

В. І. Василюшин<sup>1</sup>, В. Д. Луняка<sup>2</sup>, В. П. Коцюба<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Харківський національний університет Повітряних Сил імені Івана Кожедуба, Харків, Україна

<sup>2</sup>Військова частина А0306, Україна

## СПЕКТРАЛЬНИЙ АНАЛІЗ МЕТОДОМ ESPRIT З ВИКОРИСТАННЯМ ОЦІНКИ ТЕПЛІЦЕВОЇ КОРЕЛЯЦІЙНОЇ МАТРИЦІ

**Предметом** вивчення в статті є – методи спектрального аналізу, методи оцінювання тепліцевих кореляційних матриць. **Мета даної статті** – підвищення ефективності спектрального аналізу (зменшення середньоквадратичної похибки (СКП) оцінювання кутових координат джерел випромінювання) в умовах порогового відношення сигнал-шум (ВСП) зі збереженням заданої ефективності при високих та середніх ВСП. Використовуваними **методами** є: методи спектрального аналізу, методи цифрового статистичного моделювання. **Результати.** Для забезпечення високої точності оцінювання кутових координат джерел випромінювання при використанні лінійної антенної решітки та сучасних методів спектрального аналізу пропонується в умовах порогового ВСП використовувати оцінку тепліцевої кореляційної матриці (КМ), що отримується методом LRA. З метою уникнення ефекту постійності середньоквадратичної похибки оцінювання кутових координат при середніх та високих ВСП запропоновано використовувати традиційну оцінку КМ. **Висновки.** Проведене дослідження показало, що використання запропонованого підходу дозволяє підвищити точність оцінювання кутових координат джерел випромінювання в умовах порогового ВСП та уникнути ефекту постійності СКП оцінювання при середніх та високих ВСП за рахунок використання традиційної оцінки КМ, яка при пеленгації джерел шумового випромінювання є максимально правдоподібною оцінкою невідомої КМ. Зазначені результати окрім розглянутого випадку пеленгації джерел випромінювання можуть бути використані при оцінюванні стану каналу зв'язку та в ряді інших випадків. Напрямок подальших досліджень є використання інших методів оцінювання тепліцевої КМ, пошук шляхів зменшення різниці в точності оцінювання запропонованим методом від випадку використання тепліцевої оцінки КМ в умовах середніх ВСП.

**Ключові слова:** тепліцева кореляційна матриця, максимально правдоподібна оцінка кореляційної матриці, спектральне розкладення матриці, методи спектрального аналізу.

### Вступ

**Постановка проблеми у загальному вигляді.** У теперішній час функціонування сучасних систем зв'язку, радіолокації (включаючи системи розпізнавання) ґрунтується на використанні кореляційної обробки сигналів (оцінюванні кореляційних матриць сигналів), принципів просторового рознесення (технології МІМО (multiple input-multiple output systems)) і т.д. Ефективність функціонування при цьому суттєво залежить від точності формуємих оцінок кореляційних матриць вхідних спостережень [1-8].

Так, наприклад, ефективність сучасних методів спектрального аналізу (СА), що використовуються в сучасних системах зв'язку та радіолокації і дозволяють здійснювати оцінювання кутових координат джерел випромінювання в режимі надрозрізнення, може бути покращена за рахунок використання априорної інформації про структуру КМ (тепліцевості, периметрії тощо). [3-8] Такі методи використовують спектральне розкладення КМ даних, в результаті якого отримуються оцінки власних значень та власних векторів КМ, та елементи апарату функціонального аналізу (спектральне подання оператора (пучка операторів) і т.д.). Спектральне подання матриць даних, так званих канальних матриць, кореляційних матриць також знайшло широке застосування в методах обробки сигналів в адаптивних антенних решітках, аналізі спектральної ефективності МІМО систем і в ряді інших випадків [1, 2].

