УДК 519.681 **doi: 10.26906/SUNZ.2020.2.090**

Л. Г. Раскін, О. В. Сіра, Р. О. Корсун

Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», Харків, Україна

ДЕКОМПОЗИЦІЙНИЙ МЕТОД ВИРІШЕННЯ ЗАВДАНЬ АНАЛІЗУ МАРКОВСЬКИХ СИСТЕМ ВИСОКОЇ РОЗМІРНОСТІ

Анотація. Предметом вивчення статті є декомпозиційна обчислювальна процедура, яка використовує метод фазового укрупнення станів системи. **Мета** дослідження: розробка спеціального методу аналізу марківських систем високої розмірності. Метод повинен аналітично забезпечувати отримання в явному вигляді співвідношень, що визначають залежність, розподілу ймовірностей станів системи від чисельних значень параметрів цієї системи. **Завдання:** Розглянути задачу аналізу марківських систем високої розмірності з великим числом можливих станів. Запропонувати декомпозиційну обчислювальну процедуру, яка використовує метод фазового укрупнення станів системи. **Результати:** Розглянуто задачу аналізу марківських систем високої розмірності з великим числом можливих станів. Запропоновано декомпозиційну обчислювальну процедуру, яка використовує метод фазового укрупнення станів системи. **Висновки:** Запропонований метод дозволяє звести рішення початкової складної задачі до сукупності більш простих задач меншої розмірності. Метод забезпечує отримання аналітичних співвідношень, що визначають залежність розподілу ймовірностей станів системи довільної розмірності від чисельних значень її параметрів. Технологія вирішення задачі ілюструється рішенням двох прикладів.

Ключові слова: марківська система високої розмірності, метод декомпозиції системи, технологія реалізації обчислювальної процедури.

Вступ

Для вирішення задач аналізу марковських систем традиційно використовується наступний підхід [1-3]. Вводиться математична модель функціонування системи на основі графа станів системи і множини можливих переходів з одних станів в інші. При цьому формується система лінійних алгебраїчних рівнянь А.Н. Колмогорова, рішення якої визначає залежність розподілу ймовірностей станів системи від чисельних значень її параметрів.

При отриманні чисельного рішення задачі жорстких обмежень на її розмірність не вводиться. Однак, аналітичне рішення цього завдання може бути отримано лише для задач порівняно невисокою розмірності (число можливих станів має порядок 8-10) [4, 5]. Ця обставина серйозно ускладнює вирішення задач аналізу систем реальної розмірності [6]. У зв'язку з цим виникає потреба в розробці технології вирішення задач аналізу марковських систем, розмірність яких перевищує гранично можливу для отримання необхідних співвідношень «вручну».

Крім того, слід зазначити, що вирішення цієї проблеми не просто бажано, але необхідно для задач прогнозування та управління марківськими системами [7,8].

Звідси випливає МЕТА дослідження: розробка спеціального методу аналізу марківських систем високої розмірності. Метод повинен аналітично забезпечувати отримання в явному вигляді співвідношень, що визначають залежність, розподілу ймовірностей станів системи від чисельних значень параметрів цієї системи.

Постановка задачі

Введемо двухпоточну, одноканальну марківську систему з пріоритетом першого потоку перед заявками другого потоку. Пріоритет реалізується в такий спосіб. Заявка з першого потоку отримує відмову тільки в тому випадку якщо канал зайнятий обслуговуванням заявок цього ж потоку. Якщо в момент надходження заявки з першого потоку канал обслуговує заявку другого потоку, то ця заявка переводиться в буфер. Заявка з другого потоку отримує відмову, якщо канал зайнятий обслуговуванням будь-якої заявки. Відповідний граф станів і переходів наведено на рис. 1, де λ_i – інтенсивність заявок i-го потоку; μ_i – інтенсивність обслуговування заявок i-го потоку, i=1,2.

