

ФЕНОМЕНОЛОГІЧНИЙ ОПИС КОГЕРЕНТНОГО ЗОБРАЖЕННЯ ПОВЕРХНІ В ОПТИКО-ЕЛЕКТРОННИХ ТА РАДІОТЕХНІЧНИХ СИСТЕМАХ ДИСТАНЦІЙНОГО ЗОНДУВАННЯ

Проаналізовані основні засади скалярної теорії дифракції та фундаментальні теореми розрахунку поля в будь-якій точці об'єму за даними значень поля на його поверхні. З аналізу випливає, що в загальному випадку когерентним зображенням поверхні можна вважати просторово-розподілені граничні умови, задані у вигляді неперервних функцій просторових координат поля на поверхні з неперервними першими та другими похідними. Конкретизація цих умов для реальних земних покривів значно ускладнює вирішення дифракційних задач, тому запропоновано використовувати феноменологічний опис полів в області їх реєстрації. Наведені приклади феноменологічного визначення поля в зоні Френеля та Фраунгофера при вирішенні задач дистанційного зондування. Показаний процес відновлення когерентних зображень за допомогою зворотних перетворень та проаналізована їх роздільна здатність.

Ключові слова основи теорії дифракції, когерентне зображення, феноменологічний опис, роздільна здатність, зона Френеля, зона Фраунгофера.

Вступ

При вирішенні задач оптимального відновлення когерентних оптичних та радіолокаційних зображень поверхонь [1], підповерхневих ґрунтів [2], атмосферних неоднорідностей [3] та інших природних середовищ [4] виникає проблема детермінованого визначення структури розсіяних електромагнітних полів в області їх реєстрації. Існує декілька підходів до вирішення цієї проблеми, що ґрунтуються на теоремі Кірхгофа, Релея-Зоммерфельда, формулах Стреттона-Чу та інших фундаментальних основах теорії дифракції. Однак навіть у найпростіших випадках застосування скалярної формули Кірхгофа, розрахунки поля, що віддзеркалені від дрібношорстких або двомасштабних поверхонь, досить складні, а їх результати громіздкі і не завжди однозначні. Практично неможливо виконати точні електродинамічні розрахунки для реальних земних покривів (лісів, трав'яних покривів, сільськогосподарських угідь). У зв'язку з цим пропонується використати феноменологічний підхід для опису розсіяних електромагнітних полів та обґрунтування поняття когерентного зображення. Результати таких досліджень дозволять коректно поставити і вирішити задачу оптимальної обробки сигналів в системах формування когерентних і некогерентних зображень поверхонь, а також виконати достовірне моделювання процесів формування зображень.

1. Опис когерентного зображення поверхні згідно теорії дифракції

Для опису когерентного зображення поверхні розглянемо основні положення скалярної теорії дифракції, принцип Гюйгенса-Френеля та його розвиток у теоремах Кірхгофа та Релея-Зоммерфельда.

В 1678 р. Христіан Гюйгенс запропонував розглядати кожену точку хвильового фронту світла у ви-

гляді вторинного джерела сферичних хвиль, а новий хвильовий фронт в наступні моменти часу як огинаючу сферичних хвиль, що створені значною кількістю вторинних джерел, які розміщені на попередньому фронті. Огюстен Жан Френель доповнив (в 1818 р.) ці твердження припущенням, що хвилі вторинних джерел при розповсюдженні когерентно складаються, тобто інтерферують згідно теорії Юнга. Поєднанням тверджень Гюйгенса і Френеля отримало назву принципу Гюйгенса-Френеля [5, 6]. У 1882 році Густав Кірхгоф математично формалізував цей принцип у вигляді інтегральної теореми Кірхгофа

$$\int_V (\varphi \nabla^2 E - E \nabla^2 \varphi) dV = \int_D \left(\varphi \frac{\partial E}{\partial \bar{n}} - E \frac{\partial \varphi}{\partial \bar{n}} \right) dD, \quad (1)$$

де φ та E – будь-які неперервні комплексні функції просторових координат, що мають неперервні перші дві частинні похідні у середині об'єму V та на замкненій поверхні D , яка охоплює цей об'єм, ∇ – оператор Гамільтона, ∇^2 – оператор Лапласа, \bar{n} – зовнішня нормаль до поверхні D . Перетворення (1) можна отримати безпосередньо з теореми Гауса-Остроградського [7].

Теорема Кірхгофа (1) стала основою скалярної теорії дифракції хвиль. Подібне рішення для монохроматичних хвиль в акустиці було отримано раніше Германом фон Гельмгольцем. Тому для монохроматичних хвиль відповідна теорема названа теоремою Кірхгофа-Гельмгольца.

Коректність застосування теореми (1) в теорії дифракції залежить від вибору однієї з функцій φ або E . Обрану функцію, наприклад функцію φ , називають функцією Гріна. Її обирають з певних фізичних міркувань і здорового глузду. У загальному випадку її вибір становить проблему і вимагає аналізу кожної конкретної задачі.

