{12}^2 X_{20}^2}{2(a_{11}t_i - 1)} = X_{1ti}. \end{cases} \quad (44)$$

В результаті, якщо для кожного конкретного значення t_i відомі граничні умови, тобто знаємо значення швидкості X_{1ti} , то можливо знайти значення C_1 і C_2 для кожного конкретного значення X_{1ti} . До того ж залежність швидкості від часу носить нелінійний характер. Можливо аналітично знайти тільки приблизні значення постійних інтегрування C_1 і C_2 з подальшим уточненням їх за допомогою моделювання. Знаходження постійних інтегрування C_1 і C_2 шляхом рішення системи (44) пропонується у вигляді співвідношень:

$$C_1 = 2C_2 / \left(a_{12}^2 X_{20}^2 \right), \quad (45)$$

$$C_2 = C_{21}(1 + k_3 x_1), \quad (46)$$

де C_{21} , k_3 – відповідно константа і коефіцієнт пропорційності, які розраховуються згідно системи рівнянь (44) і в подальшому уточнюються на моделі. Начальні (стартові) значення C_{21} , k_3 можливо розрахувати при значеннях швидкостей в початковий і кінцевий моменти розгону дизель-поїзда.

Так в процесі дослідження (табл. 1, 2) за умови забезпечення мінімізації функціоналу (27) при розгоні дизель-поїзда значення коефіцієнтів: $C_{21} = 170$, $k_3 = 0.019$. Постійна інтегрування C_2 не залежить від величини потокозчеплення X_2 , а визначається тільки початковими умовами і часом руху.

Функція $\lambda_1(t)$ визначається як:

$$\lambda_1(t) = C_1 e^{a_1 t} = \frac{2C_2 e^{a_1 t}}{a_{12}^2 x_2^2} = \frac{C_{21}(1 + k_3 x_1)}{a_{12}^2 x_2^2} e^{a_1 t}; \quad (47)$$

В результаті управління $U_1(t)$ можливо формувати згідно виразу:

$$U_1(t) = \frac{C_2 e^{a_1 t}}{a_{12} x_2 t} = \frac{C_{21}(1 + k_3 x_1)}{a_{12} x_2 t} e^{a_1 t}. \quad (48)$$

Постійна інтегрування C_2 визначає складову рішення однорідного рівняння руху об'єкта управління: $X_{10} = C_2 e^{-a_1 t} = C_{21}(1 + k_3 x_1) e^{-0.00015t}$. Постійна інтегрування C_1 визначає характер зміни λ_1 ($\lambda_1 = C_1 e^{a_1 t}$), а значить і управління $U_1(t)$.

З отриманого співвідношення (48) виходить, що управління $U_1(t)$ прямо пропорційне швидкості руху дизель-поїзда і зворотно пропорційне потокозчепленню X_2 та часу руху t для певної завантаженості дизель-поїзда (визначається коефіцієнтом a_{11}). Управління $U_2(t)$ знаходиться згідно формули (32), де λ_2 множник Лагранжа.

Диференціальне рівняння для визначення λ_2 , яке отримано на основі рівнянь Ейлера (36), має вид:

$$\dot{\lambda}_2 - a_{21} \lambda_2 + 2C_2^2 e^{2a_1 t} / (a_{12}^2 X_{20}^3 t) = 0. \quad (49)$$

Якщо прийняти до уваги, що $e^{2a_1 t} \approx 1$ за час розгону дизель-поїзда, то рівняння (49) може бути представлено у вигляді:

$$\dot{\lambda}_2 - a_{21} \lambda_2 = -k_3 / t, \quad (50)$$

де $k_3 = 2C_2^2 / (a_{12}^2 X_{20}^3)$.

Рішення рівняння (50) знайдемо у вигляді:

$$\lambda_2 = C_3 e^{a_2 t} + 2C_2^2 / (a_{12}^2 X_{20}^3 (a_{21} t + 1)),$$

де C_3 – постійна, яка потребує визначення.