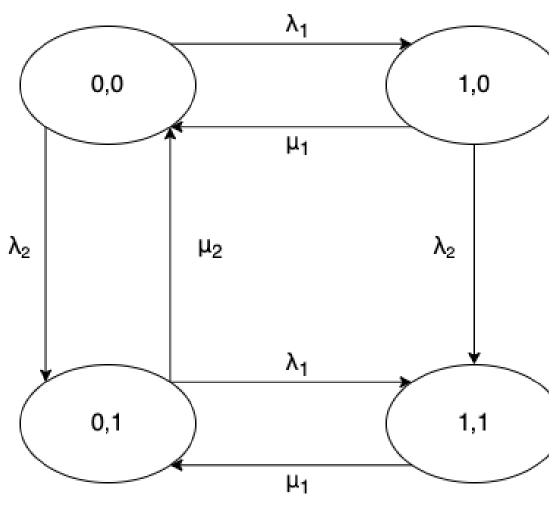

Рис 1. Граф станів і переходів системи

Згідно з цим графом введемо систему рівнянь Колмогорова щодо станів системи.

$$\begin{cases} \mu_1\pi_{10} + \mu_2\pi_{01} - \lambda_1\pi_{00} - \lambda_2\pi_{00} = 0; \\ \lambda_1\pi_{00} - \mu_1\pi_{10} - \lambda_2\pi_{10} = 0; \\ \lambda_2\pi_{00} + \mu_1\pi_{11} - \lambda_1\pi_{01} - \mu_2\pi_{01} = 0; \\ \pi_{00} + \pi_{01} + \pi_{10} + \pi_{11} = 1. \end{cases}$$

Після приведення подібних членів і їх упорядкування ця система набуває вигляду:

$$\begin{array}{rcrcrcrl}
(\lambda_1+\lambda_2)\pi_{00} & - & \mu_2\pi_{01} & - & \mu_1\pi_{10} & & & =0; \\
\lambda_1\pi_{00} & & & - & (\mu_1+\lambda_2)\pi_{10} & & & =0; \\
\lambda_2\pi_{00} & - & (\lambda_1+\mu_2)\pi_{01} & & & + & \mu_1\pi_{11} & =0; \\
\pi_{00} & + & \pi_{01} & + & \pi_{10} & + & \pi_{11} & =1.
\end{array} \quad (1)$$

Отримаємо рішення цієї системи за правилом Крамера.

$$\pi_{ij}=\frac{detA_{ij}}{detA}=\frac{\Delta_{ij}}{\Delta}\ ;i=0,1;\ j=0,1\ , \quad (2)$$

де $detA$ – визначник матриці коефіцієнтів системи (1), $detA_{ij}$ - визначник матриці коефіцієнтів, що виходить після заміни стовпця (i,j) стовпцем вільних членів.

Зрозуміло, що чисельне рішення системи рівнянь (1) для будь-якого набору вихідних даних ніяких труднощів не викликає. Але чисельного рішення недостатньо в задачах управління системою, коли необхідний набір аналітичних співвідношень, що зв'язують значення параметрів системи з розподілом ймовірностей її станів.

Перейдемо до вирішення цього завдання.

Маємо

$$A=\begin{pmatrix} \lambda_1+\lambda_2 & -\mu_2 & -\mu_1 & 0 \\ \lambda_1 & 0 & -(\mu_1+\lambda_2) & 0 \\ \lambda_2 & -(\lambda_1+\mu_2) & 0 & \mu_1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Далі

$$\Delta_{00}=detA_{00}=$$

$$=det\begin{pmatrix} 0 & -\mu_2 & -\mu_1 & 0 \\ 0 & 0 & -(\mu_1+\lambda_2) & 0 \\ 0 & -(\lambda_1+\mu_2) & 0 & \mu_1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}=$$

$$=-det\begin{pmatrix} -\mu_2 & -\mu_1 & 0 \\ 0 & -(\mu_1+\lambda_2) & 0 \\ -(\lambda_1+\mu_2) & 0 & \mu_1 \end{pmatrix}= \quad (3)$$

$$=-\mu_1(\mu_1\mu_2+\mu_2\lambda_2)=$$

$$=-\mu_1^2\mu_2-\lambda_2\mu_1\mu_2;$$

$$\Delta_{01}=detA_{01}=$$

$$=det\begin{pmatrix} \lambda_1+\lambda_2 & 0 & -\mu_1 & 0 \\ \lambda_1 & 0 & -(\mu_1+\lambda_2) & 0 \\ \lambda_2 & 0 & 0 & \mu_1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}=$$