Найчастіше при дослідженні дифракції монохроматичних хвиль у якості такої функції вибирають математичний вираз, що описує сферичну хвилю

$$\varphi(R) = \frac{\exp(\pm jkR)}{R}, \quad R = |\vec{r} - \vec{r}'|, \quad (2)$$

де $\vec{r} = (x, y, z)$, $\vec{r}' = (x', y', z')$ – відповідні координати двох різних точок усередині об'єму V , k – хвильове число. Різні точки поверхні D характеризуються координатами $\vec{r}_D = (x_D, y_D, z_D)$, а відстані до них від точки \vec{r}' дорівнюють $R_D = |\vec{r}_D - \vec{r}'|$. Фізичний зміст функції Гріна – це реакція, яка проявляється у вигляді вторинного випромінювання сферичної хвилі під впливом поля на точковий елемент, який математично можна описати просторовою дельта-функцією.

Похідна функції Гріна (2) має вигляд

$$\frac{\partial \varphi(R)}{\partial \vec{n}} = \cos(\vec{n}, \vec{R}) \left(jk - \frac{1}{R} \right) \frac{\exp(jkR)}{R}, \quad (3)$$

де \vec{R} – вектор, що з'єднує точку \vec{r}' з точкою \vec{r} .

Підставимо (2), (3) у (1) і виключимо особливу точку \vec{r}' , рис. 1, де $R = 0$, та проведемо ряд перетворень [5, 6]. Тоді отримаємо формулу для розрахунку поля в точці з координатами \vec{r}' за даними значень поля (граничних умов) на поверхні D

$$E(\vec{r}') = \frac{1}{4\pi} \int_D \left(\varphi(\vec{r}_D) \frac{\partial E(\vec{r}_D)}{\partial \vec{n}} - E(\vec{r}_D) \frac{\partial \varphi(\vec{r}_D)}{\partial \vec{n}} \right) d\vec{r}_D = \frac{1}{4\pi} \int_D \left\{ \begin{aligned} &\frac{\partial E(\vec{r}_D)}{\partial \vec{n}} \frac{\exp(jkR_D)}{R_D} - \\ &- E(\vec{r}_D) \frac{\partial}{\partial \vec{n}} \left[\frac{\exp(jkR_D)}{R_D} \right] \end{aligned} \right\} d\vec{r}_D. \quad (4)$$

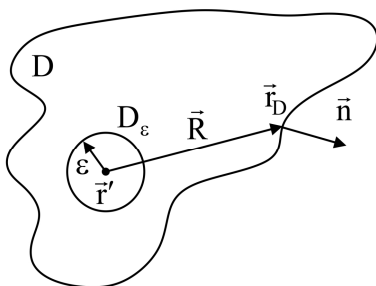


Рис. 1. Поверхня, за якою виконується інтегрування

Співвідношення (4) має назву інтегральної теореми Кірхгофа-Гельмгольца. Згідно цієї теореми, для розрахунку поля в точці \vec{r} необхідно знати не лише граничні умови, тобто значення цього поля на поверхні $E(\vec{r}_D)$, але і значення похідних $\partial E(\vec{r}_D) / \partial \vec{n}$. Зазвичай отриманий результат використовують для розрахунку поля в різних точках простору за даними поля і його похідної в отворі на плоскому непрозорому екрані. Проте теорему (4) можна

узагальнити для плоскої чи сферичної (з радіусом, що дорівнює радіусу Землі) підстильної поверхні з граничними умовами, що описують довільні поверхні з мінливим рельєфом, рослинністю та іншими електрофізичними параметрами та статистичними характеристиками. Для розрахунку поля поза екраном за даними його граничних умов в площині отвору, рис. 2, поверхню D представляють у вигляді суми трьох поверхонь D_∞ , $D_{отв}$, $D_{екр}$.

Граничні умови на поверхні D_∞ , згідно умови Зоммерфельда

$$\lim_{R \rightarrow \infty} R \left[\frac{\partial E(\vec{r}_D)}{\partial \vec{n}} - jkE(\vec{r}_D) \right] = 0, \quad (5)$$

дорівнюють нулю. На поверхні непрозорого екрану Кірхгоф також запропонував вважати граничні умови нульовими

$$E(\vec{r}_D) = 0, \quad \partial E(\vec{r}_D) / \partial \vec{n} = 0. \quad (6)$$

В такому разі

$$E(\vec{r}') = \frac{1}{4\pi} \int_{D_{отв}} \left(\varphi(\vec{r}_D) \frac{\partial E(\vec{r}_D)}{\partial \vec{n}} - E(\vec{r}_D) \frac{\partial \varphi(\vec{r}_D)}{\partial \vec{n}} \right) d\vec{r}_D, \quad (7)$$

де $\vec{r}_D \in D_{отв}$.

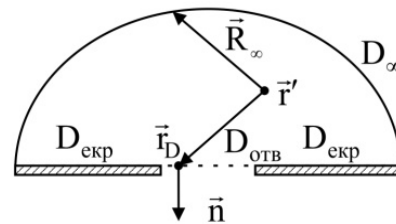


Рис. 2. Геометрія задачі дифракції на прозорому екрані

Підставляючи в формулу Кірхгофа (7) функцію Гріна (2) та її похідну (3), отримаємо

$$E(\vec{r}') = \frac{1}{4\pi} \int_{D_{отв}} \left[\frac{\partial E(\vec{r}_D)}{\partial \vec{n}} - jkE(\vec{r}_D) \cos(\vec{n}, \vec{R}) \right] \frac{\exp(jkR)}{R} d\vec{r}_D. \quad (8)$$

В отворі екрану граничні умови повинні бути такими, як і у разі відсутності екрану. Ці умови достатньо суперечливі. По-перше, поле після дифракції на краях екрану заходить в область тіні. По-друге, з теорії аналітичних функцій комплексної змінної (теорії потенціалу) випливає, що якщо на будь-якому кінцевому відрізку кривої потенційна функція перетворюється в нуль, то вона перетворюється в нуль на всій площині. Таким чином, перетворення в нуль одночасно двох граничних умов означає перетворення їх в нуль і у площині отвору, що суперечить фізичним явищам наявності поля в області отвору. Однак,

незважаючи на ці суперечності, "воістину дивно [5], що теорія Кірхгофа дає такі точні результати на практиці". Особливо добре теоретичні результати, які використовують граничні умови Кірхгофа, узгоджуються з експериментом, коли розміри області і відстань значно перевищують довжину хвилі [5].