Використання інформації про специфіку структури КМ створює передумови для підвищення швидкодії (зменшення числа вибірок, що необхідне для отримання оцінки КМ заданої якості) у порівнянні з випадком КМ загального вигляду, яка має місце у системах з довільною структурою каналів прийому, зменшувати вплив корельованості сигналів джерел випромінювання на ефективність методів СА, покращувати ефективність вирішення задачі виявлення-вимірювання [5].

Усереднення елементів КМ загального виду, що знаходяться на діагоналях, паралельних основній діагоналі, є одним з шляхів отримання оцінки тепліцевої КМ [3-5]. Такий підхід в технічній літературі відомий як LRA –lag redundancy averaging (усереднення надлишковості кореляційних моментів). Проте використання такої оцінки призводить до сталості середньоквадратичної похибки (СКП) оцінювання кутових координат джерел випромінювання методами СА при середніх і високих відношеннях сигнал-шум [5, 7, 8]. Використання традиційної оцінки КМ не приводить до такого ефекту.

**Мета статті** – підвищення ефективності спектрального аналізу в умовах порогового відношення сигнал шум та усунення ефекту постійності величини СКП оцінювання при середніх та високих ВСП.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Питанню підвищення ефективності спектрального аналізу присвячено багато робіт. Покращення оцінки КМ спостережень досягається за рахунок викорис-

тання певної попередньої обробки, пов'язаної з застосуванням методу LRA, технології сурогатних даних, методів оцінювання персиметричної КМ [1, 5]. Уваги заслуговеє напрямок, пов'язаний з використанням методу SSA (singular spectrum analysis), в якому обробка може здійснюватися як на рівні матриці даних, так і на рівні КМ [5]. Проте його узагальнення на випадок АР викликає певні ускладнення. Викликає інтерес розробка підходу, який дозволить би використати переваги застосування оцінки теплицевої КМ в умовах порогового ВСШ при обробці сигналів в АР.

### Основна частина

Нехай на  $M$ -елементу лінійну еквідистантну АР (ЛЕАР) надходять сигнали від  $V$  джерел випромінювання. Шум спостереження є білий за простором і часом та вважається стаціонарним, некорельованим випадковим процесом з нульовим середнім [1, 2].

Сигнали джерел випромінювання у випадку пеленгації джерел шумового випромінювання відрізняються від шумів потужністю. У випадку визначення кутових координат джерел випромінювання (ДВ) для систем зв'язку сигнали є характерними для такої системи (QPSK, QAM та інші) [1, 2].

$M \times 1$  вектор спостережень може бути поданий як [1-8]

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta})\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t), \quad (1)$$

де  $\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}) = [\mathbf{a}(\theta_1), \dots, \mathbf{a}(\theta_V)]$  –  $M \times V$  матриця векторів напрямків надходження (НН) сигналів ДВ  $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1, \dots, \theta_V]^T$  –  $V \times 1$  вектор НН сигналів ДВ. Стівцями матриці  $\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta})$  є вектори  $\mathbf{a}(\theta) = [1, \exp(j\omega), \dots, \exp(j(M-1)\omega)]^T$ . Такий вектор є  $M \times 1$  вектором фазування, що відповідає напрямку  $\theta$ ,  $\omega = 2\pi d \sin \theta / \lambda$  – фазовий зсув між елементами АР,  $d$  – міжелементна відстань,  $\lambda$  – довжина хвилі,  $(\cdot)^T$  означає операцію транспонування. Крім того,  $\mathbf{s}(t)$  є  $V \times 1$  вектором сигналів,  $\mathbf{n}(t)$  –  $M \times 1$  вектор адитивного шуму.

$M \times M$  КМ спостережень може бути визначена як

$$\mathbf{R} = E[\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t)] = \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta})\mathbf{S}\mathbf{A}^H(\boldsymbol{\theta}) + \sigma^2\mathbf{I}, \quad (2)$$

де  $E[\cdot]$  і  $(\cdot)^H$  – оператори математичного очікування і ермітового транспонування,  $\mathbf{S} = E[\mathbf{s}(t)\mathbf{s}^H(t)]$  –  $V \times V$  КМ сигналів,  $\sigma^2$  – дисперсія шуму,  $\mathbf{I}$  – одинична матриця.

