УДК 681.5.01: 629.52.7 **doi: 10.26906/SUNZ.2019.5.095**

О. А. Машков, Ю. В. Мамчур, С. В. Жукаускас, С. А. Нігородова

Державна екологічна академія післядипломної освіти та управління, Київ, Україна

ЗАСТОСУВАННЯ КОНЦЕПЦІЙ ЗВОРОТНИХ ЗАДАЧ ДИНАМІКИ В МОБІЛЬНИХ КОМПЛЕКСАХ ЕКОЛОГІЧНОГО МОНІТОРИНГУ ДЛЯ СТАБІЛІЗАЦІЇ РУХУ ПРИ ВИНИКНЕННІ НЕШТАТНИХ СИТУАЦІЙ

Запропоновано застосувати концепцію зворотних задач динаміки для створення системи керування мобільного комплексу екологічного моніторингу. Запропонований підхід доцільно використовувати при вирішенні завдання стабілізації руху в умовах нештатних ситуацій. Визначено, що формування системи керування на основі концепції зворотної задачі динаміки передбачає вирішення двох задач. По-перше це визначення керуючої сили для об'єкта керування. По-друге це визначення алгоритму керування силою. Отримано аналітичний вираз для вектору керуючої сили з урахуванням властивостей об'єкта керування, початкових умов, завданням програмної траєкторії руху. Надана аналітична оцінка якості процесу керування при нештатних ситуаціях з алгоритмом на основі вирішення зворотних задач динаміки. Час перехідного процесу в системі керування оцінено для двох випадків, - як без зовнішніх збурень, так й при збудженні системи керування. Надані практичні рекомендації щодо побудови системи мобільного екологічного моніторингу.

Ключові слова: зворотна задача динаміки, перехідний процес, програмна траєкторія руху, система керування, час перехідного процесу, якість керування.

Вступ

Постановка проблеми та її зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями. Побудова алгоритмів керування рухом з застосуванням концепції зворотних задач динаміки здійснюється за двома етапами.

На першому етапі здійснюється безпосереднє формуванням вектору потрібної керуючої сили для керування динамічним об'єктом (розглядається мобільний комплекс екологічного моніторингу).

На другому етапі здійснюється обчислення значень елементів вектору керуючої функції, які забезпечують створення необхідної сили. Важлива особливість даного підходу полягає в тому, що для синтезу алгоритмів керування можуть використовуватися повні нелінійні рівняння руху без їх лінеаризації. Отримувані при цьому алгоритми так само є нелінійними. Їх структура адекватна структурі математичних моделей керованих процесів, а параметри алгоритмів визначаються параметрами математичних моделей призначених траєкторією руху.

Аналіз останніх публікацій за проблематикою та визначення невирішених раніше частин загальної проблеми. Викладається методика синтезу функціонально-стійких систем керування програмним рухом, яка базується на ідеях методу, розробленого Петровим Б.М., Поповим Е.П., Крутько П.Д., а також методу, розробленого Тимофєєвим А.В. В роботах Барбашина Е.А. розглянуто питання наближення здійснення руху динамічного об'єкту по заданій траєкторії [1]. Дослідженню побудови алгоритмів керування як зворотної задачі динаміки присвятили свої праці Петров Б.Н., Крутько П.Д., Попов Є.П. [2-5]. Методи рішення зворотних задач запропоновано Галиуллиним А.С. [6]. Синтезу алгоритмів керування польотом літального апарата на основі рішення зворотних задач динаміки присвячені праці Артюшина Л.М., Машкова О.А., Панова В.І., Шамова Г.В. [7-28].

Метою статті є розкриття особливостей застосування концепцій зворотних задач динаміки в мобільних комплексах екологічного моніторингу для стабілізації руху при виникненні нештатних ситуацій.

Виклад основного матеріалу дослідження

1. Визначення керуючої сили для об'єкта керування. Допускаємо, що стан руху мобільного комплексу екологічного моніторингу описується вектор-функцією $X(t)=[X_1(t),\dots,X_n(t)]$. Компоненти $X_i(t)$, $i=\overline{1,n}$ створюють фазові координати у n-вимірному евклідовому простору R^n.

Динаміка руху мобільного комплексу екологічного моніторингу в часі t описується матричним диференціальним рівнянням

$$\begin{aligned}&\dot{X}(t)=F[X(t),U(t),Z(t)]+P(t);\\&X(t_0)=X_0,\quad t\in[t_0,t_T],\end{aligned}. \qquad (1)$$

де X – n-вимірний вектор фазових координат; $U(t)$ – m-вимірний вектор керуючих впливів; $Z(t)$ – r-вимірний вектор параметрів об'єкта; $P(t)$ – n-вимірний вектор зовнішніх збурень; X_0 – початковий стан; $T=t_T-t_0$ – час руху об'єкта. На керування і стан об'єкта задані обмеження $X(t)\in Q_X$; $U(t)\in Q_U$. На інтервалах часу $[t_0,t_T]$ функція керування $U(t)$ кусочно-неперервна і може в ізольованих точках мати розриви першого роду.

Метою керування є забезпечення руху об'єкта за заданою штатною траєкторією руху шляхом відповідного вибору $U(t) \in Q_u$. Під програмою руху об'єкта розуміємо бажаний закон зміни в часі стану $X(t)$, що заздалегідь володіє запропонованими властивостями (рух за відсутності відмов). Якщо цей закон є вирішенням рівняння (1) при деякому допустимому $U(t) \in Q_u$, називатимемо його програмним рухом і позначати $X_n(t)$, $t \in [t_0, t_T]$.

Допустиме керування, що породжує $X_n(t)$ будемо називати програмним керуванням $U_n(t)$.