Зоммерфельд у 1896 р [5, 8] спробував зняти суперечливі умови теорії Кірхгофа щодо одночасної рівності нулю функцій $E(\vec{r}_D)$ та $\partial E(\vec{r}_D)/\partial \vec{n}$ на поверхні екрану $D_{екр}$ та їх наявності в отворі екрану $D_{оме}$. Він запропонував замість функції Гріна (2) використовувати функцію Гріна у вигляді двох сферичних хвиль, що зсунуті за фазою на 180° і створені двома точковими джерелами, які розташовані симетрично один відносно одного

$$\varphi(R) = \frac{\exp(jkR)}{R} - \frac{\exp(jkR_1)}{R_1}, \quad (9)$$

де $R = |\vec{r} - \vec{r}'|, R_1 = |\vec{r} - \vec{r}'_1|$.

В результаті отримано вираз

$$E(\vec{r}') = \frac{1}{j\lambda} \int_{D_{оме}} E(\vec{r}_D) \cos(\vec{n}, \vec{R}) \frac{\exp(jkR)}{R} d\vec{r}_D, \quad (10)$$

що складає суть теорії Релея-Зоммерфельда. Ця теорія повністю відповідає принципу Гюйгенса-Френеля.

Окрім наведених скалярних формул Кірхгофа існує інтегральний розв'язок на основі векторної форми теореми Гріна, що враховує векторний характер поля та граничні умови для електричної та магнітної компонент поля. В літературі цей розв'язок називають векторизованими формулами Кірхгофа [5] або формулами Стреттона-Чу [9-11]

$$\begin{aligned} \vec{E} &= -(4\pi)^{-1} \int_D \{ j\omega\mu_a[\vec{n}\vec{H}] \varphi(R) - \\ &- [[\vec{n}\vec{E}] grad \varphi(R)] - (\vec{n}\vec{E}) grad \varphi(R) \} d\vec{r}, \\ \vec{H} &= -(4\pi)^{-1} \int_D \{ j\omega\epsilon[\vec{n}\vec{H}] \varphi(R) + \\ &+ [[\vec{n}\vec{H}] grad \varphi(R)] + (\vec{n}\vec{H}) grad \varphi(R) \} d\vec{r}. \end{aligned} \quad (11)$$

Грунтовний аналіз цих формул, їх зв'язок з формулою Кірхгофа та умови, при яких можна використовувати скалярну формулу (4) для розрахунку електромагнітних полів НВЧ антен, наведені в роботі Фрадїна А. З. [11]. З аналізу випливає, що формули Стреттона-Чу відображають більш правильну картину поля на значних відстанях від антени, проте "з достатньою точністю [11] можна визначити поле згідно формули (4) в області незначного тілесного кута поблизу максимуму випромінювання антени з надзвичайно гострою спрямованістю".

Наведені фундаментальні теорії дифракції достатньо схожі і подальше використання тієї чи іншої формули на практиці залежить від умов проведення експерименту та можливостей виконання аналітичних розрахунків. Наприклад в роботі [12] Ритов С.М., Кравцов Ю.А. і Татарский В.І. приводять дво-

членну формулу (4) до одночленної для випадку визначення поля $E(\vec{r})$, коли поверхня D з заданими граничними умовами є плоскою та замкнутою півсферою нескінченно великого радіуса. Якщо на площині задано поле $E(\vec{r}_D)$, то інтеграл по нескінченно віддаленій сфері перетворюється в нуль, і тоді

$$E(\vec{r}') = -\frac{1}{2\pi} \int_D E(\vec{r}_D) \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\exp(jkR_D)}{R_D} \right] d\vec{r}_D. \quad (12)$$

У випадку коли на площині задана нормальна похідна $\partial E(\vec{r}_D)/\partial z$, то (4) спрощується наступним чином:

$$E(\vec{r}') = \frac{1}{2\pi} \int_D \frac{\partial E(\vec{r}_D)}{\partial z} \frac{\exp(jkR_D)}{R_D} d\vec{r}_D. \quad (13)$$

В роботі [9] Зубкович С.Г. при визначенні віддзеркаленого поля від шорсткої поверхні використовував обидві формули (4) і (11), вважаючи, що поверхня сполучена з нижньою частиною області D , а верхня частина віддалена у нескінченність. При цьому, для поверхонь з малими нерівностями у порівнянні з довжиною хвилі та пологими нахилами, він використовує скалярну формулу (4), а для поверхонь з великими розмірами нерівностей – векторну формулу (11). В той самий час А. Ісімару в [13] навпаки для визначення коефіцієнту віддзеркалення від дрібношорсткої поверхні використовує векторну формулу (11), а для поверхні з великими нерівностями – скалярну формулу (4).