Управління U_2 , буде визначатись рівнянням:

$$U_2(t) = \frac{a_{22}}{2t} \left(C_3 e^{a_2 t} + \frac{2C_2^2}{a_{12}^2 X_{20}^3 (a_{21} t + 1)} \right). \quad (51)$$

Постійну інтегрування C_3 можемо знайти за умови розрахункових значень діапазону управління $U_2(t)$ ($U_{20} = (0 \div 70)A$). Тоді при $t = 1$:

$$U_2(t) = \frac{a_{22}}{2t} k_4 C_3; \quad k_4 C_3 = \frac{140}{0.068} e^{-a_{21} t} = 2058.8 e^{-a_{21} t}.$$

Управління $U_2(t)$ можливо представити як:

$$U_2(t) = 205.9 / (k_4 t + 1), \quad (52)$$

де k_4 – коефіцієнт, який визначається в процесі моделювання. Так, в процесі дослідження за умови забезпечення мінімізації функціоналу (27) при розгоні дизель-поїзда $k_4 = 0.1$.

Перевірка законів управління досліджувалась на основі математичної моделі, реалізованої в середовищі MATLAB. Вона складається із наступних моделей: формування управлінь відповідно до синтезованих законів (співвідношень (48) та (52)), моделі електромеханічної частини електроприводу дизель-поїзда з тяговими двигунами змінного струму ТАД у вигляді системи диференціальних рівнянь п'ятого порядку в рухомій системі координат d-q [3, 6], блока моделі формування напруг U_{s1} і U_{s2} згідно рівнянь (16) і (17) і на їх основі напруги живлення U_{x1} моделі ТАД в рухомій системі координат, формування швидкості руху дизель-поїзда – рівняння (4) і (15), блоків моделей формування абсолютних значень потокозчеплення Ψ_{rm} і управлінь $U_1(t)$ та $U_2(t)$, моделей формування споживчої потужності тяговим електроприводом, числових значень функціонала згідно рівняння (27). Момент опору руху M_c , згідно правил тягових розрахунків, задавався рівнянням (2).

В процесі досліджень розглядалися можливості розгону дизель-поїзда за умови підтримки постійного (заданого) значення тягового моменту ТАД і за умови забезпечення мінімізації функціоналу (27) згідно синтезованих управлінь.

На рис. 1 – 4 приведені результати моделювання розробленої системи у вигляді перехідних процесів напруги живлення U_{x1} , потокозчеплень Ψ_{rm} , управління U_1 та електромагнітного моменту ТАД M_d , що демонструють роботу моделі при певному значенні управлінь U_1 і U_2 в системі керування і як реакції на управління об'єкта дослідження за умови підтримки постійного (заданого) значення тягового моменту ТАД і за умови забезпечення мінімізації функціоналу. Відповідно до синтезованих законів управління отримані показники витрат енергії (у вигляді споживчої потужності тяговим електроприводом та числових значень функціоналу) при розгоні дизель-поїзда при номінальній завантаженості в залежності від швидкості руху та пройденого шляху за певний проміжок часу. Як критерій оптимальності використовувався критерій мінімуму енергетичних витрат при виконанні обмежень по величині пройденого шляху і швидкості в кінцевий момент часу. Розглядалися варіанти впливу коефіцієнтів

блоків моделей системи формування управлінь в процесі розгону дизель-поїзда за заданий час t і оцінювалися отримані характеристики (швидкість, пройдений шлях і енергетичні витрати). Результати дослідження приведені в табл. 1 і 2. На їх основі

уточнювалися значення постійних інтегрування C_1 і C_2 синтезованого закону управління U_1 , які отримані шляхом рішення системи (44) у вигляді співвідношень (45) і (46), де C_{21} , k_3 – відповідно константа і коефіцієнт пропорційності