Дана задача сформульована Е.А.Барбашиним [1] і названа задачею здійснення заданої траєкторії. Програмний рух можна побудувати виходячи з різних міркувань. Програмне керування $U_n(t)$ і породжуване ним $X_\delta(t)$ називатимемо оптимальними і позначати відповідно $U_n^0(t)$, $X_n^0(t)$ якщо вони доставляють мінімум заданому функціоналу якості

$$J[U_n^0(\cdot), X_n^0(\cdot)] = \min J[U_n(\cdot), X_n(\cdot)].$$

Залежно від умов функціонування об'єкта і вимог, що пред'являються до системи керування, можна виділити три основні задачі:

задача стабілізації програмного руху;

задача термінального керування;

задача адаптивного стеження.

Для розгляду особливостей застосування методу зворотних задач динаміки для багатовимірного об'єкта рівняння (1), представимо в операторній формі (без урахування зовнішніх збурень) [22]

$$A(p)X = B(p)U, \tag{2}$$

де

$$A(p) = \{a_{ij}(p)\}, \quad i, j = \overline{1, n},$$

$$X^T = [X_1 \dots X_n],$$

$$B(p) = \{b_{ij}(p)\}, \quad i = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, r},$$

$$U^T = [U_1 \dots U_r].$$

Відомо, що таке керування може бути представлене у формі Коші.

Побудуємо алгоритм керування при якому рух об'єкта з точки $X(0)$ у початку координат здійснюється за траєкторією

$$X_n(t) = \begin{bmatrix} C_{11}e^{\lambda_1 t} + \dots + C_{1k}e^{\lambda_k t} \\ C_{21}e^{\lambda_1 t} + \dots + C_{2k}e^{\lambda_k t} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ C_{n1}e^{\lambda_1 t} + \dots + C_{nk}e^{\lambda_k t} \end{bmatrix}, \tag{3}$$

або в матричній формі

$$X_n(t) = Ce^{\Lambda t},$$

де $C = \{C_{ij}\}$, $\quad i = \overline{1, n}$, $\quad i = \overline{1, k}$,

$$[e^{\Lambda t}]^T = [e^{\lambda_1 t} e^{\lambda_2 t} \dots e^{\lambda_k t}],$$

де λ_l $l = \overline{1, k}$ – різні дійсні або комплексно зв'язані числа, що задовольняють умові $R\, e^{\lambda_1} < 0$.

Постійні коефіцієнти C_{ij}, $i = \overline{1, n}$, $i = \overline{1, k}$ визначаються початковими значеннями фазових координат і їх $(k-1)$ похідної.

За умови довільного чину у виборі прийнятних значень параметрів C_{ij}, $i = \overline{1, n}$, $i = \overline{1, k}$, λ_l $l = \overline{1, k}$ отримаємо різноманіття різних програмних рухів.

Застосування вибору довільним чином може бути використане для виділення тих програмних рухів $X_n(t)$, які є рішенням рівняння (2) і задовольняють різним обмеженням (наприклад, конструктивним обмеженням або обмеженням на безпеку руху)

$$X(0) = \begin{bmatrix} C_{11} + C_{12} + \dots + C_{1k} \\ C_{21} + C_{22} + \dots + C_{2k} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ C_{n1} + C_{n2} + \dots + C_{nk} \end{bmatrix},$$

$$\dot{X}(0) = \begin{bmatrix} C_{11}\lambda_1 + C_{12}\lambda_2 + \dots + C_{1k}\lambda_k \\ C_{21}\lambda_1 + C_{22}\lambda_2 + \dots + C_{2k}\lambda_k \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ C_{n1}\lambda_1 + C_{n2}\lambda_2 + \dots + C_{nk}\lambda_k \end{bmatrix},$$

$$X^{(k-1)}(0) = \begin{bmatrix} C_{11}\lambda_1^{k-1} + C_{12}\lambda_2^{k-1} + \dots + C_{1k}\lambda_k^{k-1} \\ C_{21}\lambda_1^{k-1} + C_{22}\lambda_2^{k-1} + \dots + C_{2k}\lambda_k^{k-1} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ C_{n1}\lambda_1^{k-1} + C_{n2}\lambda_2^{k-1} + \dots + C_{nk}\lambda_k^{k-1} \end{bmatrix},$$

Керуючу силу, що реалізовує траєкторію $X_n(t)$ позначимо $f_i[t]$. Шукатимемо таку траєкторію у вигляді

$$f_n[t] = A(p)\, X_n(t). \tag{4}$$

Для отримання програмного закону зміни керуючої сили підставимо вираз (3) в (4).

$$f_n(t) = \begin{bmatrix} a_{11}(p)(c_{11}e^{\lambda_1 t} + \dots + c_{1k}e^{\lambda_k t}) + \dots + \\ + a_{1n}(p)(c_{11}e^{\lambda_1 t} + \dots + c_{1k}e^{\lambda_k t}) \\ a_{21}(p)(c_{11}e^{\lambda_1 t} + \dots + c_{1k}e^{\lambda_k t}) + \dots + \\ + a_{2n}(p)(c_{11}e^{\lambda_1 t} + \dots + c_{1k}e^{\lambda_k t}) \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{n1}(p)(c_{11}e^{\lambda_1 t} + \dots + c_{1k}e^{\lambda_k t}) + \dots + \\ + a_{nn}(p)(c_{11}e^{\lambda_1 t} + \dots + c_{1k}e^{\lambda_k t}) \end{bmatrix}.$$