Аналізуючи наведені засади теорії дифракції та принципи розрахунку електромагнітного поля, доцільно ввести узагальнююче визначення когерентного зображення поверхні, як "граничних значень" поля на цій поверхні. Іншими словами у якості когерентного зображення будемо вважати просторово-розподілені граничні умови, що задані у вигляді неперервних функцій просторових координат $E(\vec{r}_D)$ з неперервними першими та другими похідними, що задовольняють хвильовим рівнянням.

2. Феноменологічне визначення розсіяного електромагнітного поля

В зв'язку з постійним удосконаленням оптикоелектронних та радіотехнічних систем дистанційного зондування виникають нові задачі розробки відповідних моделей визначення когерентних зображень. Наведене загальне визначення лише показує зміст когерентного зображення і не дає інформацію про зв'язки параметрів поверхонь та середовищ з характеристиками розсіяного електромагнітного поля. В той самий час розробка адекватних електродинамічних моделей на основі точних математичних розрахунків достатньо трудомістка і потребує спрощених постановок задач. Тому пропонується використати феноменологічний метод визначення поля, що не суперечить здоровому глузду та відповідає основним фізичним та математичним законам розсіювання електромагнітних хвиль на статистично нерівних поверхнях. До

таких законів необхідно віднести закони променевої оптики і закони дифракції, що відображають принцип Гюйгенса-Френеля, в поєднанні з законами теорії ймовірностей і математичної статистики.

Математично сутність феноменологічного підходу можна пояснити таким чином. Порівнюючи між собою (8)-(12), запишемо їх в такому вигляді

$$\dot{E}(\vec{r}') = \int_{D_{ome}} \dot{F}(\vec{r}_D) \frac{\exp(jkR)}{R} d\vec{r}_D, \quad (14)$$

де $\dot{F}(\vec{r}_D)$ може відповідати одному з таких виразів:

$$\dot{F}(\vec{r}_D) = (\partial E(\vec{r}_D) / \partial \vec{n}) - jkE(\vec{r}_D) \cos(\vec{n}, \vec{R}), \quad (15)$$

$$\dot{F}(\vec{r}_D) = (j\lambda)^{-1} E(\vec{r}_D) \cos(\vec{n}, \vec{R}), \quad (16)$$

$$\dot{F}(\vec{r}_D) = \partial E(\vec{r}_D) / \partial z. \quad (17)$$

Операція взяття градієнта у (11) та частинної похідної у (12) від будь-якої з функцій Гріна (2) або (9) призводить до появи співмножника у вигляді сферичної хвилі (2). Тому формули (11) і (12) також можуть бути представлені виразом (14), що відображає класичний принцип Гюйгенса-Френеля.

Таким чином, можна стверджувати, що формула (14) є основою феноменологічного опису поля в точці з координатами \vec{r}' . Її можна розглядати як перше наближення до суворої скалярної теорії дифракції, що дає дуже точні результати, якщо виконуються умови: 1) отвір в екрані великий в порівнянні з довжиною хвилі; 2) дифраговані хвилі спостерігаються не занадто близько від екрану і отвору.

Що стосується задач дистанційного зондування, то формула (14) може бути використана у випадках, коли розміри ділянок поверхонь і відстані до точок спостереження значно перевищують довжину хвилі і у випадках, коли отримати точні електродинамічні моделі поверхонь практично неможливо. В задач активної радіолокації і дистанційного зондування земних поверхонь саме ці випадки найчастіше мають місце. Виконуючи розрахунки згідно формули (14), замість області інтегрування D_{ome} слід розглядати або реальну поверхню, викривлену рельєфом (якщо потрібна інформація про рельєф), або умовну область поверхні, що проходить на деякому середньому рівні щодо положення елементів розсіювання (нерівностей рельєфу, рослинних покривів, листя і т.п.).

Аналізуючи структуру поля згідно формулу (14) назвемо функцію

$$d\dot{Q}(\vec{r}_D) = \dot{F}(\vec{r}_D) d\vec{r}_D$$

комплексним коефіцієнтом розсіювання елементарної площини $d\vec{r}_D$, а функцію

$$\dot{F}(\vec{r}_D) = \frac{d\dot{Q}(\vec{r}_D)}{d\vec{r}_D} \quad (18)$$

питомим комплексним коефіцієнтом розсіювання цієї площини. Саме цей коефіцієнт $\dot{F}(\vec{r}_D)$, що враховує амплітудну і фазову структуру поля, можна

вважати когерентним зображенням середовища, що підлягає подальшому відновленню при обробці прийнятих сигналів в оптико-електронних системах дистанційного зондування.

Розглянемо приклади феноменологічного визначення поля в задачах дистанційного зондування та процес відновлення когерентних зображень.

3. Феноменологічний опис полів в задачах дистанційного зондування

Традиційній постановці задачі дистанційного зондування відповідає геометрія на рис. 3.