$$=-det\begin{pmatrix} \lambda_1+\lambda_2 & -\mu_1 & 0 \\ \lambda_1 & -(\mu_1+\lambda_2) & 0 \\ \lambda_2 & 0 & \mu_1 \end{pmatrix}= \quad (4)$$

$$=\mu_1\left[-(\lambda_1+\lambda_2)(\mu_1+\lambda_2)+\lambda_1\mu_1\right]=$$

$$=-\mu_1\lambda_1\lambda_2-\mu_1^2\lambda_2-\mu_1\lambda_2^2;$$

$$\Delta_{10}=detA_{10}=$$

$$=det\begin{pmatrix} \lambda_1+\lambda_2 & -\mu_2 & 0 & 0 \\ \lambda_1 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_2 & -(\lambda_1+\mu_2) & 0 & \mu_1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}= \quad (5)$$

$$=-det\begin{pmatrix} \lambda_1+\lambda_2 & -\mu_2 & 0 \\ \lambda_1 & 0 & 0 \\ \lambda_2 & -(\lambda_1+\mu_2) & \mu_1 \end{pmatrix}=$$

$$=-\mu_1\lambda_1\mu_2<0;$$

$$\Delta_{11}=detA_{11}=$$

$$=det\begin{pmatrix} \lambda_1+\lambda_2 & -\mu_2 & -\mu_1 & 0 \\ \lambda_1 & 0 & -(\mu_1+\lambda_2) & 0 \\ \lambda_2 & -(\lambda_1+\mu_2) & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}=$$

$$=-det\begin{pmatrix} \lambda_1+\lambda_2 & -\mu_2 & -\mu_1 \\ \lambda_1 & 0 & -(\mu_1+\lambda_2) \\ \lambda_2 & -(\lambda_1+\mu_2) & 0 \end{pmatrix}=$$

$$\begin{aligned}&=-\lambda_1^2\mu_1-\lambda_1^2\lambda_2-\lambda_1\mu_1\mu_2-\lambda_1\lambda_2\mu_2- \\ &-\lambda_1\lambda_2\mu_1-\lambda_1\lambda_2^2-\lambda_2\mu_1\mu_2-\lambda_2^2\mu_2+ \\ &+\lambda_1^2\mu_1+\lambda_1\mu_1\mu_2+\lambda_2\mu_1\mu_2+\lambda_2^2\mu_2= \\ &=-\lambda_1^2\lambda_2-\lambda_1\lambda_2\mu_2-\lambda_1\lambda_2\mu_1-\lambda_1\lambda_2^2.\end{aligned} \quad (6)$$

Тепер, так як

$$\pi_{00}+\pi_{01}+\pi_{10}+\pi_{11}=$$

$$=\frac{\Delta_{00}}{\Delta}+\frac{\Delta_{01}}{\Delta}+\frac{\Delta_{10}}{\Delta}+\frac{\Delta_{11}}{\Delta}=$$

$$=\frac{1}{\Delta}(\Delta_{00}+\Delta_{01}+\Delta_{10}+\Delta_{11})=1,$$

то
$$\Delta=\Delta_{00}+\Delta_{01}+\Delta_{10}+\Delta_{11}.$$

Тоді (2) перетвориться до виду:

$$\pi_{ij}=\frac{\Delta_{ij}}{\Delta_{00}+\Delta_{01}+\Delta_{10}+\Delta_{11}}, \quad (7)$$

$$i=0;1;\quad j=0;1.$$

Знайдемо вираз для вирішення Δ. Маємо:

$$\begin{aligned}\Delta=-\Big[&\mu_1^2\mu_2+\lambda_2\mu_1\mu_2+\mu_1\lambda_1\lambda_2- \\ &-\mu_1^2\lambda_2-\mu_1\lambda_2^2+\mu_1\lambda_1\mu_2+\lambda_1^2\lambda_2- \\ &-\lambda_1\lambda_2\mu_2-\lambda_1\lambda_2\mu_1-\lambda_1\lambda_2^2\Big].\end{aligned} \quad (8)$$

Підстановка (3-6), (8) в (7) дає шуканий розподіл ймовірностей станів.

Перевіримо правильність отриманих співвідношень, порівнявши їх з відомими результатами для природних окремих випадків.