Крім того, вважаємо, що

$$A(p) = \{a_{ij}(p)\} = \{m_{ij}p^2 + r_{ij}p + h_{ij}\}, \tag{5}$$

$$i, j = \overline{1, n}.$$

З урахуванням виразу (5) у вираз керуючої сили в матричній формі

$$f_n[t] = (MC\Lambda_d^2 + RC\Lambda_d + HC)e^{\lambda t}, \qquad (6)$$

де $M = \{m_{ij}\}$, $i, j = \overline{1,n}$;

$$C = \{c_{ij}\},\ i = \overline{1,n},\ j = \overline{1,k};$$

$$\Lambda_d = diag\{\lambda_i\},\ i = \overline{1,k};$$

$$R = \{r_{ij}\},\ i, j = \overline{1,n};$$

$$[e^{\lambda t}]^T = \{e^{\lambda_i t}\},\quad i = \overline{1,k}.$$

Для того, щоб траєкторія $X_n(t)$ починалася в такій точці:

$$X_n(0) = \begin{bmatrix} X_{10} & \dot{X}_{10} & \ddot{X}_{10}\ldots X_{10}^{(k-1)} \\ X_{20} & \dot{X}_{20} & \ddot{X}_{20}\ldots X_{20}^{(k-1)} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ X_{n0} & \dot{X}_{n0} & \ddot{X}_{n0}\ldots X_{n0}^{(k-1)} \end{bmatrix},$$

елементи матриці $C = \{c_{ij}\}$, $i = \overline{1,n}$, $j = \overline{1,k}$ треба визначити в результаті рішення n систем k алгебраїчних рівнянь

$$\begin{cases} C_{11} + C_{12} + \ldots + C_{1k} = X_{10}; \\ C_{11}\lambda_1 + C_{12}\lambda_2 + \ldots + C_{1k}\lambda_k = \dot{X}_{10}; \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ C_{11}\lambda_1^{(k-1)} + C_{12}\lambda_2^{(k-1)} + \ldots + C_{1k}\lambda_k^{(k-1)} = X_{10}^{(k-1)}; \end{cases}$$

....

$$\begin{cases} C_{n1} + C_{n2} + \ldots + C_{nk} = X_{n0}; \\ C_{n1}\lambda_1 + C_{n2}\lambda_2 + \ldots + C_{nk}\lambda_k = \dot{X}_{n0}; \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ C_{n1}\lambda^{(k-1)} + C_{n2}\lambda_2^{(k-1)} + \ldots + C_{nk}\lambda_k^{(k-1)} = X_{n0}^{(k-1)} \end{cases}$$

або в матричній формі

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & \ldots & 1 \\ \lambda_1 & \lambda_2 & \ldots & \lambda_k \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \lambda_1^{k-1} & \lambda_2^{k-1} & \ldots & \lambda_k^{k-1} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} C_{11} \\ C_{12} \\ \ldots \\ C_{1k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{10} \\ \dot{X}_{10} \\ \ldots \\ X_{10}^{(k-1)} \end{bmatrix},$$

....

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & \ldots & 1 \\ \lambda_1 & \lambda_2 & \ldots & \lambda_k \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \lambda_1^{k-1} & \lambda_2^{k-1} & \ldots & \lambda_k^{k-1} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} C_{n1} \\ C_{n2} \\ \ldots \\ C_{nk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{n0} \\ \dot{X}_{n0} \\ \ldots \\ X_{n0}^{(k-1)} \end{bmatrix}.$$

Рішення цих матричних рівнянь має вигляд:

$$[C_{11}\ldots C_{1k}]^T = \Phi^{-1}[X_{10}\ \dot{X}_{10}\ldots X_{10}^{(k-1)}]^T, \qquad (7)$$

$$[C_{n1}\ldots C_{nk}]^T = \Phi^{-1}[X_{n0}\ \dot{X}_{n0}\ldots X_{n0}^{(k-1)}]^T, \qquad (8)$$

де

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \ldots & 1 \\ \lambda_1 & \lambda_2 & \ldots & \lambda_k \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \lambda_1^{k-1} & \lambda_2^{k-1} & \ldots & \lambda_k^{k-1} \end{bmatrix}. \qquad (9)$$

Слід враховувати, що $\Delta = \|\Phi\|$ є визначником Вандермонда, який можна записати у вигляді

$$\prod_{1 \le i \le j \le k} (\lambda_j - \lambda_i)$$

Цей визначник може дорівнювати нулю лише у тому випадку, коли $\lambda_j = \lambda_i \quad j \ne i$.

Оскільки величини λ_i, $i = \overline{1,k}$ вибрані різними, то в нашому випадку визначник Вандермонда не дорівнює нулю, і, отже існує зворотна матриця Φ^{-1}.

Підставивши вираз (9) у вирази (7), (8) знаходимо

$$C = \begin{bmatrix} X_{10} & \dot{X}_{10} & \ldots & X_{10}^{(k-1)} \\ X_{20} & \dot{X}_{20} & \ldots & X_{20}^{(k-1)} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ X_{n0} & \dot{X}_{n0} & \ldots & X_{n0}^{(k-1)} \end{bmatrix} = \qquad (10)$$

$$= \Phi^{-1} = X(0)\Phi^{-1T}.$$

Вираз для вектору керуючої сили може бути знайдений шляхом підстановки виразу (10) у вираз (6). Маємо:

$$f_n[t] = \Big\{ M\Big(X(0)\big[\Phi^{-1}\big]^T \Big)\Lambda_d^2 + R\Big(X(0)\big[\Phi^{-1}\big]^T \Big)\Lambda_d + H\Big(X(0)\big[\Phi^{-1}\big]^T \Big)\Big\} e^{\Lambda t}. \qquad (11)$$

Аналізуючи отриманий вираз (11) визначаємо, що для отримання потрібної керуючої сили [22] необхідно заздалегідь:

–описати об'єкт керування, шляхом задання елементів матриць M, R, H;

–задати початкові умови по кожній керованій координаті і їх перших ($k-1$) похідних ;

–задати програмну траєкторію руху, шляхом відповідного вибору елементів λ_i, $i = \overline{1,k}$.