Спектральне розкладення КМ  $\mathbf{R}$  має вигляд [1]

$$\mathbf{R} = \mathbf{E}_s \boldsymbol{\Lambda}_s \mathbf{E}_s^H + \sigma^2 \mathbf{E}_n \mathbf{E}_n^H, \quad (3)$$

де  $M \times V$  матриця  $\mathbf{E}_s$  містить власні вектори (ВВ), пов'язані з сигнальними (найбільшими) власними значеннями (ВЗ) діагональної матриці  $\boldsymbol{\Lambda}_s$ .  $M \times (M - V)$  матриця  $\mathbf{E}_n$  містить ВВ підпростору шуму (ППШ).

Таке розкладення є основою для використання сучасних методів СА, основаних на використанні підпросторів (МОВП).

У випадку використання методу LRA здійснюється усереднення елементів матриці  $\mathbf{R}$ . У результаті отримується вектор усереднених значень кореляційних моментів, на основі якого формується теплицева КМ  $\mathbf{R}_m$ .

Особливістю даної роботи є потреба використання матриці  $\mathbf{R}_m$  та її спектрального розкладення у випадку низького (порогового ВСШ) та звичайної КМ у інших випадках.

З метою забезпечення вибору тої чи іншої оцінки КМ в роботі використовується так званий формулатор променя діаграми спрямованості, що визначається виразом  $P_{BF}(\theta) = \mathbf{a}^H(\theta)\hat{\mathbf{R}}\mathbf{a}(\theta)$ . Він використовується і в ряді інших випадків [1,5]. Даний метод дозволяє визначити сектори локалізації ДВ. У випадку одного сектору визначається його ліва і права межі  $\theta_{iL}, \theta_{iR}, i = 1, \dots, C$ , тобто

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_c = [\theta_{iL}, \theta_{iR}]. \quad (4)$$

З метою визначення порядку переходу від використання однієї оцінки КМ до іншої використовується гіпотеза, яка може бути сформульована таким чином.

Н: Метод СА дозволяє одержати оцінки кутових координат  $V$  ДВ в секторах їх локалізації  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_c$ .

У якості методу СА в роботі використано метод ESPRIT (estimation of signal parameters via rotation invariance technique – оцінювання параметрів сигналу на основі інваріантності щодо повороту) [1,5].

Оцінювання кутових координат МОВП ESPRIT базується на наближеній рівності  $\mathbf{E}_s = \mathbf{A}\mathbf{T}$  (знак дорівнює характерний при великих ВСШ), де  $\mathbf{T}$  – несингулярна матриця [2]. При цьому ЛЕАР розглядається як така, що містить дві підрешітки [1]. Матриці ВВ підпросторів сигналів підрешіток  $\mathbf{E}_{s2}$  та  $\mathbf{E}_{s1}$  пов'язані через деяку матрицю  $\boldsymbol{\Xi} = \mathbf{T}^{-1}\boldsymbol{\Phi}\mathbf{T}$ , тобто  $\mathbf{E}_{s2} = \mathbf{E}_{s1}\boldsymbol{\Xi}$ . Матриця  $\boldsymbol{\Phi}$  визначається рівнянням  $\mathbf{A}_2 = \mathbf{A}_1\boldsymbol{\Phi}$ , де  $\mathbf{A}_1$  та  $\mathbf{A}_2$  – матриці векторів фазування для першої та другої підрешіток. Рішення рівняння  $\mathbf{E}_{s2} = \mathbf{E}_{s1}\boldsymbol{\Xi}$  можна отримати методом найменших квадратів (LS), узагальнених (TLS- Total Least Squares) та структурованих узагальнених найменших квадратів (structured TLS) [5].

Запропонований варіант використання оцінки теплицевої КМ та традиційної оцінки КМ разом з методами СА включає наступні кроки:

*Крок 1.* По  $N$  вибірках, що навчають, отримати оцінку  $\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t)$  апіорі невідомої КМ  $\mathbf{R}$ .