Випадок 1. Нехай $\lambda_2 = 0$. При цьому початкова двопотокова зводиться до однопотокової. Маємо

$$\pi_{00} = \frac{\Delta_{00}}{\Delta} = \frac{\Delta_{00}}{\mu_1{}^2\mu_2 + \mu_1\mu_2\lambda_1} =$$

$$= \frac{\mu_1\mu_1\mu_2}{\mu_1\mu_2(\mu_1+\lambda_1)} = \frac{\mu_1}{\mu_1+\lambda_1};$$

$$\pi_{01} = \frac{\Delta_{01}}{\Delta} = 0;$$

$$\pi_{10} = \frac{\Delta_{00}}{\Delta} = \frac{\mu_1\mu_2\lambda_1}{\mu_1\mu_2(\mu_1+\lambda_1)} = \frac{\lambda_1}{\mu_1+\lambda_1};$$

$$\pi_{10} = \pi_{11} = 0$$

Випадок 2. Нехай $\lambda_1 = 0$. При цьому система також спрощується до однопотокові. Маємо

$$\pi_{00} =$$

$$= \frac{\mu_1{}^2\mu_2 + \lambda_2\mu_1\mu_2}{\mu_1{}^2\mu_2 + \lambda_2\mu_1\mu_2 + \mu_1{}^2\lambda_2 - \mu_1\lambda_2{}^2} =$$

$$= \frac{\mu_1\mu_2(\mu_1+\lambda_2)}{\mu_1\mu_2(\mu_1+\lambda_2) + \mu_1\lambda_2(\mu_1+\lambda_2)} =$$

$$= \frac{\mu_2}{\mu_2+\lambda_2};$$

$$\pi_{01} = \frac{\Delta_{01}}{\Delta} =$$

$$= \frac{\mu_1{}^2\lambda_2 + \mu_1\lambda_2{}^2}{\mu_1{}^2\mu_2 + \lambda_2\mu_1\mu_2 + \mu_1{}^2\lambda_2 + \mu_1\lambda_2{}^2} =$$

$$\frac{\mu_1\lambda_2(\mu_1+\lambda_2)}{\mu_1\mu_2(\mu_1+\lambda_2) + \mu_1\lambda_2(\mu_1+\lambda_2)} = \frac{\lambda_2}{\mu_2+\lambda_2};$$

$$\pi_{10} = \pi_{11} = 0.$$

Отримані результати, як і слід було очікувати, збігаються з відомими, обумовленими класичними формулами Ерланга.

Наведемо тепер приклад більш складного завдання, в якій отримання шуканого розподілу ймовірностей станів з використанням стандартних методів розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь аналітично важко піддається реалізації.

Розглянемо три-потокову одноканальну марківську систему з ієрархічними пріоритетами. Нехай на вхід системи надходить суперпозиція трьох потоків з інтенсивностями відповідно рівними λ_1, λ_2, λ_3. При цьому перший потік має пріоритет перед другим і третім потоками, а другий потік - перед третім. Інтенсивності обслуговування заявок цих потоків рівні μ_1, μ_2, μ_3.

Пріоритети одних заявок перед іншими проявляються наступним чином.

Заявка з першого потоку приймається до обслуговування, якщо канал не зайнятий обслуговуванням заявок цього ж потоку. Якщо в момент надходження заявок першого потоку канал обслуговує заявку з другого або третього потоків, то обслуговування цих заявок переривається, і вони переводяться в буфер, де чекають моменту звільнення каналу.

Заявки з другого потоку приймаються до обслуговування, якщо канал не зайнятий обслуговуванням заявок першого або другого потоку. Якщо в момент надходження заявок другого потоку канал обслуговує заявку першого потоку, то заявка яка надійшла переводиться в буфер. Якщо в момент надходження заявок другого потоку канал обслуговує заявку з третього потоку, то ця обслуговувана заявка переводиться в буфер, де чекає моменту звільнення каналу.

Граф станів і переходів, що описують поведінку такої системи обслуговування, має вигляд, представлений на рис 2.

Запишемо систему рівнянь Колмогорова щодо ймовірностей станів системи.

Введемо набір ймовірностей станів системи.