Відшуканням виразу для керуючої сили закінчується перший етап вирішення поставленої задачі.

2. Визначення алгоритму керування силою. Розглянемо тепер наступний етап, пов'язаний з реалізацією програми зміни сили.

Задача практичної реалізації алгоритму керування силою f_n полягає у визначенні вектора керуючих функцій U_n тобто величин відхилень органів керування за допомогою яких створюється сила $f_n[X_n, U_n]$. Вирішення цієї задачі визначається структурою і параметрами об'єкта керування і вимірюваною інформацією.

Вважаємо, при цьому, що об'єкт керування (1) володіє властивостями керованості, сила f_n однозначно визначається величиною вектора керування $U^T = (U_1 \dots U_r)$. Тому, для кожного моменту часу t і відповідного йому стану $X(t)$ можна вказати таке $U_n(t)$ при якому

$$f(X, U_n) = f_n[t]. \qquad (12)$$

Керування (12) може бути вирішене відносно U_n таким чином:

аналітично (окремий випадок),

алгоритмічно (найбільш загальний випадок).

Розглянемо другий шлях вирішення рівняння (12), який представляє найбільший інтерес з погляду практичної реалізації.

Нехай $f(X,U)$ така, що

$$U_i \cdot f(X, U_i, U_j) > 0,$$

$$U_j = \text{const}; \quad i = \overline{1,n}, \; j = \overline{1,n}, \quad i = j.$$

Шукатимемо вирішення рівняння (12) у такому вигляді:

$$\dot{U}_n = \rho \Delta f(t), \qquad (13)$$

де

$$\rho^T = \text{diag}(\rho_1, \dots, \rho_r),$$

$$\Delta f(t) = f_n(t) - f(X,U).$$

Такий підхід до визначення керуючих функцій базується на результатах досліджень [12-28].

Вибір алгоритму (13) визначається в першу чергу властивостями функцій $f(X,U)$:

$$\lim_{t \to \infty} U(t) = U_n(t).$$

Структурно алгоритм (13) може бути представлений у вигляді замкнутої системи стеження системи, схема якої приведена на рис. 1.

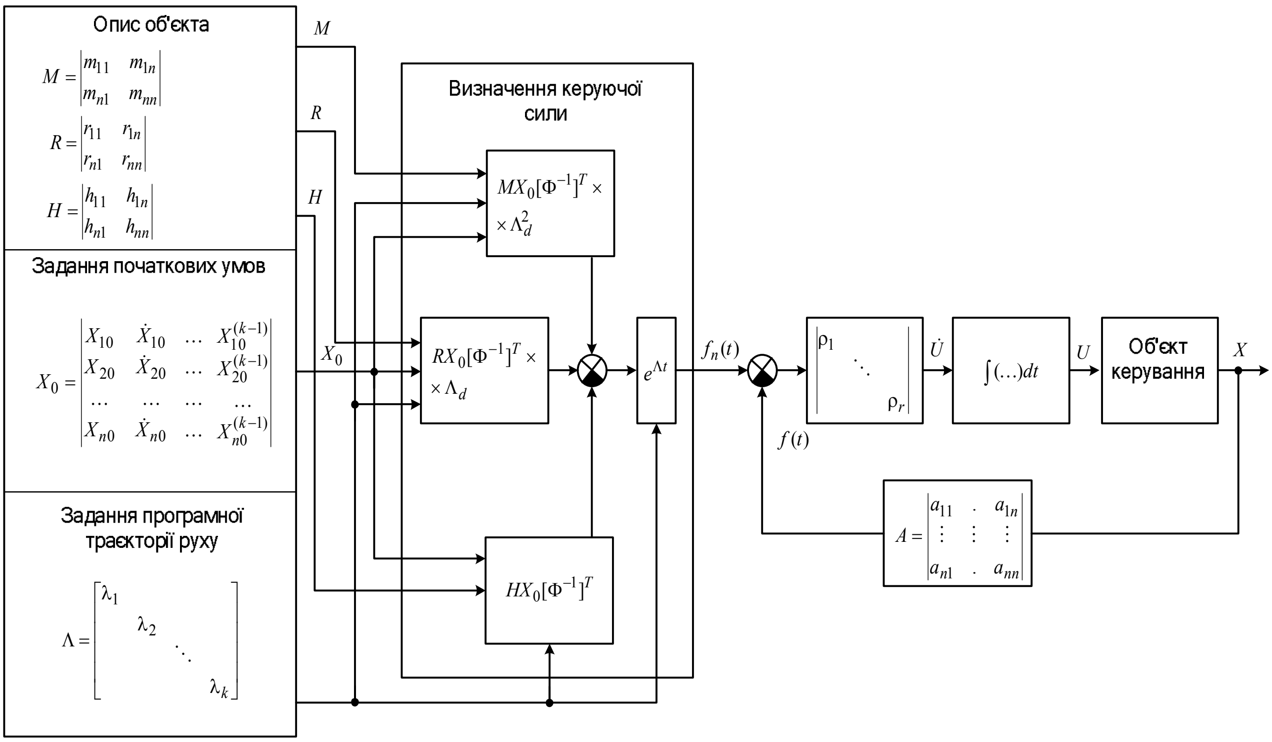

Рис. 1. Структурна схема алгоритму керування по методу зворотних задач динаміки

Ця схема відповідає алгоритмічному вирішенню рівняння

$$f(X,U) = f_n(t),$$

програмне значення керуючої сили визначається співвідношенням (11).