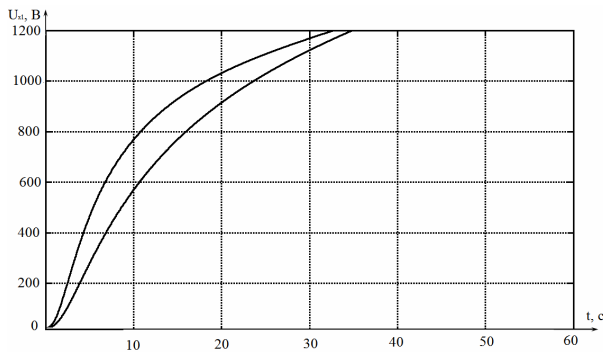


Рис. 1. Процеси зміни напруги живлення U_{11} моделі ТАД в рухомій системі координат (нижній графік – при постійному моменті)

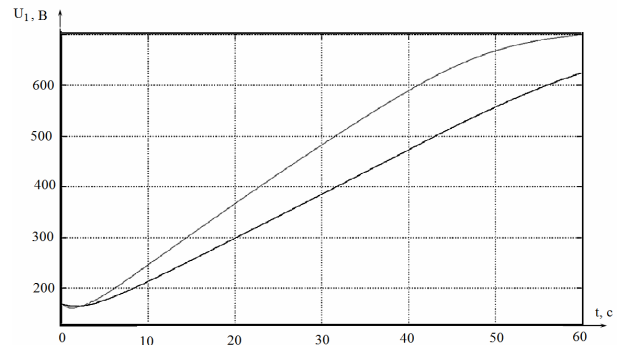


Рис. 3. Процеси зміни управління U_1 за умови підтримки постійного (заданого) значення тягового моменту ТАД і за умови забезпечення мінімізації функціоналу (верхній графік)

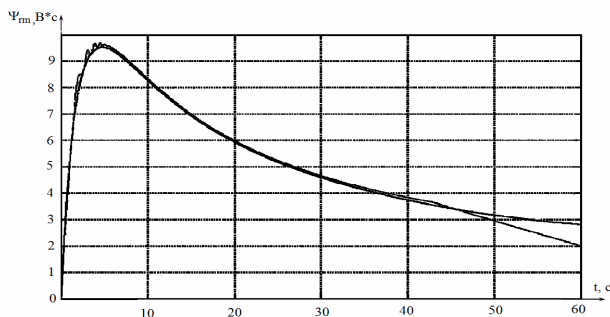


Рис. 2. Процеси зміни потягозчеплення Ψ_{fm} (сформовані згідно закону управління і як вихідний сигнал моделі ТАД)

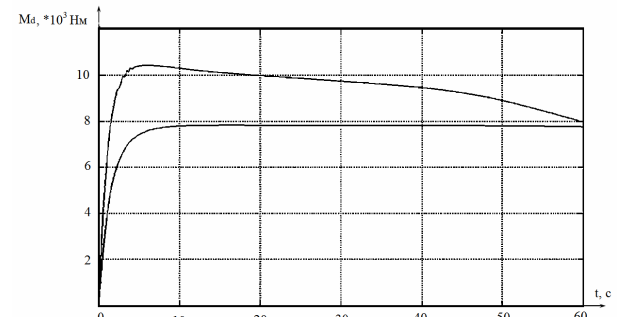


Рис. 4. Процеси зміни тягового моменту ТАД за умови підтримки постійного його значення і за умови забезпечення мінімізації функціоналу

Таблиця 1 – Результати досліджень

$k_3=0.019$	$M_d = \text{Const}=8000$ (Нм)				$M_d = \text{Var}$				$\Delta P * 10^3, 1/\text{м}$
	C_{21}	V, км/год	S, м	$P * 10^6$	$J * 10^6$	V, км/год	S, м	$P * 10^6$	
200	63.49	526.5	24.88	1.226	56.81	631.8	43.56	1.216	1.925
180	62.45	516.3	22.04	0.973	63.42	667.9	38.19	1.111	1.663
170	61.74	510.9	20.96	0.851	66.44	636.1	32.87	1.022	1.607
160	60.98	504.7	20.18	0.730	65.78	578.9	25.16	0.895	1.546
150	60.18	497.5	19.6	0.613	58.46	507.2	18.15	0.752	1.482