π_{000} – канал вільний, буфер вільний;

π_{100} – канал зайнятий обслуговуванням заявки з першого потоку, буфер вільний;

π_{010} – канал зайнятий обслуговуванням заявки з другого потоку, буфер вільний;

π_{001} – канал зайнятий обслуговуванням заявки з третього потоку, буфер вільний;

π_{110} – канал зайнятий обслуговуванням заявки з першого потоку, в буфері заявка другого потоку;

π_{011} – канал зайнятий обслуговуванням заявки з другого потоку, в буфері заявка третього потоку;

π_{101} – канал зайнятий обслуговуванням заявки з першого потоку, в буфері заявка третього потоку;

π_{111} – канал зайнятий обслуговуванням заявки з першого потоку, в буфері заявки другого і третього потоку;

Система рівнянь Колмогорова має вигляд:

$$\begin{aligned}
&\mu_1\pi_{000} + \mu_2\pi_{010} + \mu_3\pi_{001} - \\
&\qquad -(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)\pi_{000} = 0; \\
&\lambda_1\pi_{000} - (\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)\pi_{100} = 0; \\
&\lambda_2\pi_{000} + \mu_1\pi_{100} - (\mu_2+\lambda_1+\lambda_3)\pi_{010} = 0; \\
&\lambda_1\pi_{010} + \lambda_2\pi_{100} - (\mu_1+\lambda_3)\pi_{110} = 0; \\
&\lambda_3\pi_{000} + \mu_1\pi_{101} + \mu_2\pi_{011} - \\
&\qquad -(\lambda_1+\lambda_2+\mu_3)\pi_{001} = 0; \\
&\lambda_1\pi_{000} + \lambda_3\pi_{100} - (\mu_1+\lambda_2)\pi_{101} = 0; \\
&\lambda_2\pi_{001} + \lambda_3\pi_{010} + \mu_1\pi_{111} - \\
&\qquad -(\lambda_1+\mu_2)\pi_{011} = 0; \\
&\lambda_1\pi_{011} + \lambda_2\pi_{001} + \lambda_3\pi_{101} - \mu_1\pi_{111} = 0.
\end{aligned} \qquad (9)$$

Для вирішення отриманої системи лінійних алгебраїчних рівнянь використовуємо декомпозиційну процедуру.

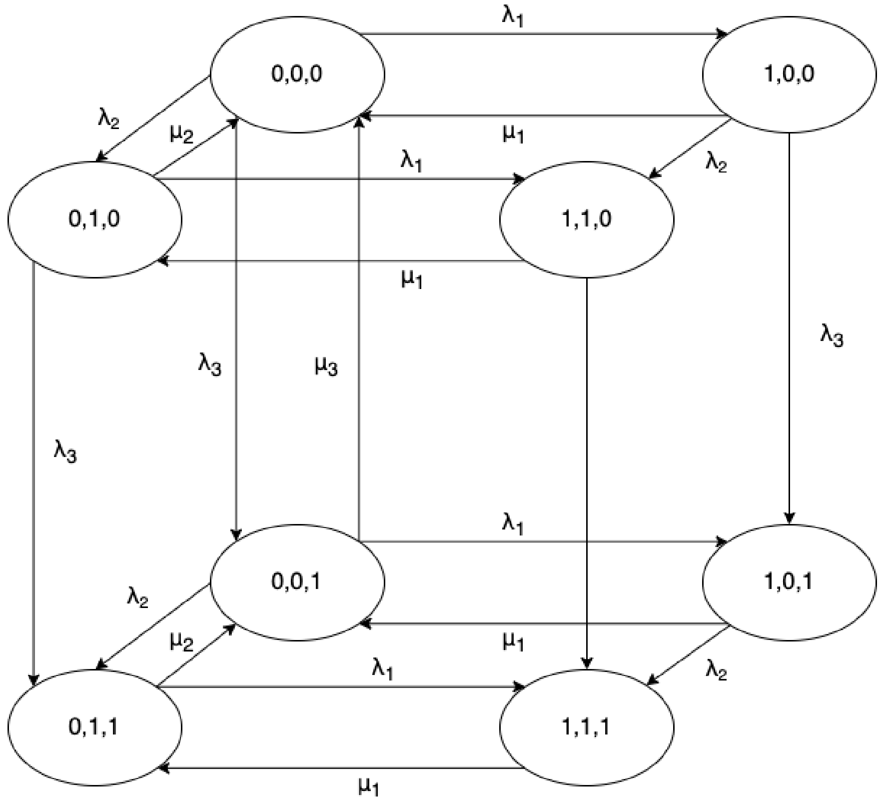

Рис 2. Граф станів і переходів
трьохпотокової одноканальної системи з ієрархічекімі пріоритетами.