Слід враховувати, що навіть якщо програмне керування як функція часу побудоване, практична користь від його застосування невелика: різного роду збурення, а також невизначеність властивостей і умов функціонування об'єкта у тому числі і при нештатних ситуаціях завадять реалізації програмного руху $X_n(t)$ при використанні $U_n(t)$.

Так, якщо в об'єкті (1) керованому за заздалегідь певною програмою $U_n(t)$ виникнуть в деякий момент $t = t(\cdot)$ непередбачені збурення $\Delta X(t(\cdot))$ вектору стану $X(t)$, то задане незмінне при $t > t(\cdot)$ програмне керування $U_n(t)$ "поведе" об'єкт, починаючи з моменту $t = t(\cdot)$ в стан $X(t_T)$, взагалі кажучи, відмінне (і, можливо, дуже суттєво) від запропонованого стану $X_n(t_T)$. У цьому випадку керування повинно формуватися з урахуванням додаткової інформації, що надходить в систему керування в процесі руху.

Цій вимозі відповідає керування зі зворотним зв'язком.

Алгоритм керування із зворотним зв'язком може бути отриманий за допомогою виразу (6). Представимо програмний рух у вигляді

$$X_n(t) = Ce^{\Lambda t},$$

де $C = \{c_{ij}\}$, $ij = \overline{1,n}$ – квадратна матриця розмірності $n \times n$.

Слід зазначити, що у даному випадку матриця C видозмінена в порівнянні з виразом (3) – зведена до квадратної. При умові виконання рівності

$$X(t) = X_n(t)$$

маємо $$X(t) = Ce^{\Lambda t}.$$

Звідки $$e^{\Delta t} = e^{-1}X(t), \quad \det C \neq 0. \qquad (14)$$

Тоді закон керування силою (3) з урахуванням виразу (14) може бути представлений у вигляді

$$f_n[X(t)] = \\ = \left(MC\Lambda^2 + RC\Lambda + HC\right)\left[C^{-1}X(t)\right]. \qquad (15)$$

У кожен момент часу $f_n(t)$ формується за вимірюваннями поточного стану системи, тобто на основі зворотного зв'язку.

Характерним при цьому є те, що коефіцієнти алгоритму керування силою визначаються початковими умовами (1)

Структурна схема системи керування, побудованого відповідно до (15), приведена на рис. 2.

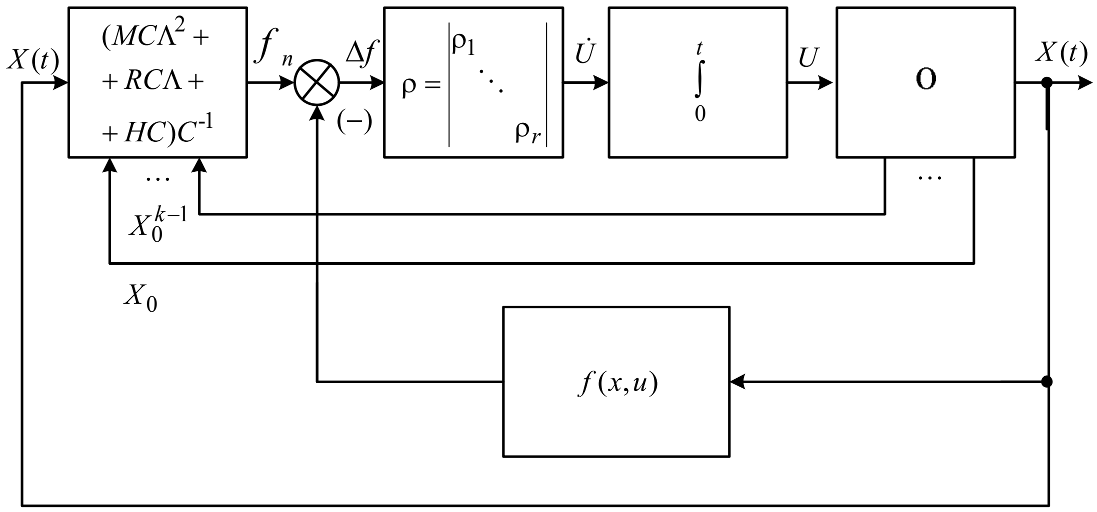

Рис. 2. Структурна схема системи керування по методу зворотних задач динаміки

3. Оцінка якості процесу керування при нештатних ситуаціях з алгоритмом на основі вирішення зворотних задач динаміки. Оцінимо стійкість і максимальний час перехідного процесу в автоматичній системі при нештатних ситуаціях з алгоритмом керування на основі вирішення зворотних задач динаміки в умовах коли початкові збурення і постійно діючі зовнішні збурення обумовлені обмеженнями вигляду [22]

$$\begin{aligned} &\|X(t_0) - X_n(t_0)\| < \delta_0; \\ &\|P(t)\| < C_p, \end{aligned}.$$

де δ_0, C_p – деякі позитивні параметри.

Вважаємо, що існує така Гурвіцева матриця Γ з простими власними числами γ_i, $i = \overline{1,n}$ – коренями характеристичного рівняння системи

$$\dot{X} = \Gamma X, \quad X(t_0) = X_0,$$

яка задовольняє умові

$$(X, \dot{X}_n(t) + \Gamma(X - X_n(t))) \in R, \quad \forall t > t_0 \qquad (16)$$

для будь-якого $X \in R^n$.

Покажемо, що закон керування

$$U(t, X) = U[X, \dot{X}_n + \Gamma(X - X_n), \Xi], \quad t \in [t, \infty],$$

забезпечує асимптотичну стійкість програмного руху $X_n(t)$ в цілому, тобто будь-який збурений рух $X(t)$ при будь-яких $X(t_0) \in R$ асимптотичне зближується з $X_n(t)$.

Слід зазначити, що відповідно до [1] програмний рух є асимптотичне стійким в цілому якщо він асимптотичне стійкий при початкових даних, які б великі вони не були.