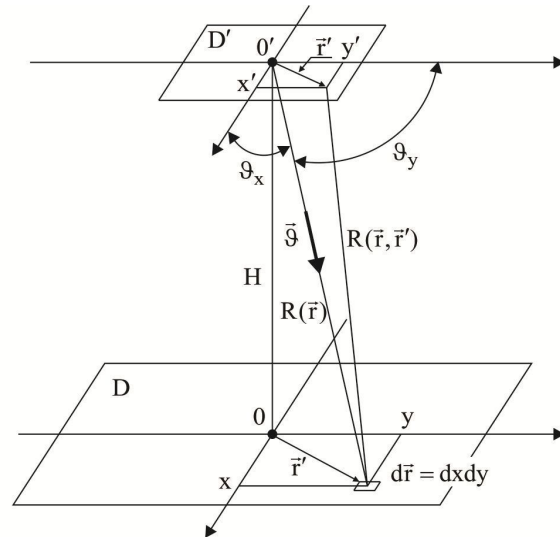


Рис. 3. Геометрія задачі дистанційного зондування

На цьому рисунку D – це поверхня, на якій феноменологічно задані граничні умови у вигляді коефіцієнта розсіювання $\dot{F}(\vec{r}_D)$, D' – область реєстрації сигналів, що прийшли з поверхні D . В кожній точці області $\vec{r}' \in D'$ поле можна представити виразом (14) з заміною області інтегрування D_{ome} на область поверхні D

$$\dot{E}(\vec{r}') = \int_D \dot{F}(\vec{r}) \frac{\exp[jkR(\vec{r}, \vec{r}')] }{R(\vec{r}, \vec{r}')} d\vec{r}, \quad (19)$$

де координати \vec{r}_D точок поверхні D для простоти позначені символом \vec{r} .

Область реєстрації сигналів D' може бути однією антеною, антенною решіткою або будь якою системою оптико-електронних сенсорів. Якщо D' – це розкрит апертури однієї антени з амплітудно-фазовим розподілом (АФР) $\dot{I}(\vec{r}', \vec{r}_1)$, то вихідний сигнал представимо таким виразом

$$\begin{aligned} \dot{E}_A(\vec{r}_1) &= \\ &= \int_{D'} \dot{I}(\vec{r}', \vec{r}_1) \int_D \dot{F}(\vec{r}) \frac{\exp[jkR(\vec{r}, \vec{r}')] }{R(\vec{r}, \vec{r}')} d\vec{r} d\vec{r}'. \end{aligned} \quad (20)$$

Для формування когерентного зображення $\dot{F}(\vec{r}_1)$ необхідно здійснити фокусування на всі його елементи з координатами $\vec{r}_1 \in D$, що зазвичай дося-

гається методами послідовного або паралельного огляду простору.

В якості прикладу розглянемо конкретні вирази формули (20) для ближньої зони Френеля та дальньої зони Фраунгофера, що залежать від розмірів областей D та D' і відстані між ними. На рис. 3 відстань $R(\vec{r}, \vec{r}')$ має такий вигляд

$$R(\vec{r}, \vec{r}') = \sqrt{H^2 + (x-x')^2 + (y-y')^2}. \quad (21)$$

Якщо функцію $R(\vec{r}, \vec{r}')$ розкласти в ряд Тейлора, то для визначення поля в дальній зоні Фраунгофера необхідні лише перші лінійні члени. Більш близька зона Френеля потребує врахування квадратичних членів. При цьому для визначення поля у кожній з цих зон необхідно, щоб $|x-x'| \ll H$, $|y-y'| \ll H$.

Спочатку розглянемо можливість відновлення когерентного зображення $\dot{F}(x, y)$ в зоні Френеля. Підставляючи (21) в (20) і розкладаючи $R(\vec{r}, \vec{r}')$ в ряд Тейлора до квадратичних членів, отримаємо

$$\begin{aligned} \dot{E}_A(x_1, y_1) = \exp(jkH) \int_{-0,5X'}^{0,5X'} \int_{-0,5Y'}^{0,5Y'} \dot{I}(x', y', x_1, y_1) \times \\ \times \int_{-0,5X}^{0,5X} \int_{-0,5Y}^{0,5Y} \frac{\dot{F}(x, y)}{R(x, y)} e^{jk \left[\frac{(x-x')^2}{2H} + \frac{(y-y')^2}{2H} \right]} dx dy dx' dy', \quad (22) \end{aligned}$$

де $R(x, y) = \sqrt{H^2 + x^2 + y^2} \approx H + x^2/(2H) + y^2/(2H)$.

Внутрішній інтеграл в (22) – це перетворення Френеля функції $\Phi_1(x, y) = \dot{F}(x, y)/R(x, y)$. В нескінченних межах інтегрування це перетворення може бути оберненим, тобто в ідеальному випадку функція $\Phi_1(x, y)$ повністю може бути відновлена. Проте нескінченні межі не можуть бути забезпечені навіть при великих розмірах D і D' . Наближене обернення можна виконати на кінцевій області D' , якщо у якості АФР обрати функцію

$$\dot{I}(x', y', x_1, y_1) = \exp \left\{ jk \left[\frac{(x_1 - x')^2}{2H} + \frac{(y_1 - y')^2}{2H} \right] \right\}. \quad (23)$$

Підставляючи цей вираз в (22), отримаємо

$$\begin{aligned} \dot{E}_A(x_1, y_1) = \exp \left\{ -\frac{jk}{2H} (x_1^2 + y_1^2) \right\} \times \\ \times \int \int \dot{F}(x, y) \frac{\exp[jkR(x, y)]}{R(x, y)} X' Y' \times \\ \times \text{sinc} \left(\frac{k}{H} \frac{X'}{2} (x - x_1) \right) \text{sinc} \left(\frac{k}{H} \frac{Y'}{2} (y - y_1) \right) dx dy. \quad (24) \end{aligned}$$