*Крок 2.* Оцінити число гармонічних компонент сигналу [1].

*Крок 3.* Знайти оцінки кутових координат ДВ методом ESPRIT і перевірити гіпотезу  $H$ . У випад-

ку її прийняття обчислення завершуються. Перейти до кроку 5. Якщо гіпотеза не прийнята, то перейти до наступного кроку.

**Крок 4.** Обчислити оцінку тепліцевої КМ за рахунок використання методу LRA. Знайти оцінки кутових координат джерел випромінювання методом ESPRIT.

**Крок 5.** Стоп.

Зазначимо, що  $\hat{\mathbf{R}}$  для випадку пеленгації джерел шумового випромінювання та при  $N > M$  є максимально правдоподібною оцінкою невідомої КМ. При оцінюванні числа джерел можуть бути використані підходи, пов'язані з кругами Гершгоріна [1, 5].

Експериментальне дослідження отриманого методу оцінювання кутових координат ДВ проведено методом математичного моделювання.

У ході моделювання оцінювалася точність пеленгації джерел випромінювання залежно від ВСШ, числа вибірок, що навчають. Передбачалася наявність двох рівнопотужних джерел з кутовими координатами  $\theta_1 = 20^\circ, \theta_2 = 24^\circ$ . Число антенних елементів ЛЕАР  $M = 16$  і рознесення за кутовою координатою менше половини ширини діаграми спрямованості. Число вибірок даних у першому випадку приймалося рівним  $N = 30$  і  $N = 50$  в другому, число випробувань  $L = 500$ . Під ВСШ розумілася величина  $10 \log(\sigma_s^2 / \sigma^2)$ , де  $\sigma_s^2$  – потужність джерела випромінювання. СКП оцінок кутових координат усереднювалася по джерелах випромінювання. В ході моделювання при визначенні секторів локалізації ДВ враховувалися результати [6].

Порівнювалася ефективність методу LS-ESPRIT, що використовує традиційну оцінку КМ, методу LS-ESPRIT, що використовує метод LRA, та запропонованого підходу. Результати моделювання приведені на рис. 1.

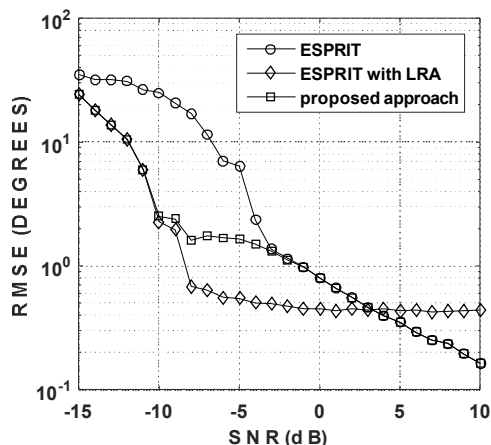


Рис. 1. СКП оцінювання кутових координат ДВ,  $N = 30$

З аналізу рис. 1 видно, що використання оцінки тепліцевої КМ характеризується високою точністю оцінювання кутових координат ДВ в умовах порогового ВСШ (в даному випадку -3дБ) та постійністю СКП оцінювання в умовах середніх та високих ВСШ.

Запропонований підхід (proposed approach) дозволяє поєднати переваги використання оцінки тепліцевої КМ та традиційної оцінки КМ

У другому випадку число вибірок було збільшено до  $N = 50$ .

Результати відповідного моделювання приведені на рис. 2.