Суть цього підходу полягає в наступному. Вся множина станів системи розбивається на підмножини. Обчислювальна процедура вирішення задачі розрахунку розподілу ймовірностей станів є трьохетапною.

На першому етапі для кожного підмножини станів незалежно відшукується умовний розподіл ймовірностей станів (за умови відсутності переходів з одних підмножин в інші підмножини).

На другому етапі стани кожного з підмножин «укрупнюються». Тепер для кожної пари підмножин («укрупнених» станів) розраховуються ймовірності переходів між ними, з використанням яких визначається розподіл ймовірностей перебування системи на множині «укрупнених» станів. На третьому етапі здійснюється розрахунок безумовних ймовірностей станів початкової системи.

Відзначимо, що будь-який варіант декомпозиції системи спрощує процедуру її аналізу, оскільки зводить початкову складну задачу до сукупності більш простих. Однак, в розглянутій задачі можна виявити той з цих варіантів, який забезпечує отримання максимально швидкого вирішення. Цей варіант відповідає наступному розбиття вихідного множини: підмножина E_0={(000), (100), (010), (110)} і підмножина E_1={(001), (101), (011), (111)}. Легко побачити, що структура переходів і їх ймовірності для станів підмножин E_0 і E_1 ідентичні. Звідси випливає, що умовні розподіли ймовірностей станів для «укрупнених» станів E_0 і E_1 також будуть збігатися.

Крім того, звернемо увагу на те, що структура переходів і їх ймовірності для станів підмножин E_0 і E_1 в точності відповідає структурі переходів і значенням їх ймовірностей в двопотоковій системі, розглянутій вище.

Таким чином, співвідношення (3) - (8) визначають умовні розподіли ймовірностей станів системи для підмножин E_0 і E_1.

Ці обставини дозволяють при вирішенні завдання аналізу розглянутої трьох потокової системи відразу перейти до другого етапу.

Відповідно до цього введемо набори

$$\left(\hat{\pi}_{000},\hat{\pi}_{100},\hat{\pi}_{010},\hat{\pi}_{110}\right),$$

$$\left(\hat{\pi}_{001},\hat{\pi}_{101},\hat{\pi}_{011},\hat{\pi}_{111}\right),$$

що визначають умовні розподіли ймовірностей для «укрупнених» станів E_0 и E_1. Далі розрахуємо інтенсивності переходів з E_0 в E_1, а також з E_1 в E_0. Маємо

$$\mu\left(E_1 / E_0\right) = \left(\hat{\pi}_{000}+\hat{\pi}_{100}+\hat{\pi}_{010}+\hat{\pi}_{110}\right)\lambda_3 = \lambda_3;$$

$$\mu\left(E_0 / E_1\right) = \hat{\pi}_{001}\mu_3. \qquad (10)$$

Тепер, на третьому етапі процедури визначимо безумовні ймовірності станів початкової системи. Відповідно до (10) ймовірності перебування системи в станах E_0 і E_1 відповідно рівні

$$P_{E_0} = \frac{\mu\left(E_0 / E_1 \right)}{\mu\left(E_0 / E_1 \right) + \mu\left(E_1 / E_0 \right)},$$
$$P_{E_1} = \frac{\mu\left(E_1 / E_0 \right)}{\mu\left(E_0 / E_1 \right) + \mu\left(E_1 / E_0 \right)}. \tag{11}$$

Тоді безумовні ймовірності станів системи визначаються формулами:

$$\pi_{000} = \hat{\pi}_{000} P_{E_0}; \pi_{100} = \hat{\pi}_{100} P_{E_0};$$

$$\pi_{010} = \hat{\pi}_{010} P_{E_0}; \pi_{110} = \hat{\pi}_{110} P_{E_0};$$

$$\pi_{001} = \hat{\pi}_{001} P_{E_1}; \ \pi_{101} = \hat{\pi}_{101} P_{E_1};$$

$$\pi_{011} = \hat{\pi}_{011} P_{E_1}; \pi_{111} = \hat{\pi}_{111} P_{E_1};$$

Рішення задачі завершено.