Перепишемо (24) в загальному вигляді

$$\dot{E}_A(x_1, y_1) \exp \left\{ \frac{jk}{2H} (x_1^2 + y_1^2) \right\} = \hat{\Phi}(x, y) =$$

$$= \int \int_{XY} \dot{\Phi}(x, y) \Psi(x - x_1, y - y_1) dx_1 dy_1, \quad (25)$$

де $\dot{\Phi}(x, y) = \dot{F}(x, y) \cdot \exp[jkR(x, y)]/R(x, y)$,

$$\begin{aligned} \Psi(x - x_1, y - y_1) = \\ = X' Y' \text{sinc} \left(\frac{k}{H} \frac{X'}{2} (x - x_1) \right) \text{sinc} \left(\frac{k}{H} \frac{Y'}{2} (y - y_1) \right) \quad (26) \end{aligned}$$

– функція, що визначає роздільну здатність відновлення функції $\dot{\Phi}(x, y)$ і когерентного зображення

$$\hat{F}(x, y) = \hat{\Phi}(x, y) R(x, y) \exp[-jkR(x, y)]. \quad (27)$$

Вид функції $\Psi(x - x_1, y - y_1)$ показаний на рис. 4. Роздільна здатність визначається шириною цієї функції, яка на нульовому рівні дорівнює

$$\Delta x = \lambda H / X', \quad \Delta y = \lambda H / Y'. \quad (28)$$

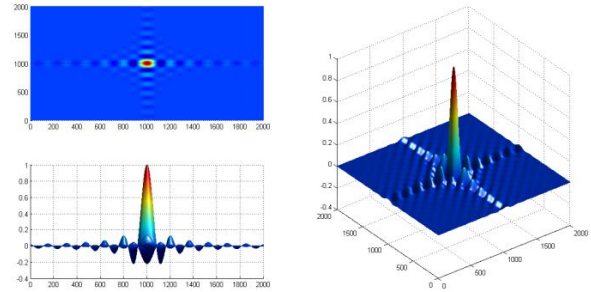


Рис. 4. Вигляд функції $\Psi(x - x_1, y - y_1)$

Остаточно вираз (25) представимо в наступному вигляді

$$\begin{aligned} \dot{E}_{A1}(x_1, y_1) = \\ = \int \int_{XY} \dot{F}(x, y) \varphi[R(x, y)] \Psi(x - x_1, y - y_1) dx dy, \quad (29) \end{aligned}$$

де $\dot{E}_{A1}(x_1, y_1) = \dot{E}_A(x_1, y_1) \exp \left\{ \frac{jk}{2H} (x_1^2 + y_1^2) \right\}$,

$$\varphi[R(x, y)] = \exp[jkR(x, y)]/R(x, y).$$

Для визначення поля і процесу відновлення когерентного зображення в дальній зоні Фраунгофера знехтуємо квадратичними членами x'^2 і y'^2 в (21)

$$R(x, x', y, y') = R(x, y) - \bar{r}' \bar{\Theta}(x, y), \quad (30)$$

де $\bar{\Theta}(x, y) = (\Theta_x = \cos \theta_x = x/R(x, y), \quad \Theta_y = \cos \theta_y = y/R(x, y))$ – направляючі косинуси, що визначають кутові координати різних елементів поверхонь з площею $d\vec{r} = dx dy$.

В такому разі (20) представимо як

$$\dot{E}_A(x_1, y_1) = \int_{-X'/2}^{X'/2} \int_{-Y'/2}^{Y'/2} \dot{I}(x', y', x_1, y_1) \int_{-X'/2}^{X'/2} \int_{-Y'/2}^{Y'/2} \frac{\dot{F}(x, y)}{R(x, y)} \times$$

$$\times \exp\{jkR(x, y) - \vec{r}'\vec{\vartheta}(x, y)\} dx dy dx' dy' \quad (31)$$

або у кутових координатах

$$\dot{E}_A(\vec{\vartheta}_1) = \int_{D'} \dot{I}(\vec{r}', \vec{\vartheta}_1) \times \int_{\Theta} \dot{F}(\vec{\vartheta}) \frac{\exp[jkR(\vec{\vartheta})]}{R(\vec{\vartheta})} \exp(-jk\vec{r}'\vec{\vartheta}) d\vec{\vartheta} d\vec{r}' \quad (32)$$

Внутрішній інтеграл – це перетворення Фур'є функції $\dot{\Phi}(\vec{\vartheta}) = \dot{F}(\vec{\vartheta})\varphi[R(\vec{\vartheta})]_{\vec{\vartheta} \in \Theta}$.

Наближено оцінку функції $\dot{\Phi}(\vec{\vartheta})$ находимо, виконав зворотне перетворення Фур'є в кінцевих межах області D' з АФР $\dot{I}(\vec{r}', \vec{\vartheta}_1) = \exp(jk\vec{r}'\vec{\vartheta}_1)$. Ця операція забезпечує фокусування антени на напрямках $\vec{\vartheta}_1$ і відповідно на елемент поверхні $d\vec{r} = dx dy$ з координатами (x_1, y_1) .

Перепишемо (32) в загальному вигляді

$$\dot{E}_A(\vec{\vartheta}_1) = \int_{\Theta} \dot{F}(\vec{\vartheta}) \varphi[R(\vec{\vartheta})] \Psi(\vec{\vartheta}_1 - \vec{\vartheta}) d\vec{\vartheta}, \quad (33)$$

де

$$\Psi(\vec{\vartheta}_1 - \vec{\vartheta}) = X'Y' \text{sinc} \left[k(\vartheta_{1x} - \vartheta_x) \frac{X'}{2} \right] \text{sinc} \left[k(\vartheta_{1y} - \vartheta_y) \frac{Y'}{2} \right] \quad (34)$$

– діаграма спрямованості антени.