З виразів (1), (16) знаходимо

$$F[X(t), U(t), \Xi] = \dot{X} = \dot{X}_n(t) + \Gamma(X - X_n(t)),$$

звідки безпосередньо слідує

$$\dot{X} - \dot{X}_n(t) = \Gamma(X - X_0). \qquad (17)$$

При цьому слід враховувати, що за допомогою відповідного вибору матриці Γ можна забезпечити будь-який запропонований характер загасання перехідного процесу в процесі керування. Насправді, якщо всі корені характеристичного рівняння системи (17) мають негативні дійсні частини, тобто

$$\mathrm{Re}\,\gamma_i < 0\,,\ i = \overline{1,n}\,,$$

то тривіальне рішення системи нестійке.

Оскільки по умові (16) матриця Γ вибрана з простими власними числами, то існують позитивні числа C і γ такі, що

$$\begin{aligned} &\mathrm{Re}\,\gamma_i < -\gamma, \\ &\|X(t) - X_n(t)\| < C\|X(t_0) - X_n(t_0)\| e^{-\gamma(t-t_0)}, \\ &\forall t > t_0. \end{aligned} \quad (18)$$

Звідки безпосередньо слідує асимптотична стійкість програмного руху в цілому.

Дамо оцінку максимального часу перехідного процесу

Випадок 1. Зовнішні впливи відсутні $\pi(t) = 0$.

Нехай потрібно синтезувати закон керування, що гарантує для будь-яких $\xi \in \Xi$, $\pi(t) \in Q_\pi$, ε – близькість реального і програмного рухів, починаючи з деякого кінцевого моменту часу $t_n > t_0$, тобто

$$\|X(t) - X_n(t)\| < \varepsilon \qquad \forall t \ge t_n\,. \quad (19)$$

Вираз (19) з урахуванням виразу (18) може бути представлений у вигляді

$$C\|X(t_0) - X_n(t)\| e^{-\pi(t_n - t_0)} \le \varepsilon\,,$$

звідки слідує

$$\gamma(t_n - t_0) \le \ln \frac{C}{\varepsilon} \|X(t_0) - X_n(t_0)\|\,. \quad (20)$$

Позначимо $T_n = t_n - t_0$ – час перехідного процесу в системі.

Час перехідного процесу T_n може бути оцінено за допомогою виразу (20)

$$T_n \le \gamma^{-1} \ln \frac{C\|X(t_0) - X_n(t_0)\|}{\varepsilon}\,. \quad (21)$$

Випадок 2. Мають місце зовнішні збурення $\pi(t) \ne 0$.

Нехай об'єкт керування описується рівнянням

$$\begin{aligned} &\dot X(t) = F[X(t), U(t), \xi] + \pi(t), \\ &X(t_0) = X_0, \quad t \in [t_0, t_n]. \end{aligned}$$

Крім того

$$X \in Q_X\,,$$

$$\dot X_n(t) + \Gamma(X - X_n) \in Q_X\,.$$

Керування U вибрано у вигляді

$$U(t, X) = U[X, \dot X_n + \Gamma(X - X_n), \xi]\,,$$

$$t \in [t_0, \infty)\,.$$

Рівняння замкнутої системи має вигляд

$$\dot X(t) - \dot X_n(t) = \Gamma[X(t) - X_n(t)] + \pi(t)\,.$$

Припустимо, що $X_n(t)$ і $\dot X_n(t)$ лежать на множинах Q_X і $Q_{\dot X}$ із запасами відповідно δ_1 і δ_2, причому

$$\begin{aligned} &\delta_1 > C\|X_0 - X_n(t_0)\|, \\ &\delta_2 > C\|X_0 - X_n(t_0)\| \cdot \|\Gamma\| \end{aligned}$$

або з урахуванням $\|\Gamma\| \ne 0$

$$\delta_1 - C\|X_0 - X_n(t_0)\| > 0\,,$$

$$\delta_2 \|\Gamma\|^{-1} - C\|X_0 - X_n(t_0)\| > 0\,.$$

Введемо позначення

$$\begin{aligned} X = \min\Big[&\delta_1 - C\|X_0 - X_n(t_0)\|, \delta_2 \|\Gamma\|^{-1} - \\ &- C\|X_0 - X_n(t_0)\|\Big]; \\ &C\gamma^{-1} C_\pi < \min(x, \varepsilon)\,, \\ &\varepsilon > \|X(t) - X_n(t)\|\,. \end{aligned} \quad (22)$$

З урахуванням прийнятих позначень може бути отримана така умова

$$\begin{aligned} &\|X(t) - X_n(t)\| \le \\ &\le \left\| e^{r(t-t_0)} \right\| \cdot \|X_0 - X_n(t_0)\| + C\gamma^{-1} C_\pi. \end{aligned}$$

Звідки з урахуванням (21) слідує

$$C\|X_0 - X_n(t_0)\| e^{-\gamma(t-t_0)} + C\gamma^{-1} C_\pi < \varepsilon\,.$$

Вирішуючи отриману нерівність відносно $t = t_n$ знаходимо

$$\varepsilon - C\gamma^{-1} C_\pi > C\|X_0 - X_n(t_0)\| e^{-\gamma(t_n - t_0)},\,.$$

$$t_n \le t_0 + \gamma^{-1} \ln \frac{C\|X_0 - X_n(t_0)\|}{\varepsilon - C\gamma^{-1} C_\pi}\,.$$

Час перехідного процесу

$$T_n \le \gamma^{-1} \ln \frac{C\|X_0 - X_n(t_0)\|}{\varepsilon - C\gamma^{-1} C_\pi}\,. \quad (23)$$

Порівнюючи вираз (23) з виразом (21) можна зробити висновок про те, що за наявності зовнішніх збурень час перехідного процесу збільшується таким чином:

$$\begin{aligned} &T_n(C_\pi \ne 0) = \\ &= T_n(C_\pi = 0) + \gamma^{-1} \ln \frac{\varepsilon}{\varepsilon - C\gamma^{-1} C_\pi}. \end{aligned}$$

При великих збуреннях (збільшення C_π) значно зростає час перехідного процесу.