Таблиця 2 – Результати досліджень

$C_{21}=160$	$M_d = \text{Const}=8000$ (Нм)				$M_d = \text{Var}$				$\Delta P * 10^3, 1/\text{м}$
	k_3	V, км/год	S, м	$P * 10^6$	$J * 10^6$	V, км/год	S, м	$P * 10^6$	
0.013	56.67	469	17.39	0.35	42.85	402.9	9.76	0.49	1.216
0.015	58.42	482.7	18.41	0.427	50.02	454.6	13.2	0.604	1.329
0.017	59.77	494.3	19.26	0.567	58.57	514.9	18.15	0.739	1.435
0.019	60.98	504.7	20.18	0.730	65.78	578.9	25.16	0.895	1.546
0.021	62.13	513.19	21.48	0.90	65.89	628.5	32.9	1.04	1.654

Як слідує із таблиць, як за умови використання закону управління формування тягового моменту ТАД за принципом $M_d = \text{Const}$, так і за умови забезпечення мінімізації функціоналу синтезовані управління забезпечують формування частоти та напруги живлення ТАД в процесі розгону дизель-поїзда згідно заданих граничних умов (кінцевої швидкості та пройденого шляху).

Порівняння показників (показник ΔP) виконувалося за відношенням абсолютного значення функціоналу до значення пройденого шляху за умови досягнення граничної межі заданої швидкості і пройденого шляху.

Для забезпечення виконання умов оптимізації в процесі досліджень встановлені межі допустимих значень коефіцієнтів синтезованих управлінь C_{21} , k_3

Межі допустимих значень: $C_{21} = (160 \div 180)$, $k_3 = (0.017 \div 0.018)$. Оптимальними є значення: $C_{21} = 170$, $k_3 = 0.019$. При цьому різниця між сусідніми значеннями показників C_{21} , k_3 при визначенні ΔP згідно таблиць не перевищує 0.3%.

Виходячи з проведених результатів дослідження можна зробити висновок, що синтезовані управління та розроблена модель на основі використання алгоритму векторного управління електроприводом, дозволяють оптимізувати роботу енергетичної системи дизель-поїзда в процесі розгону при номінальному завантаженні, забезпечуючи при цьому виконання заданих граничних умов, а також проводити дослідження аналогічних систем управління.

Висновки

1. Отримані аналітичні співвідношення можуть бути використані для розробки структури САР електроприводу дизель-поїзда і розрахунку її параметрів при заданні певного критерію якості при номінальному завантаженні дизель-поїзда.

2. Запропонована методика розрахунку коефіцієнтів математичної моделі управління може бути адаптована при синтезі законів управління електроприводом змінного струму дизель-поїзда в залежності від конкретного завантаження в процесі розгону.

3. Оптимізаційна математична модель електроприводу змінного струму, закони управління, аналі-

тичні співвідношення для визначення параметрів САР реалізовані у вигляді машинної моделі. Проведені дослідження показали перспективність такого підходу при розробці сучасних оптимальних систем управління електроприводом дизель-поїздів з тяговими двигунами змінного струму.

4. На підставі проведених досліджень і порівнянні результатів отриманих на моделі в динамічних режимах і за різних умов розгону дизель-поїзда (діапазону зміни коефіцієнтів моделі системи оптимальних управлінь) встановлено, що процес розгону при запропонованих законах управління стійкий, параметри системи електроприводу (напруги живлення та токи ТАД, потокозчеплення, величина ковзання) знаходяться в робочому діапазоні. При цьому виконуються вимоги щодо точності приведення об'єкта управління в задану точку фазового простору і якості управління.