Від кутових координат $\vec{\vartheta}$ можна перейти до координат поверхні $\vec{r} = (x, y) \in D$, $\vec{r}_1 = (x_1, y_1) \in D$

$$\dot{E}_A(\vec{r}_1) = \int_{\Theta} \dot{F}(\vec{r}) \varphi[R(\vec{r})] \Psi(\vec{r}_1 - \vec{r}) d\vec{r}. \quad (35)$$

Роздільна здатність антени, так само як і в ближній зоні Френеля, відповідає виразам (28).

Наявність функції $\varphi[R(\vec{r})]$ під знаком інтеграла в виразах (29), (33) і (35) відповідає масштабному (у межах ширини функції $\Psi(\cdot)$) спектральному перетворенню когерентного зображення $\dot{F}(\vec{r})$, у результаті якого згідно теорії резонансного розсіювання відновлюються лише певні компоненти функції $\dot{F}(\vec{r})$.

Висновки

Розглядаючи основні засади теорії дифракції, показано, що існує декілька теорій визначення електромагнітного поля у будь якій точці об'єму за даними значень поля на його поверхні. Використовуючи наведені теореми для реальних поверхонь виникають складні аналітичні вирази, що потребують спрощень для їх подальшої реалізації на практиці. На основі феноменологічного опису запропоновано узагальнене визначення поля у вигляді інтегралу від комплексного коефіцієнта розсіювання елемента поверхні та функції Гріна. Запропоновану феноменологічну модель можна розглядати як перше наближення до суворої скалярної теорії дифракції. З наведених прикладів визначення поля в зонах Френеля та Фраунгофера слідує, що використаний підхід для обґрунтування поняття когерентного зображення дозволяє коректно ставити і вирішувати задачі оптимальної обробки сигналів в системах дистанційного зондування природних середовищ. Для розробки достовірних імітаційних моделей систем формування когерентних зображень згідно наведеної формули (14), необхідно додатково виконати їх аналіз на основі понять міри множини, інтегралів Стілтєса, Лібега та стохастичних інтегралів Іто.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Volosyuk V.K., Zhyla S.S. Optimal radar cross section estimation in synthetic aperture radar. 2017 IEEE First Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering, Kiev, 2017, pp. 189-193. doi: 10.1109/UKRCON.2017.8100471
2. V. Pavlikov, V. Volosyuk, S. Zhyla, H. N. Van and K. N. Van, "UWB active aperture synthesis radar the operating principle and development of the radar block diagram," 2017 IEEE Microwaves, Radar and Remote Sensing Symposium (MRRS), Kiev, 2017, pp. 27-30. doi: 10.1109/MRRS.2017.8075018
3. V. V. Pavlikov, N. V. Ruzhentsev, A. D. Sobkolov, A. I. Tsopa and D. S. Sal'nikov, "Millimeter-range radiometric system for perspective problems of meteorology and telecommunication," 2017 XI International Conference on Antenna Theory and Techniques (ICATT), Kiev, 2017, pp. 46-51. doi: 10.1109/ICATT.2017.7972583
4. P. Hunziker, O. V. Morozov, O. V. Volosyuk, V. K. Volosyuk and S. S. Zhyla, "Improved method of Optical Coherence Tomography imaging," 2016 IEEE International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET), Lviv, 2016, pp. 421-424. doi: 10.1109/MMET.2016.7544109
5. Гудмен Дж. Введение в фурье-оптику / Дж. Гудмен. - М.: Мир, 1970. - 364 с.
6. Борн М. Основы оптики / М. Борн, Э. Вольф. - М.: Наука, 1973. - 720 с.
7. Гольдштейн Д.Д. Электромагнитные поля и волны / Д. Д. Гольдштейн, Н. В. Зернов. - М.: Изд-во "Советское радио", 1956. - 638 с.
8. Зоммерфельд А. Оптика / А. Зоммерфельд. - М.: Изд-во иностранной литературы, 1953. - 486 с.
9. Зубкович С. Г. Статистические характеристики радиосигналов, отраженных от земной поверхности / С. Г. Зубкович. - М.: Советское радио, 1968. - 224 с.
10. Жуковский А. П. Теоретические основы радиовысотометрии / А.П. Жуковский, Е.И. Оноприенко, В.И. Чижов. - М.: Советское радио, 1979. - 320 с.
11. Фрадин А. З. Антенны сверхвысоких частот / А. З. Фрадин. - М.: Сов. Радио, 1957. - 648 с.
12. Рытов С. М. Введение в статистическую радиофизику / С. М. Рытов, Ю. А. Кравцов, В. И. Татарский. Часть II. - М.: Наука, 1978. - 463 с.
13. Исимару А. Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах / А. Исимару. Т. 1,2 - М.: Мир, 1981. - 280 с.