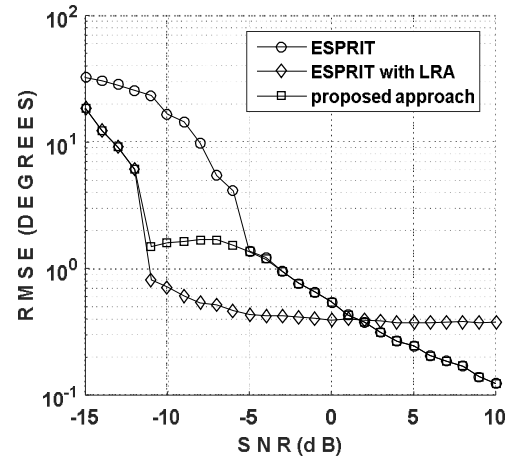


Рис. 2. СКП оцінювання кутових координат ДВ,  $N = 50$

Характер залежностей при цьому не змінюється. Проте порогове ВСШ змістилося в сторону більш низьких значень ВСШ (-5дБ для випадку використання традиційної оцінки КМ). Аналіз залежностей, наведених на рис. 1 та 2 дозволяє зробити висновок, що до напрямків подальших досліджень слід віднести пошук підходів, що дозволять ще більше наблизити точність оцінювання кутових координат пропонуемого підходу до точності, яка отримується при використанні оцінки тепліцевої КМ, при середніх ВСШ.

## Висновки і напрямки подальших досліджень

З метою врахування переваг використання оцінки тепліцевої КМ та підвищення ефективності СА в роботі запропоновано використання такої оцінки в умовах порогового ВСШ та традиційної оцінки КМ при середніх та високих КМ.

Запропонований підхід дозволяє уникнути ефекту насичення середньоквадратичної похибки оцінювання, який має місце при використанні оцінки тепліцевої КМ. В роботі така оцінка отримується з використанням методу LRA [3, 5]. Особливістю даного методу є простота оцінки тепліцевої КМ, проте вона не є оптимальною. Тому до напрямків подальших досліджень відноситься використання інших оцінок тепліцевої КМ. Доцільний пошук інших шляхів переходу від використання однієї оцінки КМ до іншої.

Крім того, викликає інтерес застосування запропонованого підходу для вирішення задачі виявлення аномалій інформаційних процесів телекомунікаційних мереж, при оцінюванні стану каналу зв'язку, методах стеганографії.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Ермолаев В. Т. Теоретические основы обработки сигналов в беспроводных системах связи: Монография / В. Т. Ермолаев, А. Г. Флакман. — Нижний Новгород: Изд-во ННГУ им. Н.И. Лобачевского, 2011. — 368 с.
2. Бакулин М. Г. Технология ММО: принципы и алгоритмы / М. Г. Бакулин, Л. А. Варукина, В. Б. Крейнделин. — М.: Горячая линия-Телеком, 2014. — 244с.
3. Linebarger D. A. The effect of spatial averaging on spatial correlation matrices in the presence of coherent signals / D. A. Linebarger, D. H. Johnson // IEEE Trans.on ASSP. —1990. —Vol. 38, No. 5. —P. 880-884.
4. Семеняка А. В. О методах оценивания теплицевых корреляционных матриц в задачах адаптивной пространственно-временной обработки сигналов / А. В. Семеняка, Д. С. Рачков, Д.И. Леховицкий // Прикладная радиоэлектроника: науч.-техн. журнал. — 2011. — Т. 10, № 4. — С. 441–447.
5. Васишлин В. И. Предварительная обработка сигналов с использованием метода SSA в задачах спектрального анализа / В.И. Васишлин // Прикладная радиоэлектроника: науч.-техн. журнал. — 2014. — Том 13, № 1. — С. 43–50.
6. Васишлин В. И. Комбинированная пеленгация источников шумового излучения с использованием псевдошумового разномножения выборки / В. И. Васишлин // Системи обробки інформації.— Х.: ХУПС, 2017. — Вип. 1 (147). — С. 50–53
7. Vallet P. Toeplitz rectification and DOA estimation with MUSIC / P. Vallet, P. Loubaton // Proc. of 2014 IEEE International Conference on Acoustic, Speech and Signal Processing (ICASSP). —2014. — P. 2237-2241.
8. Gorokhov A. Unified analysis of DOA estimation algorithms for covariance matrix transforms / A. Gorokhov, Yu. Abramovich, J.F. Böhme // Signal Processing. —1996.—Vol 55.— P. 107-115