5. Розроблена оптимізаційна модель на основі алгоритму векторного керування ТАД та запропоновані закони управління дозволяють оптимізувати роботу енергетичної системи дизель-поїзда в процесі розгону, забезпечуючи при цьому виконання заданих граничних умов, а також проводити дослідження систем керування в замкнутій системі управління.

6. Синтезовані закони управління можуть бути покладені в основу системи керування в цілому при розробці автоматизованої системи управління рухом дизель-поїзда, де одним з основних принципів керування – підтримка заданої величини тягового моменту.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Blaschke F. Das Prinzip der Feldorientierung. Die Grundlage für die Transvektor-Regelung von Drehfeldmaschine / F. Blaschke // Siemens Zeitschrift. – 1971. – № 45. – Н. 10.
2. Усольцев А.А. Векторное управление асинхронными двигателями / А.А. Усольцев СПб: СПбГУ ИТМО, 2002. – 43 с.
3. Сандлер А.С., Сарбатов Р.С. Автомат. частотное управление асинхронными двигателями. М.: Энергия, 1974. – 328 с.
4. Рудаков В.В., Столяров, И.М., Дартау В.А. Асинхронные электроприводы с векторным управлением. – Л.: 1987. 136 с.
5. Bose Bimal K. Modern Power Electronics and AC drives. Prentice Hall PTR: Prentice-Hall Inc. 2002. 712 p.
6. Моделирование и оптимизация систем управления и контроля локомотивов / [Носков В.И., Дмитриенко В.Д., Запоровский Н.И., Леонов С.Ю.]. – Х.: ХФИ «Транспорт Украины», 2003. – 248 с.
7. Volkov A.V., Kosenko I.A. Asynchronous motor drive based on self-excited current inverter with switched-off thyristors and provided with redicting relay and vector regulation of stator current. Published in Elektrotehnika. 2008. No 10. P. 6-17.
8. Запоровський М.Й., Мезенцев М.В., Скороделов В.В. Синтез управлінь для оптимізації динамічних процесів електроприводу змінного струму. *Системи управління, навігації та зв'язку*. Вип. 4(50). Полтава. 2018. С. 38-41.
9. Запоровський М.Й. Математична модель для синтезу управлінь електроприводом змінного струму/ М.Й. Запоровський, В.В. Скороделов, М.В. Мезенцев // *Системи управління, навігації та зв'язку*. – Вип. 5(57). Полтава. 2019. С. 16-21.

Received (Надійшла) 22.06.2020

Accepted for publication (Прийнята до друку) 26.08.2020

Synthesis of diesel train controls with AC electric drive

M. Zapolovsky, M. Mezentsev

Abstract. The task of synthesis of the control system of the traction electric drive of alternating current is an integral part of the general task of creation of optimum control system of vehicles that provides performance of the schedule according to the set quality criterion. **The purpose of this work** is to develop mathematical models for the synthesis of AC control system using vector control algorithm, synthesis of controls and research of their models, obtaining qualitative characteristics of the control system in the simulation process using MATLAB package. The issues of development and research of models for the synthesis of control systems for AC electric drive of an alternating current of a diesel train are considered. A review of literary sources on a given topic and an analysis of existing approaches to solving the most common problems in this area are carried out. Modern options using vector control algorithms are considered. Mathematical models are constructed, modeling of their functioning is carried out. The obtained analytical relations that can be used to develop the structure of the automatic control system of the electric drive of the diesel train and calculate its parameters when specifying a certain criterion taking into account a certain workload of the train. Control laws have been synthesized that provide stable acceleration of a diesel train at various points of the traction characteristic, while the requirements for the accuracy of bringing the control object to a given point in the phase space and the quality of transient processes are fulfilled.

Keywords: synthesis of control systems, AC electric drive, vector control algorithms, mathematical model, controls.