REFERENCES

1. Volosyuk, V.K. and Zhyla, S.S. (2017), Optimal radar cross section estimation in synthetic aperture radar, *2017 IEEE First Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON)*, 2017, Kiev, pp. 189-193. doi: 10.1109/UKRCON.2017.8100471.
2. Pavlikov, V.V., Volosyuk, V.K., Zhyla, S.S., Van, H. N. and Van, K. N. (2017), UWB active aperture synthesis radar the operating principle and development of the radar block diagram, *2017 IEEE Microwaves, Radar and Remote Sensing Symposium (MRRS)*, 2017, Kiev, pp. 27-30. doi: 10.1109/MRRS.2017.8075018
3. Pavlikov, V.V., Ruzhentsev, N.V., Sobkolov, A.D., Tsopa, A. I. and Sal'nikov, D.S. (2017), Millimeter-range radiometric system for perspective problems of meteorology and telecommunication, *2017 XI International Conference on Antenna Theory and Techniques (ICATT)*, 2017, Kiev, pp. 46-51. doi: 10.1109/ICATT.2017.7972583
4. Hunziker, P., Morozov, O. V., Volosyuk, O. V., Volosyuk, V. K. and Zhyla, S.S. (2016), Improved method of Optical Coherence Tomography imaging, *2016 IEEE International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET)*, 2016, Lviv, pp. 421-424. doi: 10.1109/MMET.2016.7544109
5. Goodman, J.W. (1970), "Vvedeniye v fur'ye-optiku" [Introduction to Fourier optics], Mir, Moscow, 364 p.
6. Born, M. (1973), "Osnovy optiki" [Fundamentals of Optics], Nauka, Moscow, 720 p.
7. Gol'dshteyn, D.D. and Zernov, N. V. (1956), "Elektromagnitnyye polya i volny" [Electromagnetic fields and waves], Sovetskoye radio, Moscow, 638 p.
8. Zommerfel'd, A. (1953), "Optika" [Optics], Izdat. inostrannoy literatury, Moscow, 486 p.
9. Zubkovich, S. G. (1968), "Statisticheskiye kharakteristiki radiosignalov, otrazhenykh ot zemnoy poverkhnosti" [Statistical characteristics of radio signals reflected from the earth's surface], Sovetskoye radio, Moscow, 224 p.
10. Zhukovskiy, A.P., Onopriyenko, Ye.I. and Chizhov V.I. (1979), "Teoreticheskiye osnovy radiovysotometrii" [Theoretical bases of radio altimeters], Sovetskoye radio, Moscow, 320 p.
11. Fradin, A.Z. (1957), "Antenny sverkhvysokikh chastot" [Ultrahigh frequency antennas], Sovetskoye radio, Moscow, 648 p.
12. Rytov, S. M., Kravtsov, Yu. A. and Tatarskiy, V. I. (1978), "Vvedeniye v statisticheskuyu radiofiziku" [Introduction to statistical radiophysics], Nauka, Moscow, 463 p.
13. Isimaru, A. (1981), "Rasprostraneniye i rasseyaniye voln v sluchayno-neodnorodnykh sredakh" [Waves propagation and scattering in randomly inhomogeneous media], Mir, Moscow, 280 p.

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Л. Ф. Купченко,
Харківський національний університет Повітряних Сил імені Івана Кожедуба, Харків
Received (Надійшла) 14.03.2018
Accepted for publication (Прийнята до друку) 28.04.2018

**Феноменологическое описание когерентного изображения поверхности
в оптико-электронных и радиотехнических системах дистанционного зондирования**

В. К. Волосюк, С. С. Жила

Проанализированы основные принципы скалярной теории дифракции и фундаментальные теоремы расчета поля в любой точке объема по данным значений поля на его поверхности. Из анализа следует, что общим определением когерентного изображения среды является пространственно-распределенные граничные условия, заданные в виде непрерывных функций пространственных координат поля на поверхности с непрерывными первыми и вторыми производными. Конкретизация этих условий для реальных земных покровов значительно усложняет решение дифракционных задач, поэтому предложено использовать феноменологическое описание полей в области их регистрации. Приведенные примеры феноменологического определения поля в зоне Френеля и Фраунгофера при решении задач дистанционного зондирования. Показан процесс восстановления когерентных изображений с помощью обратных преобразований и проанализировано их разрешение.

Ключевые слова: основы теории дифракции, когерентное изображения, феноменологическое описание, разрешение, зона Френеля, зона Фраунгофера.

**Phenomenological description of the surface coherent image
in the optical-electronic and radio engineering systems of remote sensing**

V. Volosyuk, S. Zhyla

The basic principles of the scalar theory of diffraction, Huygens-Fresnel principle and fundamental theorems of calculation of the field in any point of volume according to the field and its first derivative on the surface enclosing this volume are analyzed. It follows from the analysis that the general definition of the coherent image is Kirchhoff boundary conditions, in other words the spatial distributed boundary conditions specified in the form of continuous functions of spatial coordinates of the field on a surface with continuous first and second derivatives. The specification of these conditions for real terrestrial covers, such as roughness surfaces or two-scale surfaces, considerably complicates the solution of diffraction problems. That is why the phenomenological description of the scattered fields is suggested. The examples of phenomenological definition of the field in Fresnel and Fraunhofer zones are given. It's shown that complete recovery of coherent images can be achieved by applying inverse transforms with infinite limits of integration. However infinite limits can't be provided even for the big sizes of scattering and receiving areas. The process of coherent images recovery in radio engineering system with finite antenna size is shown and limit resolution of such images is analyzed. Both recovered images, in Fresnel and Fraunhofer zones, have the same Green function. This fact corresponds to the theory of resonant scattering.

Keywords: basis of the diffraction theory, coherent images, phenomenological description, resolution, Fresnel zone, Fraunhofer zone.