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. В. В. Павліков,

Національний аерокосмічний університет ім. М. С. Жуковського "ХАІ", Харків

Received (Надійшла) 11.07.2019

Accepted for publication (Прийнята до друку) 21.08.2019

### Спектральный анализ методом ESPRIT с использованием оценки теплицевой корреляционной матрицы

В. И. Васишлин, В. Д. Луныка, В.П. Коцюба

**Предметом изучения** в статье есть методы спектрального анализа, методы оценивания теплицевых корреляционных матриц. **Цель данной статьи** – повышение эффективности спектрального анализа (уменьшение среднеквадратичной погрешности оценивания угловых координат источников излучения) в условиях порогового отношения сигнал- шум (ОСШ) с сохранением заданной эффективности при высоких и средних ОСШ. Используемыми методами есть: методы спектрального анализа, методы цифрового статистического моделирования. **Результаты.** Для обеспечения высокой точности оценивания угловых координат источников излучения при использовании линейной антенной решетки и современных методов спектрального анализа предлагается в условиях порогового ОСШ использовать оценку теплицевой корреляционной матрицы, получаемой методом LRA. Во избежание эффекта постоянности среднеквадратичной погрешности оценивания угловых координат при средних и высоких ОСШ в таких условиях предлагается использовать традиционную оценку КМ. **Выводы.** Проведенное исследование показало, что использование предложенного подхода позволяет повысить точность оценивания угловых координат источников излучения в условиях порогового ОСШ и избежать эффекта постоянности СКО оценивания при средних и высоких ОСШ за счет использования традиционной оценки КМ, которая при пеленгации источников шумового излучения является максимально правдоподобной оценкой неизвестной КМ. Указанные результаты кроме рассмотренного случая пеленгации источников излучения могут быть использованы при оценивании состояния канала связи и в ряде других случаев. Направлением дальнейших исследований являются использование других методов оценивания теплицевой КМ, поиск путей уменьшения различия в точности оценивания предложенным методом от случая использования теплицевой оценки КМ в условиях средних ОСШ.

**Ключевые слова:** теплицева корреляционная матрица, максимально правдоподобная оценка корреляционной матрицы, спектральное разложение матрицы, методы спектрального анализа.

### Spectral analysis by ESPRIT method using estimate of toeplitz correlation matrix

V. Vasylyshyn, V. Luniaka, V. Kotsiuba,

The **subject matter** of the article is the spectral analysis methods, the methods of toeplitz matrix estimation. The **goal** is to improve the performance of spectral analysis (reduction of RMSE of angular coordinates of emitting sources or direction of arrival estimation (DOA) of emitting source signals) in the case of threshold SNR's with saving the efficiency at high and medium SNRs. The used **methods** are: methods of spectral analysis, method of simulation. The following **results** were obtained. It is proposed to use the estimate of toeplitz covariance matrix obtained by LRA method to supply the high accuracy of DOA estimation of emitting source signals with uniform linear array and modern methods of spectral analysis in the conditions of threshold SNR. In order to avoid the constancy effect of RMSE of DOA estimation in the case of medium and high SNR the usual CM estimate is used. **Conclusions.** The conducted investigation shows that using of proposed approach allows to improve the accuracy of DOA estimation in the conditions of threshold SNR estimate and avoid the effect of constancy of RMSE in the case of medium and high SNR by using traditional estimate of CM. In the case of DOA estimation of jammer signals this estimate is maximum likelihood estimate of unknown CM. The presented results besides of the considered case of DOA estimation can be used for channel sounding and others applications. The future investigations are related with using other methods of toeplitz matrix estimation. Furthermore, the search of ways of reduction of the difference in estimation accuracy by proposed method as compared to the case of using the estimate of toeplitz CM in the case of medium SNR.

**Keywords:** toeplitz correlation matrix, ML estimate of covariance matrix, spectral decomposition, spectral analysis methods.