Для зменшення часу перехідного процесу в системі необхідно збільшувати γ шляхом відповідного вибору керування.

Висновки

Запропоновано технологію управління для дистанційно пілотованого літального апарату у випадку коли структура алгоритму керування не містить в явному вигляді рівняння руху об'єкта.

Запропонований підхід до конструювання алгоритмів керування дозволяє отримувати алгоритми без використання детальних рівнянь керованого процесу.

При цьому досить використовувати в якості математичної моделі узагальнені рівняння, що відтворюють фундаментальні закони руху.

Для синтезу алгоритмів керування дистанційно пілотованих літальних апаратів можуть використовуватися повні нелінійні рівняння руху без їх лінеаризації. Отримувані при цьому алгоритми також є нелінійними.

Їх структура адекватна структурі математичних моделей керованих процесів, а параметри алгоритмів визначаються параметрами математичних моделей призначених траєкторій руху.

По суті, побудова алгоритмів керування рухом дистанційно пілотованих літальних апаратів по призначеній траєкторії має два аспекти.

Перший з них пов'язаний з безпосереднім формуванням вектору потрібної керуючої сили $f^*[x]$, а другий – з обчисленням значень елементів вектору керуючої функції $U_n(t)$, який створює необхідну силу f^*.

Розрахункові співвідношення, за допомогою яких обчислюються f^* і $U_n(t)$ та складають зміст алгоритму керування рухом.

Оскільки керування рухом здійснюється за принципом керування силою, отриманий алгоритм керування є адаптивним, його динамічні властивості адекватні динамічним властивостям системи.

Коефіцієнти системи керування визначаються початковими параметрами руху об'єкта, а також параметрами заданої програмної траєкторії.

Це дозволяє змінювати параметри програмної траєкторії в процесі руху об'єкта.

Список літератури

1. Барбашин Е.А. О приближении осуществления движения по заданной траектории / Автоматика и телемеханика, 1961, т. ХХ, №6, с. 681-687.
2. Петров Б.Н., Крутько П.Д., Попов Е.П. Построение алгоритмов управления как обратная задача динамики. Докл. АН СССР. Кибернетика и теория регулирования, 1979, т. 247, №5, с. 1078-1081.
3. Петров Б.Н., Крутько П.Д. Обратные задачи динамики управляемых систем. Линейные модели. М., Техническая кибернетика, №4, 1980, с. 147-156.
4. Петров Б.Н., Крутько П.Д. Обратные задачи динамики управляемых систем. Нелинейные модели. М., Техническая кибернетика, №5, 1980, с. 149-167.
5. Петров Б.Н., Крутько П.Д. Конструирование алгоритмов управления полетом на основе решения обратных задачи динамики. Продольное движение. М., Техническая кібернетика, №2, 1981, с. 162-170.
6. Галиуллин А.С. Методы решения обратных задач динамики. М.: Наука, 1986, 224 с.
7. Артюшин Л.М., Панов В.И.,Шамов Г.В. Синтез алгоритмов управления полетом на основе решения обратных задач динамики. Киев : КВВАИУ, 1982, 44с.
8. Артюшин Л.М. Синтез алгоритмов управления движением сложных механических систем по методу обратных задач динамики. Докл. АН УССР. Кибернетика и вычислительная техника, 1986, №8, с.73-76.
9. Артюшин Л.М. Обратные задачи динамики и конструирование управлений конфигурацией механической системы. Докл. АН УССР. Механика, 1986, №7, с.27-30.
10. Артюшин Л.М. Оптимальное управление динамической системой на основе решения обратной задачи динамики. Докл. АН УССР. Кибернетика и вычислительная техника, 1987, № 7, с. 62-65.
11. Артюшин Л.М., Машков О.А., Дурняк Б.В., Сивов М.С. Теорія автоматичного керування. Львів, Вид. УАД, 2004.- 272.
12. Машков О.А., Зелянин Н.А. Некоторые особенности построения эвристических алгоритмов наблюдения на основе решения обратных задач динамики / Материалы XXIV военно-научной конференции училища. - К.:КВВАИУ, 1983 Ч.III, С.128-130.
13. Машков О.А., Вышкварок Л.С. Методика построения алгоритма стабилизации программного движения с заданным характером переходного процесса на основе решения обратной задачи динамики / Материалы XXV военно-научной конференции училища. - К.: КВВАИУ, 1985,Ч.3,С.59-61.
14. Машков О.А. Оценка устойчивости динамической системы с алгоритмом управления, полученным на основе решения обратных задач динамики / Отдельный тематический научно-технический сборник. К.:КВВАИУ, 1985, С. 62-64.
15. Машков О.А. Оценка времени переходного процесса в динамической системе с алгоритмом управления на основе решения обратных задач динамики / Отдельный тематический научно-технический сборник. К.:КВВАИУ, 1985, С. 65-67.
16. Машков О.А. Некоторые особенности синтеза системы автоматического управления полетом летательного аппарата на основе решения обратной задачи динамики / Отдельный тематический научно-технический сборник. К.:КВВАИУ, 1985, С. 49-51.
17. Машков О.А. Информационное обеспечение систем управления, построенных на основе решения обратных задач динамики / Материалы XXVI военно-научной конференции училища. – К. : КВВАИУ, 1986, Ч.III. С. 7-9.
18. Машков О.А., Перевозников А.Ю., Червяк О.Г. Исследование алгоритмов управления динамической системы на основе решения обратных задач динамики / Материалы XXVII военно-научной конференции училища. – К. : КВВАИУ, 1986, Ч.III. С. 109-113.