Таким чином, запропонована процедура декомпозиції множини станів шляхом їх фазового укрупнення забезпечує можливість аналізу марковських систем з великим числом станів. Реалізація цієї процедури знімає проблему, пов'язану з необхідністю вирішення систем лінійних алгебраїчних рівнянь з великим числом змінних. При цьому ефективність методу зі збільшенням розмірності задачі зростає.

Можливий напрямок подальших досліджень пов'язаний з поширенням технології декомпозиції марківських систем на випадок, коли параметри системи задані нечітко [9] або неточно [10]. Можливі підходи до вирішення завдання в цій ситуації запропоновані в [11, 12].

Висновки

1. Розглянуто задачу аналізу марківських систем з великим числом станів. Для вирішення завдання запропонована декомпозиційна процедура, заснована на фазовому укрупненні станів. Ця процедура зводить початкову складну задачу високої розмірності до вирішення послідовності задач меншої розмірності.

2. Ефективність запропонованого методу зі збільшенням розмірності системи зростає, що забезпечує можливість його успішного застосування, зокрема, для аналізу багатопотокових систем обслуговування зі складною ієрархією пріоритетів.

3. Запропонований метод аналізу систем високої розмірності дозволяє отримати аналітичні співвідношення, що описують залежність розподілу ймовірностей станів системи від чисельного значення її параметрів.

Ця обставина відкриває можливість застосування методу для вирішення завдань управління марківськими системами високої розмірності.

Список літератури

1. Барича-Рид А. Элементы теории марковских процессов и их приложения. – М: Наука, 1963. – 406 с.
2. Сарымсаков Т. Основы теории процессов Маркова. – М: Гостехиздат, 1994. – 386 с.
3. Булинский А.В., Ширяев А.Н. Теория случайных процессов. – М: Физматлит, 2005. – 396 с.
4. Кремер Н.Ш.Теория вероятностей и математическая статистика. – М: ЮНИТИ-ДАТА, 2004. – 312 с.
5. Дынкин Е.Б., Марковские процессы. – М: Наука, 1987. – 632 с.
6. Manhuing C.D., Schütze H. Foundations of statistical processing. – MIT Press, 1999. 264 p.
7. Ramage D., Hidden D. Markov models fundament. – Standard school of engineering, 2011. 194 p.
8. Алхимов В.И. Марковские модели в задачах статистики и прогнозирования. – М: ППУнивер, 2013. – 171 с.
9. Раскин Л.Г., Серая О.В. Нечеткая математика. Основы теории. Приложения. – Х: Парус, 2008. – 352 с.
10. Pawlak Z., Hidden D. Rough sets. // International journal of information and computer sciences, 1982. – vol II, No 5. P. 341-356.
11. Raskin L., Sira O. Fuzzy models of rough mathematics // Eastern European journal of Enterprise Technologies, 2016. Vol 5, No 6. p. 53-60.
12. Raskin L., Sira O. Methods of solving fuzzy problem of mathematical programing // Eastern European journal of Enterprise Technologies, 2016 – vol 5, No 4. P. 23-28.

Received (Надійшла) 12.03.2020
Accepted for publication (Прийнята до друку) 29.04.2020

The decomposition method for solving analysis problems of high dimensional Markov systems

L. Ruskin, O. Sira, R. Korsun

Abstract. The subject of the article is the decomposition computing procedure, which uses the method of phase system states enlargement. **The goal** is to develop a special method of analysis of high-dimensional Markov systems. The method should analytically provide obtaining explicit relations that determine the dependence of system state probabilities distribution on numerical values of system parameters. **Task:** Consider the problem of analyzing high-dimensional Markov systems with many possible states. Propose a decomposition computational procedure that uses the method of phase system states enlargement. **Results:** The analysis problem of high-dimensional Markov systems with a large number of possible states is considered. The decomposition computational procedure using the method of phase system states enlargement is proposed. **Conclusions:** The proposed method allows to reduce the solution of the initial complex problem to a set of simpler small dimension problems. The method is analytically provides obtaining explicit relations that determine the dependence of system state probabilities distribution on numerical values of system parameters. The technology solution for solving the problem is illustrated by two examples.

Keywords: high-dimensional markov system, system decomposition method, computing technology implementation procedure.