19. Машков О.А. Особенности применения метода обратных задач динамики для многомерных систем автоматического управления / Научно- методический сборник, Вып.1. Оборудование летательных аппаратов.- К.: КВВАИУ, 1987, С. 47-49.
20. Машков О.А. Адаптивное управление программным движением летательного аппарата с использованием алгоритмов на основе решения обратной задачи динамики / Материалы 1-ой научно-технической конференции "Фундаментальные и прикладные проблемы космонавтики".-К.: КПИ, 1988, С.3.
21. Машков О.А., Кіріяк С.А. Структура адаптивной системы управления программным движением с алгоритмом на основе решения обратной задачи / Материалы XXIX военно-научной конф. – К.: КВВАИУ.–Ч.III, 1989,С.63-67.
22. Машков О.А. Синтез многомерных автоматических систем на основе решения обратных задач динамики. Киев.: КВВАИУ, 1989, 76 с.
23. Машков О.А., Мамчур Ю.В. Аналитическая оценка качества процесса управления на тренажерах дистанционно пилотируемого летательного аппарата с алгоритмом на основе решения обратных задач динамики / Науково-технічний журнал: Аерокосмічні технології, - вип. 2(02), 2017 с. 59-62.
24. Машков О.А., Мамчур Ю.В. Застосування концепції оберненої задачі динаміки для синтезу програмного керування рухом в імітаторі динаміки» польоту тренажера дистанційно пілотованого літального апарату / Моделювання та інформаційні технології. Зб. наук. пр. ІПМЕ НАН України. – Київ, 2018. Вип. 82. – С. 154-166.
25. Машков О.А., Дурняк Б.В., Мамчур Ю.В., Тимченко О.В. Синтез алгоритму програмного керування на тренажері дистанційно пілотованого літального апарату на основі алгоритмічної процедури рішення зворотної задачі динаміки (детермінована постановка) / Моделювання та інформаційні технології. Зб. наук. пр. ІПМЕ НАН України. – Київ, 2018. Вип. 82. – С. 166-176.
26. Машков О.А., Дурняк Б.В., Мамчур Ю.В., Тимченко О.В. Синтез алгоритму програмного керування на тренажері дистанційно пілотованого літального апарата на основі алгоритмічної процедури рішення зворотної задачі динаміки (стохастична постановка) / Моделювання та інформаційні технології. Зб. наук. пр. ІПМЕ НАН України. – Київ, 2018. Вип. 83. – С. 146-153.
27. Машков О.А., Мамчур Ю.В. Формалізація задачі підготовки на тренажері оператора керування безпілотним літальним апаратом екологічного моніторингу на основі вирішення зворотних задач динаміки / Новітні технології. Збірник наукових праць Приватного вищого навчального закладу "Університет новітніх технологій". - К.: ПВНЗ "Університет новітніх технологій", 2018. - Випуск 2(6), с. 24-30.

Рецензент :д-р техн. наук, проф. О.В. Барабаш,
Державний університет телекомунікацій, Київ
Received (Надійшла) 27.05.2019
Accepted for publication (Прийнята до друку) 18.09.2019

Применение концепций обратных задач динамики в мобильных комплексах экологического мониторинга для стабилизации движения при возникновения нештатных ситуаций

О. А. Машков, Ю. В. Мамчур, С. В. Жукаускас, С. А. Нігородова

В статье предложено применить концепцию обратных задач динамики для создания системы управления мобильного комплекса экологического мониторинга. Предложенный подход целесообразно использовать при решении задачи стабилизации движения в условиях нештатных ситуаций. Обосновано, что формирование системы управления на основе концепции обратной задачи динамики предполагает решение двух задач. Первая задача - это определение управляющей силы для объекта управления. Вторая - это определение алгоритма управления силой. В статье предложено аналитическое выражение для вектора управляющей силы, которое учитывает свойства объекта управления, начальные условий, задание программной траектории движения. Предложена аналитическая оценка качества процесса управления при нештатных ситуациях с использованием алгоритма на основе решения обратных задач динамики. Предложено аналитическое выражение для времени переходного процесса в системе управления для двух случаев - как без внешних возмущений, так и при возбуждении системы управления. Даны практические рекомендации по построению системы мобильного экологического мониторинга.

Ключевые слова: обратная задача динамики, переходный процесс, программная траектория движения, система управления, время переходного процесса, качество управления.

Application of the concepts of inverse problems of dynamics in mobile complexes of environmental monitoring to stabilize the movement in case of emergency situations

O. Mashkov, Yu. Mamchur, S. Zhukauskas, S. Nigorodova

The article proposed to apply the concept of inverse problems of dynamics to create a control system for a mobile environmental monitoring system. The proposed approach is advisable to use when solving the problem of stabilizing the movement in emergency situations. It is substantiated that the formation of a control system based on the concept of the inverse problem of dynamics implies the solution of two problems. The first task is to determine the control force for the control object. The second is the definition of a power control algorithm. The article proposes an analytical expression for the control force vector, which takes into account the properties of the control object, initial conditions, the task of the programmed motion path. An analytical assessment of the quality of the control process in emergency situations using an algorithm based on solving inverse problems of dynamics is proposed. An analytical expression is proposed for the transient time in the control system for two cases, both without external disturbances and when the control system is excited. Practical recommendations on the construction of a mobile environmental monitoring system are given.

Keywords: inverse dynamics problem, transient process, programmed motion trajectory, control system, transient time, control quality.